

# Detecção de sinais e estimação de canal em sistemas GFDM

Randy Verdecia Peña, Rodrigo Pereira David and Raimundo Sampaio Neto

**Resumo**—A técnica de transmissão conhecida como Multiplexação por Divisão de Frequência Generalizada (*Generalized Frequency Division Multiplexing, GFDM*) é um esquema que emprega múltiplas portadoras não-ortogonais. Por utilizar um prefixo cíclico por múltiplos blocos de símbolos de informação ao invés de um prefixo por bloco, esta técnica de transmissão possui maior eficiência espectral do que a tradicional técnica OFDM. Para mitigar a interferência entre símbolos originada pela não-ortogonalidade entre as sub-portadoras, este trabalho examina esquemas de detecção compostos por detectores lineares (*Matched Filter, Zero Forcing* e *MMSE*) utilizados em conjunção com estratégias PIC (*Parallel Interference Cancellation*) e LAS (*Likelihood Ascent Search*). Visando a redução de complexidade os esquemas enfocados incorporam um procedimento que limita dinamicamente o número de iterações realizadas nas estratégias PIC e LAS. Resultados de desempenho são apresentados em termos de taxa de erro de bit e complexidade computacional.

**Palavras-Chave**—GFDM vs OFDM, Modelo matricial, Detectores lineares, Detectores com supressão de interferência, Estimação de canal, Desempenho e complexidade computacional.

**Abstract**—The generalized frequency division multiplexing transmission technique (GFDM) is a non orthogonal multi-carrier modulation scheme. In contrast to the traditional orthogonal frequency division multiplexing (OFDM), it can benefit from transmitting multiple symbols per sub-carrier. Since it only uses one cyclic prefix (CP) per group of symbols instead of one CP per symbol, the GFDM technique is more spectrally efficient than the traditional OFDM systems. In order to mitigate the interference caused by the non orthogonality of the GFDM subcarriers we propose a detection scheme composed of a linear (*Matched Filter, Zero Forcing* and *Minimum Mean Square Error*) detectors in conjunction with PIC (*Parallel Interference Cancellation*) and LAS (*Likelihood Ascent Search*) strategies. In addition to reducing the complexity of the receiver, the proposed scheme incorporates a strategy to dynamically limit the number of iterations of the PIC and LAS stages. Performance results are presented in terms of information bit error rate (BER) and computational complexity.

**Keywords**—GFDM vs OFDM, Matrix model, Linear detector, Detector with interference suppression, Channel estimation, Performance and Computational complexity.

## I. INTRODUÇÃO

O cenário previsto para a futura rede de quinta geração (5G) tem exigências que ultrapassam claramente as taxas de dados da rede 4G [1], no entanto, ainda não existe uma definição em

Randy Verdecia Peña and Raimundo Sampaio Neto, Centro de Estudos em Telecomunicações da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ, Brasil, E-mails: randy.verdecia@cetuc.puc-rio.br, raimundo@cetuc.puc-rio.br and Rodrigo Pereira David, Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia - INMETRO, E-mail: rpdavid@inmetro.gov.br

termos de estrutura e desempenho. Contudo, o sistema 5G terá que coexistir com diferentes tecnologias, aumentando substancialmente a capacidade de transmissão: três vezes maior do que o sistema atual móvel de quarta geração (4G-LTE, *Long Term Evolution*) [1], [2]. Tais demandas devem ser cobertas através de técnicas inovadoras em diferentes camadas de rede, sem o custo de aumento de largura de banda e consumo de energia [3].

Uma modulação multi-portadora alternativa que foi avaliada como principal candidato para redes sem fio de 5G é a Multiplexação por Divisão em Frequência Generalizada (GFDM, *Generalized Frequency Division Multiplexing*), que é um esquema de modulação flexível. A principal diferença e vantagem com respeito ao FBMC (*Filter Bank Multicarrier*) e U-FMC (*Universal Filtered Multicarrier*) é o uso de um único prefixo cíclico por múltiplos blocos de símbolos [4], assim o GFDM apresenta uma maior eficiência espectral em relação á modulação CP-OFDM (*Cyclic Prefix - Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) [5]. Além disso, o sistema GFDM possui robustez quanto a erros de sincronização.

Uma desvantagem do sistema GFDM com relação aos sistemas CP-OFDM, é a interferência mútua entre as sub-portadoras geradas pela não-ortogonalidade entre elas, com conseqüente interferência entre símbolos na recepção, interferência esta idealmente não presente em sistemas OFDM. Por tal motivo, o desenvolvimento de técnicas de supressão de interferência é fundamental importância neste sistema de transmissão. Neste trabalho são propostos esquemas de detectores lineares (MF e MMSE) associados com esquemas de supressão de interferência PIC (*Parallel Interference Cancellation*) [5], [6] e LAS (*Likelihood Ascent Search*) [7] aplicados a sistemas GFDM. Resultados numéricos mostram que os métodos de detecção MF-PIC e MF-LAS em sistemas GFDM obtêm desempenhos em termos de BER muito próximos ou mesmo superiores ao do sistema CP-OFDM porém com maior eficiência espectral.

Este trabalho é organizado da seguinte maneira. Na Seção II é feita a descrição do modelo de transmissão do sistema GFDM. A Seção III considera a implementação de detectores lineares e com supressão de interferência no sistema GFDM. Na Seção IV é descrito o procedimento de estimação de canal por símbolos pilotos. Resultados numéricos são apresentados na Seção V. Finalmente, a Seção VI resume as conclusões do trabalho.

## II. DESCRIÇÃO DO MODELO DE TRANSMISSÃO DO SISTEMA GFDM

No sistema GFDM uma característica significativa é o uso de um único CP por múltiplos blocos de símbolos de informação, como ilustrado na Figura 1. O esquema de modulação GFDM transmite  $MN$  símbolos de dados por bloco de transmissão empregando  $M$  slots de tempo e  $N$  subportadoras, enquanto o esquema CP-OFDM, por exemplo, utiliza um CP a cada bloco de  $N$  símbolos de dados ( $N$  subportadoras). O vetor GFDM transmitido pode ser obtido tendo em conta

Prefixo Cíclico	$S_0[0]$	$S_0[1]$	. . . . .	$S_0[M-1]$
	$S_1[0]$	$S_1[1]$		$S_1[M-1]$
	$S_2[0]$	$S_2[1]$		$S_2[M-1]$
	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
	$S_{N-1}[0]$	$S_{N-1}[1]$		$S_{N-1}[M-1]$

Fig. 1: Pacote de dados do sistema GFDM.

o desenvolvimento feito em [8]. Para a obtenção do vetor de sinal GFDM a ser transmitido considere-se, inicialmente, o vetor  $\mathbf{x}[n]$  obtido a partir do  $n$ -ésimo bloco de dados:

$$\mathbf{x}[n] = \mathcal{F}_{MN}^H \mathbf{C} \mathbf{s}_e[n], \quad n = 0, 1, 2, \dots, M-1, \quad (1)$$

onde o vetor  $\mathbf{s}_e[n]$  é uma versão expandida do vetor  $\mathbf{s}[n]$  com dimensão  $(MN \times 1)$  dada por:

$$\mathbf{s}_e[n] = [s_0[n] \quad \mathbf{z}_e^T \quad s_1[n] \quad \mathbf{z}_e^T; \dots s_{N-1}[n] \quad \mathbf{z}_e^T]^T, \quad (2)$$

onde  $\mathbf{z}_e$  representa um vetor coluna de zeros de dimensão  $(M-1 \times 1)$ . A matriz  $\mathbf{C}$  é uma matriz circulante de dimensão  $(MN \times MN)$  com a primeira coluna composta pelo vetor  $\mathbf{c}_f$  de tamanho  $(MN \times 1)$  dado por:

$$\mathbf{c}_f = [c_0 \quad c_1 \quad \dots \quad c_{K-1} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad c_{K-1} \quad c_{K-2} \quad \dots \quad c_1]^T \quad (3)$$

Os coeficientes  $c_k$ ,  $k = 0, 1, \dots, K-1$  são as componentes do espectro discreto do pulso formatador das subportadoras, com  $(1 \leq K \leq \frac{MN}{2})$ . O desempenho do sistema GFDM depende do número e da escolha destes coeficientes que formam o projeto do pulso formatador. Neste trabalho é considerado o desenvolvimento matemático para o cálculo dos coeficientes em [9]. Ainda em (1),  $\mathcal{F}_{MN}^H$  é a matriz iDFT de dimensão  $(MN \times MN)$ . O vetor  $\mathbf{x}[n]$  da equação (1) pode ser expresso alternativamente como:

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{p}_f \odot (\mathcal{F}_{MN}^H \mathbf{s}_e[n]), \quad (4)$$

onde  $\mathbf{p}_f = \mathcal{F}_{MN}^H \mathbf{c}_f$  é o vetor que contém a iDFT do vetor  $\mathbf{c}_f$ , ou seja, é o vetor dos coeficientes do pulso formatador que influencia no desempenho do sistema GFDM e  $\odot$  denota o produto de Hadamard. A complexidade computacional em (4) é determinada pela iDFT de  $MN$  pontos do vetor  $\mathbf{s}_e[n]$ . Entretanto, tendo em conta a estrutura do vetor  $\mathbf{s}_e[n]$ , o produto  $\mathcal{F}_{MN}^H \mathbf{s}_e[n]$  pode ser obtido concatenando-se  $M$  repetições do produto  $\mathcal{F}_N^H \mathbf{s}[n]$ . Consequentemente em (4),  $\mathbf{x}[n]$  exige apenas

uma iDFT de dimensão  $(N \times N)$  e um produto ponto a ponto entre vetores.

Alternativamente,  $\mathbf{x}[n]$  pode ser representado de forma matricial como em (5), onde  $\mathbf{G} = \text{Diag}(\mathbf{p}_f)$  é uma matriz diagonal de dimensão  $(MN \times MN)$  que contém na sua diagonal principal o vetor  $\mathbf{p}_f$ :

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{G} \bar{\mathbf{I}}_{MN \times N} \mathcal{F}_N^H \mathbf{s}[n] = \mathbf{Z} \mathbf{s}[n], \quad n = 0, 1, \dots, M-1 \quad (5)$$

onde  $\bar{\mathbf{I}}_{MN \times N} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{I} \quad \mathbf{I} \quad \dots \quad \mathbf{I}]^T$ ,  $\mathbf{I}$  caracteriza uma matriz identidade de dimensão  $(N \times N)$  e  $\mathbf{Z}$  é uma matriz de dimensão  $(MN \times N)$  formada por:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{G} \bar{\mathbf{I}}_{MN \times N} \mathcal{F}_N^H \quad (6)$$

O vetor de sinais GFDM de acordo com [8] é obtido pela soma de versões circularmente deslocadas, por um período  $nN$ , dos vetores  $\mathbf{x}[n]$  e pode ser expresso como:

$$\mathbf{x}_G = \sum_{n=0}^{M-1} \text{circshift}(\mathbf{x}[n], nN) \quad (7)$$

Os resultados apresentados em (5) e (7) geram o vetor GFDM. Entretanto, um modelo interessante para estudo do sistema GFDM é expressar (7) em forma matricial à semelhança do tradicional modelo CP-OFDM. Para a representação matricial do sistema GFDM apresentada em [5], [6], a expressão (7) pode ser definida como:

$$\mathbf{x}_G = \sum_{n=0}^{M-1} \text{Cir}_{nN} \mathbf{x}[n], \quad (8)$$

onde  $\text{Cir}_{nN}$  é uma matriz tal que sua multiplicação pelo vetor  $\mathbf{x}[n]$  corresponde a efetuar a operação de deslocamento circular de período  $nN$  no vetor  $\mathbf{x}[n]$ .

Levando em conta as expressões (8) e (5), é possível reescrever  $\mathbf{x}_G$  na forma matricial:

$$\mathbf{x}_G = \overbrace{[\mathbf{Z} \quad \text{Cir}_N \mathbf{Z} \quad \text{Cir}_{2N} \mathbf{Z} \quad \dots \quad \text{Cir}_{(M-1)N} \mathbf{Z}]}^{\mathbf{M}} \mathbf{s} = \mathbf{M} \mathbf{s}, \quad (9)$$

onde  $\mathbf{s} = [s^T[0] \quad s^T[1] \quad \dots \quad s^T[M-1]]$  de dimensão  $MN$ , é o vetor coluna que empilha os  $M$  vetores de símbolos de  $N$  elementos organizados no pacote GFDM e a matriz  $\mathbf{M}$  de dimensão  $(MN \times MN)$  será referida aqui como matriz de transmissão GFDM.

Após a adição do CP de comprimento  $G$  ao vetor  $\mathbf{x}_G$  as componentes complexas do vetor resultante de comprimento  $MN + G$  são transmitidas sequencialmente a uma taxa  $R_s$  utilizando transmissão fase-quadratura e empregando um pulso de transmissão  $g(t)$ , através de um canal multipercurso. No lado do receptor, após a demodulação, filtragem pelo filtro de detecção casado a  $g(t)$ , amostragem a uma taxa  $R_s$  e remoção do prefixo cíclico de  $G$  amostras o vetor recebido  $\mathbf{y}_G$  de dimensão  $(MN \times 1)$  pode ser expresso:

$$\mathbf{y}_G = \mathbf{H} \mathbf{M} \mathbf{s} + \mathbf{n} = \mathbf{B} \mathbf{s} + \mathbf{n}, \quad (10)$$

onde a matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H} \mathbf{M}$  será referida aqui como matriz de recepção GFDM,  $\mathbf{n}$  representa o vetor que contém as amostras complexas do ruído existente no receptor após filtragem pelo

filtro na recepção, caracterizado por um vetor de ruído complexo branco gaussiano de média nula e matriz covariância  $\mathbf{K}_n = E[\mathbf{nn}^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}$ , e  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade de dimensão  $(MN \times MN)$ . O vetor  $\mathbf{s}$  representa os símbolos transmitidos pelo transmissor e suas componentes têm variância  $\sigma_s^2 = E_s$ . Ainda em (10),  $\mathbf{H}$  representa uma matriz circulante de dimensão  $(MN \times MN)$ , onde a primeira coluna é composta pelo vetor  $\mathbf{h} = [h_0 \ h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{L-1}]^T$ , que contém as  $L$  componentes da resposta ao impulso do equivalente passa-baixa discreto do canal, completada com zeros, sendo  $L \leq G \leq MN$ .

### III. DETECÇÃO LINEAR E SUPRESSÃO DE INTERFERÊNCIA NO SISTEMA GFDM

#### A. Detecção Minimum Mean-Square Error

O equalizador MMSE a ser aplicado ao vetor de recepção  $\mathbf{y}_G$  em (10) resulta da forma  $\mathbf{W}_{MMSE} = (\mathbf{B}^H \mathbf{B} + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{B}^H$ , onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade de dimensão  $(MN \times MN)$ . O equalizador MMSE é ótimo no sentido de minimizar o erro médio quadrático  $\varepsilon^2 = \mathbb{E}[\|\mathbf{s} - \mathbf{W}_{MMSE} \mathbf{y}_G\|^2]$ . O sinal recebido equalizado é expresso por:

$$\mathbf{y}_{G_{MMSE}} = \mathbf{W}_{MMSE} \mathbf{B} \mathbf{s} + \mathbf{n}_{MMSE}, \quad (11)$$

onde  $\mathbf{n}_{MMSE} = \mathbf{W}_{MMSE} \mathbf{n}$ , é o vetor de ruído com dimensão  $(MN \times 1)$ . Uma estimativa do vetor de símbolos transmitidos  $\mathbf{s}$  pode ser obtida a partir de (11) por meio de  $\hat{\mathbf{s}} = Q(\mathbf{y}_{G_{MMSE}})$ , onde  $Q(\cdot)$  é uma função que mapeia cada componente do vetor resultante no símbolo mais próximo pertencente a constelação de sinal da modulação empregada.

#### B. Detecção Matched Filter

A detecção MF apresenta uma baixa complexidade computacional quando comparada ao detector MMSE e a outros por não requerer a inversão de matrizes. Para a detecção MF, o sinal recebido  $\mathbf{y}_G$  na expressão (10) é multiplicado pela matriz hermitiana,  $\mathbf{B}^H$ , de  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ , resultando no sinal equalizado:

$$\mathbf{y}_{G_{MF}} = \mathbf{B}^H \mathbf{y}_G = \mathbf{B}^H \mathbf{B} \mathbf{s} + \mathbf{n}_{MF}, \quad (12)$$

onde  $\mathbf{n}_{MF} = \mathbf{B}^H \mathbf{n}$  representa o vetor de ruído de dimensão  $(MN)$ . Como no item anterior, é possível obter uma estimativa  $\hat{\mathbf{s}} = Q(\mathbf{y}_{G_{MF}})$  a partir de (12).

#### C. Detecção com supressão de interferência MF-PIC

Nesta seção é apresentado o detector MF-PIC. Em [10],[6] considerou-se que o PIC é mais flexível e adaptável a várias configurações do pacote de dados GFDM. A implementação do cancelador PIC apresenta menor complexidade computacional, pois a matriz de cancelamento não muda a cada iteração como no caso do cancelamento de interferência serial (SIC, *Serial Interference Cancellation*) [11].

O método MF-PIC gera estimativas sucessivas de  $\hat{\mathbf{s}}$  por meio de:

$$\hat{\mathbf{s}}^{(i)} = Q(\mathbf{r}^{(i-1)}), \quad i = 1, 2, \dots, \quad (13)$$

com:

$$\mathbf{r}^{(i-1)} = \mathbf{B}^H \mathbf{y}_G - (\mathbf{B}^H \mathbf{B})_0 \hat{\mathbf{s}}^{(i-1)}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (14)$$

onde  $(\mathbf{B}^H \mathbf{B})_0$  denota a matriz  $\mathbf{B}^H \mathbf{B}$  com a diagonal principal zerada.

Por meio de iterações do PIC são geradas novas estimativas do vetor de símbolos. A estratégia considerada neste trabalho foi estabelecer um número inteiro  $I$  como o número máximo de iterações no PIC, entretanto, se a qualidade da estimativa presente  $i$  for inferior a da anterior  $i - 1$ , o procedimento é interrompido e a estimativa final é dada por  $\hat{\mathbf{s}}^{(i-1)}$ , com  $1 \leq i \leq I$ .

A medida de qualidade da estimativa gerada é baseada na maior verossimilhança, que neste trabalho equivale a métrica de menor distância, com a distância expressa por:

$$\mathbf{D}(\hat{\mathbf{s}}^{(i-1)}) = \|\mathbf{y}_G - \mathbf{B} \hat{\mathbf{s}}^{(i-1)}\|^2 \quad (15)$$

Na estratégia proposta as estimativas são geradas até um número máximo de  $I + 1$ , mas o procedimento é interrompido na  $i$ -ésima iteração caso a condição  $\mathbf{D}(\hat{\mathbf{s}}^{(i)}) > \mathbf{D}(\hat{\mathbf{s}}^{(i-1)})$  ocorra, sendo neste caso adotada  $\hat{\mathbf{s}}^{(i-1)}$  como estimativa final.

#### D. Detecção MF-LAS

Nesta seção é apresentada a estratégia LAS [6], [7], que efetua uma busca no espaço de possíveis vetores de símbolos transmitidos na qual em cada passo da busca o vetor escolhido apresenta um valor da função de verossimilhança maior que o vetor escolhido no passo anterior. O detector LAS precisa de uma primeira estimativa  $\hat{\mathbf{s}}^{(0)}$  dos símbolos, que pode ser escolhida de forma aleatória ou obtida pela saída de outro detector mais simples. Nesta seção o detector MF foi escolhido para gerar a primeira estimativa. O detector LAS resultante tendo como candidato inicial a estimativa MF é aqui denominado MF-LAS.

O LAS implementado neste trabalho emprega a estimativa quantizada  $\hat{\mathbf{s}}^{(0)}$  resultante do detector linear MF e adota o seguinte procedimento para gerar a estimativa final: primeira é determinada e armazenada a métrica do vetor  $\hat{\mathbf{s}}^{(0)}$ ,  $\mathbf{D}(\hat{\mathbf{s}}^{(0)})$ , por meio da equação (15). No segundo passo o símbolo correspondente a primeira componente de  $\hat{\mathbf{s}}^{(0)}$  é substituído por cada um dos outros possíveis símbolos pertencentes a constelação de sinais adotada. As métricas de cada um dos novos vetores resultantes são calculadas e armazenadas. Em seguida é feita uma comparação destas métricas para determinar qual dos símbolos testados originou o vetor de menor métrica. Fixado este símbolo na primeira componente, o procedimento de substituição e teste é repetido para a segunda componente de  $\hat{\mathbf{s}}^{(0)}$  e assim sucessivamente até que todas as suas componentes sejam processadas, gerando então o novo vetor estimativa  $\hat{\mathbf{s}}^{(1)}$ . O processo de teste e substituição descrito é realizado agora em  $\hat{\mathbf{s}}^{(1)}$  e assim sucessivamente até que  $\mathbf{D}(\hat{\mathbf{s}}^{(i)}) \geq \mathbf{D}(\hat{\mathbf{s}}^{(i-1)})$ , onde a estimativa final é  $\hat{\mathbf{s}}^{(i-1)}$ . O número máximo de iterações adotado aqui é de  $MN$ , ou seja, o tamanho de vetor do dados.

### IV. ESTIMAÇÃO DE CANAL NO SISTEMA GFDM

Na prática o canal  $\mathbf{h}$  não é conhecido pelo receptor e poderia ser estimado localmente. Entretanto, levando-se em conta que a matriz de transmissão,  $\mathbf{M}$ , do sistema GFDM é fixa, é mais simples e efetivo realizar diretamente a estimação da matriz de

recepção  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  utilizada nos procedimentos de detecção enfocados aqui (uma estimativa  $\hat{\mathbf{H}}$  da matriz de canal  $\mathbf{H}$  pode ser obtida a partir de  $\hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{B}}\mathbf{M}^{-1}$ ). Esta seção descreve a estratégia adotada para a estimação da matriz  $\mathbf{B}$  utilizando símbolos pilotos [6]. O receptor tem o conhecimento a priori dos símbolos pilotos que são transmitidos no início do quadro de símbolos de dados, onde no período total do quadro de símbolos transmitidos o canal é considerado como constante. A obtenção da estimativa  $\hat{\mathbf{B}}$  de  $\mathbf{B}$  é baseada no estimador LS (*Least Square*).

Se  $F \geq MN$  seqüências de treinamento (símbolos pilotos)  $\mathbf{s}^i$ ,  $i = 1, 2, \dots, F$ , conhecidas pelo receptor são transmitidas durante o período de estimação, o conjunto de vetores recebidos,  $\mathbf{y}^i$ ,  $i = 1, 2, \dots, F$ , armazenados pelo receptor durante este período forma uma matriz dada por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{B}\mathbf{S} + \mathbf{N}, \quad (16)$$

onde  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}^1 \ \mathbf{y}^2 \ \mathbf{y}^3 \ \dots \ \mathbf{y}^F]$  é a matriz de sinais recebidos e onde  $\mathbf{S} = [\mathbf{s}^1 \ \mathbf{s}^2 \ \mathbf{s}^3 \ \dots \ \mathbf{s}^F]$  e  $\mathbf{N} = [\mathbf{n}^1 \ \mathbf{n}^2 \ \mathbf{n}^3 \ \dots \ \mathbf{n}^F]$  representam respectivamente as matrizes de vetores pilotos e de ruído.

A estimativa da matriz  $\mathbf{B}$  empregando LS pode ser expressa  $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{Y}\mathbf{S}^H(\mathbf{S}\mathbf{S}^H)^{-1}$ .

Considerando que as seqüências de treinamento são escolhidas de forma que as linhas da matriz  $\mathbf{S}$  sejam ortogonais e suas componentes tenham o mesmo módulo e energia  $E^p$ , resulta que  $\mathbf{S}\mathbf{S}^H = F E^p \mathbf{I}$  e a estimativa se resume a  $\hat{\mathbf{B}} = \frac{1}{F E^p} \mathbf{Y}\mathbf{S}^H$ , ou ainda, utilizando (16),  $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B} + \frac{1}{F E^p} \mathbf{N}\mathbf{S}^H = \mathbf{B} + \mathbf{N}^\dagger$ , sendo  $\hat{\mathbf{B}} - \mathbf{B} = \mathbf{N}^\dagger = \frac{1}{F E^p} \mathbf{N}\mathbf{S}^H$  a matriz de erro de estimação.

## V. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção são apresentadas curvas de desempenho do sistema GFDM do modelo proposto quando modulação QPSK é empregada e a detecção é feita através dos equalizadores MMSE, MF, MF-PIC e MF-LAS, comparado com o desempenho do sistema CP-OFDM empregando detector ZF (*Zero Forcing*)<sup>†</sup>. Observe-se aqui que se uma faixa de guarda de tamanho  $G$  é inserida a cada bloco de  $N_O$  símbolos de dados no caso OFDM e a cada bloco de  $M_G N_G$  símbolos de dados no caso GFDM, as respectivas eficiências espectrais são dadas por  $N_O/(N_O + G)$  e  $M_G N_G/(M_G N_G + G)$  (símbolos/s/Hz). Definindo  $\gamma$  como a razão entre as eficiências espectrais do sistema GFDM e do OFDM, tem-se  $\gamma = (1 + G/N_O)/(1 + G/M_G N_G)$ . O canal multipercurso adotado é modelado como um filtro FIR com  $L$  taps com os coeficientes dados por  $h_l = \alpha_l q_l$ , onde  $q_l = 10^{-\frac{l}{L-1}}$  e  $\alpha_l$ ,  $l = 0, 1, \dots, L-1$ , são variáveis aleatórias complexas gaussianas estatisticamente independentes de média zero e  $\mathbb{E}[\|\alpha_l\|^2] = 1$ , mantidas fixa durante todo o bloco de transmissão. Nas simulações os valores de  $q_l$  são normalizados de tal forma que  $\sum_{l=0}^{L-1} \|q_l\|^2 = 1$ , resultando então que  $\mathbb{E}[\|\mathbf{h}\|^2] = 1$ . O retardo do canal  $L = G$ , com  $L = 8$ . Os parâmetros de simulação são descritos na Tabela I. Os coeficientes para construção do pulso

<sup>†</sup>No caso da modulação PSK, os desempenhos do CP-OFDM com equalização ZF e equalização MMSE são idênticos.

formatador da matriz de transmissão do sistema GFDM foram determinados empregando o desenvolvimento matemático em [9] e são especificados na Tabela II. Simulações com diferentes cenários [6] indicaram que o número  $K$  de coeficientes dado por  $K = M - 1$ , onde  $M$  é o número de *slots* de tempo, foi o que resultou nos melhores desempenhos em termos de BER.

TABELA I: Parâmetros de simulação

Parâmetros	OFDM	GFDM
Modulação	QPSK	QPSK
Quantidade de símbolos	$76,8 \times 10^6$	$76,8 \times 10^6$
Quantidade de símbolos Pilotos	$19,2 \times 10^6$	$19,2 \times 10^6$
Time-slots ( $M$ )	1	16
Subportadora ( $N$ )	16	16
Canal ( $L$ )	8	8
Coeffientes do pulso formatador ( $K$ )	-	15

TABELA II: Coeficientes para o pulso formatador

$c_0$	+1,0000	$c_5$	-0,879732	$c_{10}$	+0,475469
$c_1$	-0,999988	$c_6$	+0,832817	$c_{11}$	-0,331288
$c_2$	+0,999149	$c_7$	-0,762809	$c_{12}$	+0,154270
$c_3$	-0,988028	$c_8$	+0,646622	$c_{13}$	-0,041230
$c_4$	+0,943529	$c_9$	-0,553547	$c_{14}$	+0,004765

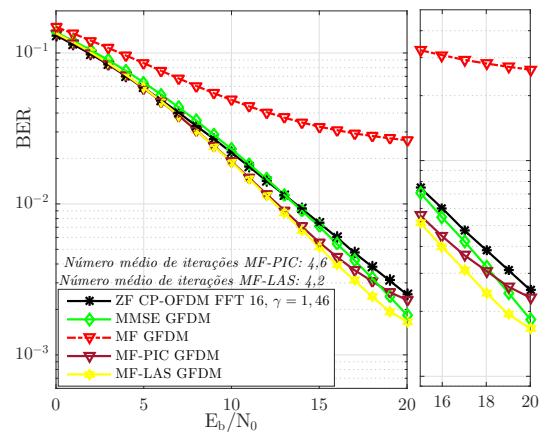


Fig. 2: Desempenho BER dos detectores MMSE, MF, MF-PIC e MF-LAS aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com  $M_G = N_G = 16$ ,  $K = 15$  e ZF CP-OFDM (vetor de  $N_O = N_G = 16$  símbolos) em canal multipercurso aleatório ( $L = G = 8$ ) e conhecimento perfeito do canal.

Na Figura 2, são apresentadas curvas de desempenho em termos de taxa de erro de bit (BER, *Bit Error Rate*) do sistema GFDM de dimensão  $(256 \times 256)$ , dos detectores referidos na Seção III em canais multipercurso aleatório. Observa-se que os detectores com supressão de interferência atingem desempenhos superiores ao do sistema CP-OFDM. Acrescente-se, ainda, que no presente exemplo a eficiência espectral do sistema GFDM é 1,45 vezes maior que a do sistema OFDM ( $\gamma = 1,45$ ). Pode ser visto na Figura 2 que o desempenho do detector MF obteve uma melhora no desempenho de aproximadamente 11 dB quando os detectores com supressão de interferência são aplicados. A Figura 3 ilustra a complexidade computacional dos detectores enfocados neste trabalho, expressa pelo número de operações de ponto flutuante (*flops*) requerido pelos procedimentos de detecção para gerar a estimativa final do vetor de dados transmitido.



Os resultados indicam o detector MF-PIC como sendo o de menor complexidade dentre os que atingem um desempenho comparável ao do sistema CP-OFDM.

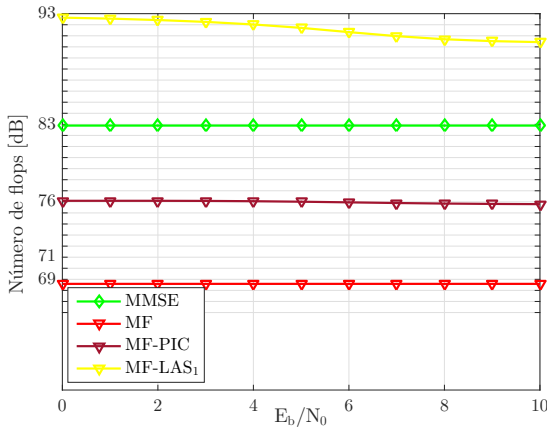


Fig. 3: Comparação da complexidade dos diferentes detectores em GFDM.

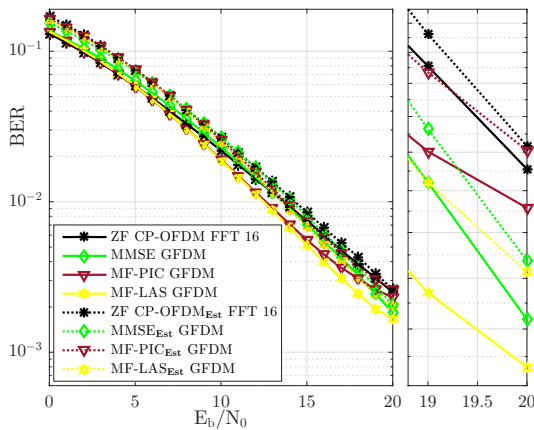


Fig. 4: Desempenho BER dos detectores MMSE e MF-PIC com estimação da matriz  $\mathbf{B}$  e com conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com  $M_G = N_G = 16$ ,  $K = 15$ , CP-OFDM (vetor de  $N_O = N_G = 16$  símbolos),  $F = 2\,560$  blocos piloto e canal multipercurso aleatório ( $L = G = 8$ ).

A Figura 4 exibe curvas de desempenho dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS no sistema GFDM e ZF CP-OFDM empregando a estimativa da matriz  $\mathbf{B}$  com  $F = 2\,560$  vetores de símbolos pilotos. A título de comparação são mostradas curvas de desempenho do sistema com estimação perfeita da matriz  $\mathbf{B}$ . A degradação devida ao erro de estimação não excedeu 1,2 dB. Observe-se que o detector com maior degradação foi o MF-LAS com 1,2 dB e os que sofreram as menores degradações foram o MMSE no sistema GFDM e ZF CP-OFDM, com uma perda de 0,45 dB e 0,2 dB respectivamente. Por outro lado, o detector MF-PIC no sistema GFDM apresentou uma degradação de 1 dB, sendo 0,55 dB pior que o MMSE. Ressalta-se, entretanto que o detector MMSE apresenta uma complexidade maior que o MF-PIC da ordem de 6,8 dB, existindo para a escolha entre eles

um compromisso desempenho/complexidade computacional.

## VI. CONCLUSÕES

Neste artigo foram apresentadas e discutidas algumas técnicas de detecção passíveis de aplicação no sistema GFDM. O desenvolvimento apresentado na Seção II, permitiu o estudo do desempenho dos detectores lineares MMSE, MF e os não lineares MF-PIC e MF-LAS para minimizar as interferências de tipo ISI e ICI, originadas pela não-ortogonalidade entre as subportadoras do sistema GFDM e refletidas na matriz de transmissão  $\mathbf{M}$ . Foi verificado que os métodos de detecção MF-PIC e MF-LAS propostos para o sistema GFDM, podem atingir desempenhos em termos de BER bastante próximos ou superiores ao do CP-OFDM. A este respeito, é importante acrescentar ainda que os resultados de BER apresentados supõem que os sistemas GFDM e OFDM transmitem símbolos a uma mesma taxa  $R_s$ , entretanto, devido a maior eficiência espectral do sistema GFDM, transmissão a uma mesma taxa  $R_s$  implica em uma maior taxa de transmissão da informação a favor do sistema GFDM. Os resultados numéricos indicaram também que a estimação direta da matriz de recepção, por meio do estimador LS, proposta aqui, resulta em valores baixos de degradação de desempenho. Finalmente, os resultados apresentados neste artigo e em [6] sugerem que dentre as estratégias de detecção enfocadas para o sistema GFDM, o detector MF-PIC é o que apresenta o melhor compromisso desempenho/complexidade.

## REFERÊNCIAS

- [1] E. Ozturk, E. Basar, and H. Ali, "Generalized Frequency Division Multiplexing Wit Flexible Index Modulation," *Proc. IEEE*, vol. 5, pp. 24 727–24 746, Oct, 2017.
- [2] N. Michailow, M. Matthé, I. Simões, A. Navarro, L. Mendes, and A. Festag, "Generalized Frequency Division Multiplexing for 5th Generation Cellular Networks," *Proc. IEEE*, vol. 62, no. 9, pp. 3045–3061, Sep, 2014.
- [3] I. Akyildiz, T. Melodia, and K. Chowdury, "Wireless Multimedia Sensor Networks," *A survey, in IEEE Wireless Communications*, vol. 14, no. 6, pp. 32–39, 2007.
- [4] E. Ozturk, E. Basar, and H. A. Cirpan, "Generalized frequency division multiplexing with index modulation," in *2016 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*, Dec 2016, pp. 1–6.
- [5] J. Mayoral, R. Sampaio-Neto, and R. Pereira, "Simultaneous Detection and Parallel Interference Cancellation in GFDM for 5G," *Proc. XXXV Simposio de Telecomunicações e Processamento de Sinais*, Set, 2017.
- [6] R. Verdecia, "Análise Espectral, detecção de Sinais e Estimação de Canal em sistemas GFDM," *Dissertação de Mestrado, Pontificia Universidade Catolica de Rio de Janeiro*, 2019.
- [7] A. A. Pereira-Jr. and R. Sampaio-Neto, "A random-list based LAS algorithm for near-optimal detection in large-scale uplink multiuser MIMO systems," in *WSA 2015, 19th International ITG Workshop on Smart Antennas, Ilmenau, Germany, 3-5 March 2015*, 2015, pp. 1–5. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7051814/>
- [8] B. Farhang-Boroujeny and H. Moradi, "Derivation of gfdm based on ofdm principles," in *2015 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, June 2015, pp. 2680–2685.
- [9] S. Mirabbasi and K. Martin, "Overlapped complex-modulated transmultiplexer filters with simplified design and superior stopbands," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, vol. 50, no. 8, pp. 456–469, Aug 2003.
- [10] J. Mayoral, "Detecção e Cancelamento Simultâneo de Interferência em Paralelo em Sistemas com Transmissão GFDM para 5G," *Dissertação de Mestrado, Pontificia Universidade Catolica de Rio de Janeiro*, 2017.
- [11] R. Datta, N. Michailow, M. Lentmaier, and G. Fettweis, "Gfdm interference cancellation for flexible cognitive radio phy design," in *2012 IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Fall)*, Sept 2012, pp. 1–5.