

Análise de Critérios de Equalização Cega Baseados em Aprendizagem por Teoria da Informação

Eduardo Kraszczuk e Aline Neves

Resumo—Este artigo apresenta um estudo sobre os principais critérios baseados em aprendizagem por Teoria da Informação. Consideramos critérios que comparam as densidades de probabilidade dos sinais transmitidos e da saída do equalizador, e um critério que utiliza uma nova medida de correlação generalizada chamada correntropia. Tais métodos são particularmente interessantes quando consideramos a equalização de sinais correlacionados. Primeiramente analisamos o impacto dos parâmetros dos critérios sobre o desempenho dos algoritmos e em seguida comparamos os desempenhos dos algoritmos entre si. Discutimos também o desempenho dos algoritmos no contexto de sinais correlacionados.

Palavras-Chave—Equalização cega, SQD, MSQD, Correntropia.

Abstract—This article studies criteria based on Information Theoretic Learning. We considered criteria that aim to match the probability density functions of the transmitted signal and of the equalizer output signal, and one that uses a new measure of generalized correlation, named correntropy. These methods are particularly interesting when treating correlated signals. First, we analyze the impact of the criteria parameters on the performance of the algorithms, and then compare the algorithms' performances. We also discuss the performance of the algorithms considering the equalization of correlated signals.

Keywords—Blind equalization, SQD, MSQD, Correntropy.

I. INTRODUÇÃO

Os critérios autodidatas clássicos e seus respectivos algoritmos possuem algumas limitações conhecidas, como não apresentarem bons desempenhos na presença de ruído impulsivo, ou quando o sinal a ser equalizado é correlacionado. Além disso, possuem velocidade de convergência lenta.

Para contornar essas limitações, vêm sendo propostos diversos critérios e algoritmos que seguem uma nova filosofia, o aprendizado por teoria da informação (Information Theory Learning – ITL) que usam conceitos bastante conhecidos e estudados em teoria de informação, como a entropia e a informação mútua. O uso desses conceitos na definição de critérios de equalização cega traz a vantagem de trabalhar diretamente com as densidades de probabilidade dos sinais envolvidos, que carregam mais informações sobre o sinal do que o uso de somente alguns momentos de ordem superior destes sinais, como ocorre nos critérios clássicos. Apesar de tais densidades serem mais difíceis de serem estimadas em tempo real, tais critérios vem obtendo bons desempenhos quando comparados aos métodos clássicos.

Entretanto, ainda não é possível encontrar na literatura uma análise detalhada de tais critérios e algoritmos levando em conta o efeito dos diversos parâmetros existentes, seja sobre o desempenho dos algoritmos, seja sobre as características das funções custo em questão. Além disso, comparações considerando sinais com diferentes graus de correlação também não foram encontradas.

O objetivo deste artigo é justamente estudar o efeito destes parâmetros em alguns dos principais critérios baseados em ITL: o critério da distância quadrática (Stochastic Quadratic Distance - SQD) [1], que busca igualar as funções densidade de probabilidade (fdp) dos sinais transmitido e na saída do equalizador; o critério MSQD (Modified SQD) [2], uma variação do SQD com menor carga computacional, e um critério baseado na diferença entre as correntropias dos sinais transmitido e na saída do equalizador (COR) [3].

Este trabalho está organizado do seguinte modo: na seção II, iremos apresentar os três critérios baseados em ITL: SQD, MSQD e Correntropia. Na seção III, apresentaremos os resultados do estudo do efeito dos parâmetros sobre o desempenho dos algoritmos no contexto de sinais correlacionados. Na seção IV apresentamos uma comparação entre os desempenhos dos algoritmos de gradiente estocástico baseados nestes critérios. A seção V apresenta a conclusão deste trabalho.

II. CRITÉRIOS BASEADOS EM ITL

A. Critério da Distância Quadrática (SQD)

Este critério, proposto em [1], busca igualar a função densidade de probabilidade (fdp) da saída do equalizador à fdp do sinal transmitido, suposta conhecida, de acordo com a equação

$$J_{SQD}(\mathbf{w}) = \int_{-\infty}^{\infty} (f_y(z) - f_s(z))^2 dz \quad (1)$$

onde $f_y(z)$ e $f_s(z)$ denotam, respectivamente, as fdp dos processos estocásticos $y(n)$ (sinal de saída do equalizador) e $s(n)$ (sinal transmitido) no domínio z .

A fim de deduzir um algoritmo que permita minimizar a função proposta, é utilizado o método da janela de Parzen [4] para estimar as funções densidade de probabilidade necessárias, gerando a seguinte função custo:

$$\begin{aligned}
 J_{\text{SQD}}(\mathbf{w}) &= \frac{1}{L^2} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} K_{\sigma\sqrt{2}}(|y(n-i)|^2 - |y(n-j)|^2) \\
 &+ \frac{1}{N_s^2} \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} K_{\sigma\sqrt{2}}(|d_j|^2 - |d_i|^2) \\
 &- \frac{2}{LN_s} \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=0}^{L-1} K_{\sigma\sqrt{2}}(|y(n-j)|^2 - |d_i|^2)
 \end{aligned} \quad (2)$$

onde N_s é o número de símbolos da constelação do sinal a ser equalizado, L é o tamanho da janela de amostras de $y(n)$, d_i e d_j são, respectivamente, os elementos nas posições i e j de um vetor \mathbf{d} que contém os símbolos da constelação desejada, e $K_{\sigma\sqrt{2}}(A)$ é o kernel gaussiano utilizado no método da Janela de Parzen [4], dado pela equação

$$K_{\sigma}(A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

onde σ é o desvio padrão ou “tamanho” do kernel gaussiano e A representa um processo estocástico qualquer. De acordo com a análise realizada em [1], usamos $\sigma_{\sqrt{2}} = \sigma\sqrt{2}$ como tamanho do kernel gaussiano na equação (2).

B. SQD Modificado (MSQD)

Este critério, proposto em [2], é uma modificação do critério SQD [1], levando em conta o fato de que, em (1), a distância entre as duas fdps é medida pelo termo cruzado (o terceiro termo em (2)), já que os dois outros termos podem ser entendidos como normalizações dependentes da fdp. Assim, a função custo pode ser escrita como:

$$J_{\text{MSQD}}(\mathbf{w}) = -\frac{2}{LN_s} \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=0}^{L-1} K_{\sigma\sqrt{2}}(|y(n-j)|^2 - |d_i|^2) \quad (4)$$

que corresponde ao terceiro membro da equação (2).

É importante notar aqui que a função (4) não explora diretamente a estrutura temporal dos sinais envolvidos no processo de equalização, pois não compara $y(n)$ e $s(n)$ em instantes de tempo diferentes. Mesmo assim, analisamos o comportamento do algoritmo tanto no tratamento de sinais decorrelacionados como com sinais correlacionados.

C. Correntropia (COR)

Em [3] é proposta uma nova medida de correlação, definida como uma medida de correlação generalizada, que explora tanto as informações estatísticas quanto temporais do sinal estudado. Esta função foi batizada de correntropia, e é definida de acordo com a equação

$$V_A(m) = E\{K_{\sigma}(A(n) - A(n-m))\} \quad (5)$$

onde $E\{\cdot\}$ denota a esperança matemática, K_{σ} é o kernel gaussiano, A é uma variável estocástica e m é o intervalo entre as amostras dessa variável.

O critério baseado na correntropia busca minimizar a diferença entre a correntropia do sinal transmitido, suposta conhecida, e a correntropia do sinal na saída do equalizador, resultando na função custo

$$J_{\text{COR}}(\mathbf{w}) = \sum_{m=1}^P (V_s[m] - V_y[m])^2 \quad (6)$$

onde P é o número de intervalos usados, V_s é a correntropia do sinal transmitido $s(n)$ e V_y é a correntropia do sinal de saída do equalizador $y(n)$.

É interessante notar que, diferentemente dos outros algoritmos apresentados aqui, além de precisarmos definir o número de intervalos P que queremos explorar, também precisamos definir o tamanho da janela de dados, N , que será utilizada para estimar a medida de correntropia.

III. EFEITO DOS PARÂMETROS DOS CRITÉRIOS SOBRE O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS

Os algoritmos SQD, MSQD e COR possuem dois parâmetros principais que serão estudados aqui: o desvio padrão ou “tamanho” do kernel gaussiano ($\sigma_{\sqrt{2}}$ para o SQD e MSQD, e σ para o COR), e o tamanho da janela de amostras (L para o SQD e MSQD, e o par N e P para o COR). Para avaliar o efeito desses parâmetros, simulamos a equalização de sinais transmitidos pelo canal $h(z)=0.1856-0.9650z^{-1}+0.1856z^{-2}$. Para este estudo, consideramos sinais i.i.d. com modulação BPSK (Binary Phase Shift Key) e sinais correlacionados com modulação AMI (Alternate Mark Inversion), além de sinais gerados através da pré-codificação de sinais BPSK. A TABELA I. abaixo mostra os filtros pré-codificadores usados. O equalizador \mathbf{w} foi implementado como um vetor com 21 elementos nas simulações de desempenho e com dois elementos (w_0 e w_1) nas simulações de superfície. Neste artigo, apresentaremos os resultados mais interessantes das simulações realizadas e as conclusões obtidas a partir da análise de tais resultados.

TABELA I. FILTROS PRÉ-CODIFICADORES UTILIZADOS

| | |
|-----------------|-------------------------------|
| $f_1=[1 \ 0.2]$ | $f_4=[1 \ 0.5 \ 0.2]$ |
| $f_2=[1 \ 0.5]$ | $f_5=[1 \ 0.7 \ 0.5 \ 0.2]$ |
| $f_3=[1 \ 1]$ | $f_6=[0.5 \ 0.7 \ 0.7 \ 0.1]$ |

A. Efeito dos parâmetros sobre o algoritmo SQD

Iniciando pelo estudo do efeito do tamanho do kernel gaussiano no algoritmo SQD, simulamos o algoritmo na equalização de sinais BPSK e AMI. No caso do sinal BPSK, $\sigma_{\sqrt{2}}$ não teve efeito detectável sobre o desempenho do algoritmo. A Fig. 1. mostra os resultados obtidos para o sinal AMI. Os passos de adaptação foram $\mu=0.0001$ para $\sigma_{\sqrt{2}}=1$ e $\mu=6e-5$ para $\sigma_{\sqrt{2}}=5$ e 15. Para facilitar a visualização, estamos omitindo os resultados obtidos para $\sigma_{\sqrt{2}}=10$, pois estes são quase idênticos aos obtidos com $\sigma_{\sqrt{2}}=5$ e 15.

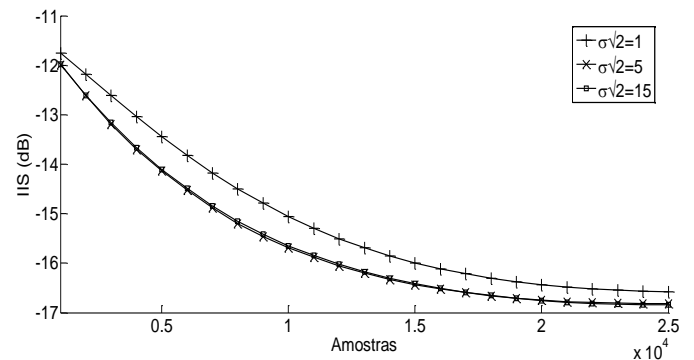


Fig. 1. Desempenho do algoritmo SQD para diversos valores de $\sigma_{\sqrt{2}}$, sinal AMI, canal $h(z)=0.1856-0.9650z^{-1}+0.1856z^{-2}$.

Observamos que na equalização de sinais AMI, $\sigma_{\sqrt{2}}$ teve pouca influência sobre a IIS residual obtida, com todas as curvas convergindo para patamares similares. Notamos uma pequena variação na velocidade de convergência, com a velocidade para $\sigma_{\sqrt{2}}=1$ sendo ligeiramente menor que a velocidade para os demais valores, que tiveram velocidades aproximadamente iguais. Entretanto, o algoritmo nem sempre converge para valores de $\sigma_{\sqrt{2}}$ maiores do que 1. Isto pode ser explicado pelo efeito que tal aumento tem nas superfícies de erro mostradas na Fig. 2.: a superfície se achata, com os vales onde se localizam os mínimos se tornando muito rasos. Esse efeito era esperado, dada a presença de $\sigma_{\sqrt{2}}$ no denominador do kernel gaussiano. Isso pode causar dificuldades na convergência, pois já que os mínimos globais não se destacam significativamente da região circundante, o algoritmo pode “saltá-los” e convergir para um mínimo local ou espúrio.

Confirmando o que foi descrito em [1], verificamos também que o parâmetro $\sigma_{\sqrt{2}}$ afeta o número de mínimos na superfície de erro do critério, com valores maiores de $\sigma_{\sqrt{2}}$ gerando superfícies com um número menor de mínimos. No entanto, tal efeito é mais perceptível quando tratamos de modulações com maior número de símbolos, como o 64-QAM ou nos sinais com pré-codificação, não tendo sido possível observá-lo com sinais BPSK ou AMI.

Os efeitos de $\sigma_{\sqrt{2}}$ sobre a superfície de erro do SQD podem ser visualizados na Fig. 2., que mostra as superfícies para um sinal BPSK pré-codificado pelo filtro $f_3=[1 \ 1]$, transmitido pelo canal $h(z)=1+0.6z^{-1}$ e equalizador com dois elementos, para $L=5$, $\sigma_{\sqrt{2}}=1$ e $\sigma_{\sqrt{2}}=15$.

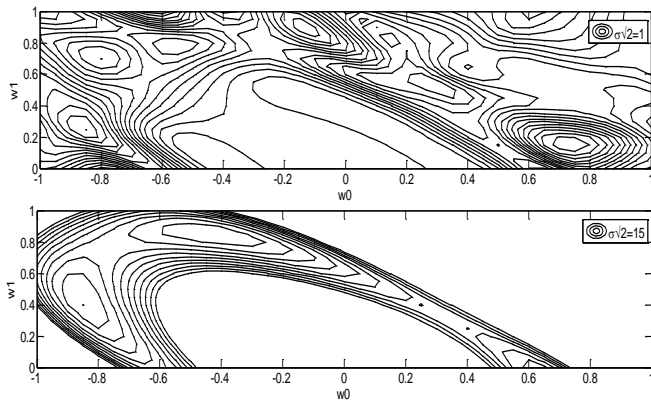


Fig. 2. Superfícies de erro do critério SQD para $\sigma_{\sqrt{2}}=1$ (acima) e $\sigma_{\sqrt{2}}=15$ (abaixo), pré-codificador $f_3=[1 \ 1]$, canal $h(z)=1+0.6z^{-1}$

Em seguida, estudamos o efeito do parâmetro L relacionado ao tamanho da janela de amostras considerada pelo critério SQD. A Fig. 3. abaixo ilustra o comportamento típico do algoritmo. Neste caso, equalizamos um sinal pré-codificado pelo filtro $f_2=[1 \ 0.5]$, mantendo $\sigma_{\sqrt{2}}$ igual a 1 e variando o valor de L . Os passos de adaptação usados foram $\mu=0.01$ para $L=4$, e $\mu=0.02$ para $L=6, 8, 10, 50$ e 100 . Como podemos ver, a IIS residual obtida diminui conforme aumentamos o valor de L . Entretanto, esse efeito diminui conforme L aumenta. A curva para $L=100$ na Fig. 3. ilustra justamente este efeito. O ganho em termos de IIS residual quando aumentamos L de 50 para 100 foi pequeno quando comparado ao ganho obtido quando aumentamos L de 10 para 50. A velocidade de convergência também diminui para valores maiores de L . Em alguns casos, simulações com valores baixos de L não alcançaram convergência. Neste caso, não obtivemos convergência para $L=2$. Outro exemplo disso é a equalização de um sinal pré-

codificado pelo filtro $f_5=[1 \ 0.7 \ 0.5 \ 0.2]$, com inicialização *center spike*, onde só obtivemos convergência com $L=50$.

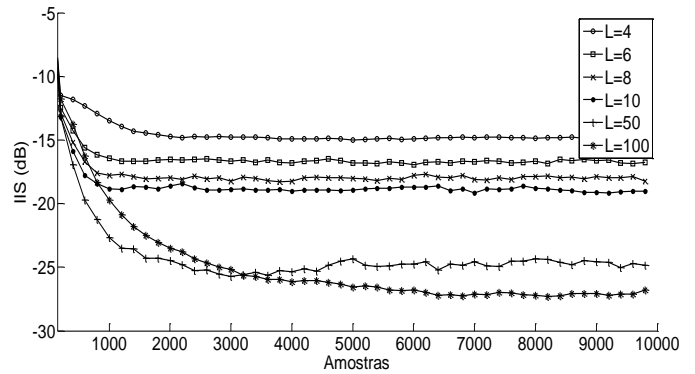


Fig. 3. Desempenho do algoritmo SQD para diversos valores de L , pré-codificador $f_2=[1 \ 0.5]$, canal $h(z)=0.1856-0.9650z^{-1}+0.1856z^{-2}$.

A partir dos resultados práticos, observamos que o valor de L sempre deve ser maior do que a correlação presente no sinal transmitido, de preferência sendo maior ou pelo menos igual a 10. Para o algoritmo SQD, $L=50$ parece ser a melhor escolha, embora seja importante salientar que um valor maior de L não implica necessariamente em um melhor desempenho em termos de IIS residual ou de velocidade de convergência em todos os sistemas.

B. Efeito dos parâmetros sobre o algoritmo MSQD

Como o critério MSQD é uma variação do critério SQD, é razoável supor que os parâmetros $\sigma_{\sqrt{2}}$ e L tenham efeitos similares aos que têm sobre o SQD. Porém, é importante lembrar que a função custo do MSQD (4) não leva em conta as características temporais de $s(n)$ e $y(n)$, o que pode indicar certa dificuldade do algoritmo em lidar com sinais correlacionados.

De fato, nos testes realizados, vimos que o efeito de $\sigma_{\sqrt{2}}$ foi similar ao observado no SQD. Entretanto, como sua função custo é diferente, foi observado que sua superfície de erro praticamente não possui mínimos espúrios. Nos casos onde isto acontece, o aumento de $\sigma_{\sqrt{2}}$ leva à redução desses mínimos. Além disso, o achatamento das superfícies é menos pronunciado.

Analisando o algoritmo em termos de IIS residual, alguns valores de $\sigma_{\sqrt{2}}$ não resultaram em um bom desempenho. Nos casos onde obtivemos convergência com todos os valores testados de $\sigma_{\sqrt{2}}$, este teve pouco efeito sobre a IIS residual obtida. Já em termos de velocidade de convergência, esta foi ligeiramente maior para valores de $\sigma_{\sqrt{2}}$ entre 1 e 5.

É interessante notar que, embora o algoritmo MSQD não explore a estrutura temporal nem de $y(n)$ nem de $s(n)$, somente comparando amostras de um sinal com o outro, o algoritmo teve um desempenho satisfatório na equalização de sinais com correlação entre até duas amostras (sinais pré-codificados pelos filtros $f_1=[1 \ 0.2]$, $f_2=[1 \ 0.5]$ e $f_3=[1 \ 1]$), como pode ser visto no exemplo mostrado na Fig. 4., discutido abaixo. Por outro lado, o algoritmo não convergiu para sinais com correlação entre três ou mais amostras.

O melhor desempenho do MSQD na equalização de sinais com correlação entre duas amostras foi obtido na equalização do sinal pré-codificado pelo filtro $f_3=[1 \ 1]$, mostrado na Fig. 4.. Os passos de adaptação utilizados foram $\mu=0.03$ para $L=2, 4, 6, 8$ e 10 e $\mu=0.02$ para $L=50$.

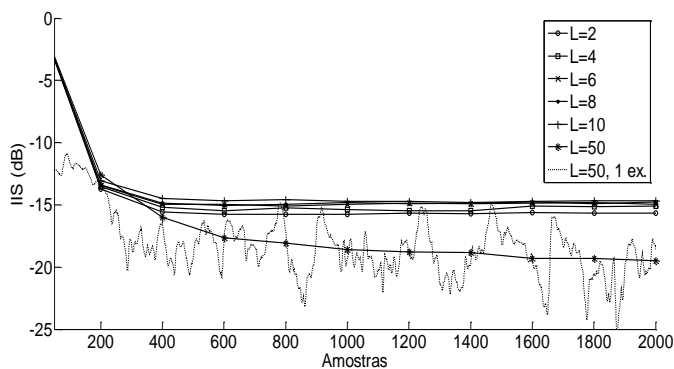


Fig. 4. Desempenho do algoritmo MSQD para diversos valores de L, pré-codificador $f_3=[1 \ 1]$, canal $h(z)=0.1856-0.9650z^{-1}+0.1856z^{-2}$.

Assim como no SQD, observamos que a variação do valor de L leva a um melhor desempenho do algoritmo, com $L=50$ apresentando um resultado perceptivelmente melhor do que os demais. É interessante notar que, neste caso, estamos apresentando as curvas resultantes da média de 300 simulações, pois o algoritmo MSQD apresentou muita oscilação nestas condições. Para ilustrar isso, a Fig. 4. mostra, além das curvas resultantes de 300 simulações, a curva obtida com uma única execução do algoritmo com $L=50$ (linha pontilhada).

C. Efeito dos parâmetros sobre o algoritmo COR

Em [5], os autores analisam a expansão da correntropia em termos de momentos, representada pela equação

$$V = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n \sigma^{2n} n!} E\{A^{2n}\} \quad (7)$$

onde A representa a diferença entre dois processos estocásticos X e Y ($A=X-Y$). Examinando esta equação, vemos que a correntropia envolve somente o uso dos momentos pares de A, e que, conforme o valor de n aumenta, a contribuição dos momentos de ordem mais elevada no valor final da medida é reduzida, devido à presença dos elementos 2^n , σ^{2n} e $n!$ no denominador de (7). Assim, valores maiores de σ levam a correntropia a estar mais próxima do valor do momento de segunda ordem do sinal em questão. Portanto, espera-se que valores menores de σ gerem melhores resultados, uma vez que o algoritmo poderá explorar mais informações sobre os sinais $s(n)$ e $y(n)$.

Além disso, do mesmo modo que no SQD e MSQD (equações (2) e (4)), o aumento de σ leva ao achatamento da superfície de erro do critério.

A Fig. 5. ilustra o desempenho típico do algoritmo quando variamos os parâmetros N e P, em termos de IIS residual. O caso mostrado aqui é a equalização de um sinal pré-codificado pelo filtro $f_6=[0.5 \ 0.7 \ 0.7 \ 0.1]$, com inicialização *center spike*. Os passos de adaptação utilizados foram $\mu=0.002$ para $N=100$ $P=10$, $\mu=0.0001$ para $N=100$ $P=25$ e $N=200$ $P=25$, $\mu=7e-5$ para $N=100$ $P=50$, $\mu=0.0009$ para $N=200$ $P=10$ e $\mu=9e-5$ para $N=200$ $P=50$.

De maneira geral, observamos que valores maiores de N tendem a melhorar o desempenho do algoritmo, visto que permitem uma melhor estimativa da medida de correntropia sendo calculada (equação (5)). No entanto, no caso mostrado na Fig. 5. a melhora de desempenho atinge um limite para $N=100$, com os patamares obtidos para $N=200$ sendo muito similares aos obtidos com $N=100$ $P=10$.

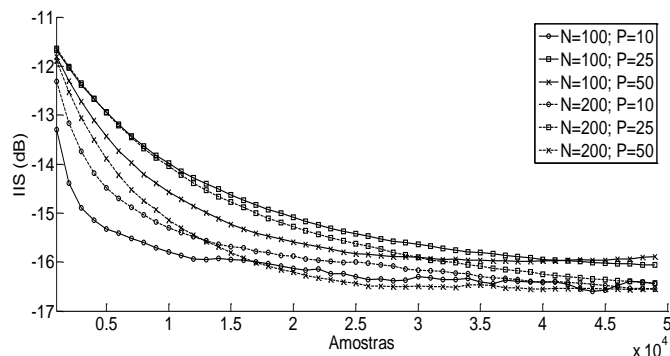


Fig. 5. Desempenho do algoritmo COR para diversos valores de N e P, pré-codificador $f_6=[0.5 \ 0.7 \ 0.7 \ 0.1]$, canal $h(z)=0.1856-0.9650z^{-1}+0.1856z^{-2}$.

Já com relação ao parâmetro P, vê-se que valores maiores tendem a piorar o desempenho do algoritmo. Tal desempenho pode ser explicado pelo efeito de tal parâmetro nas superfícies de erro do critério: o aumento de P leva a um estreitamento dos vales onde se localizam os mínimos, o que pode dificultar a convergência do algoritmo, fazendo-o saltar de um vale para outro.

É interessante notar que o algoritmo da Correntropia apresentou melhores desempenhos na equalização de sinais com correlação entre três ou mais amostras, apresentando consistentemente desempenhos melhores que os do SQD e MSQD na equalização desses sinais. Isso era esperado, uma vez que a medida foi proposta justamente para explorar a correlação presente no sinal.

IV. COMPARAÇÃO DOS DESEMPENHOS DOS ALGORITMOS

Vamos comparar os desempenhos dos algoritmos em duas situações diferentes: na equalização de sinais pré-codificados pelos filtros $f_3=[1 \ 1]$ (Fig. 6.) e $f_5=[1 \ 0.7 \ 0.5 \ 0.2]$ (Fig. 7.), casos que nos permitem ilustrar o desempenho típico observado nos algoritmos durante os testes realizados. Para isso, selecionamos os valores dos parâmetros que apresentaram os melhores resultados, ou, quando não houve diferença notável, selecionamos os menores valores, de modo a reduzir a carga computacional. Os parâmetros utilizados para a simulação na Fig. 6. foram: SQD com $L=2$ e passo de adaptação $\mu=0.008$, MSQD com $L=50$ e $\mu=0.02$ e COR com $N=200$, $P=50$ e $\mu=5e-5$, todos com equalizador com 21 elementos e inicialização *center spike*. Para a Fig. 7. os parâmetros foram: SQD com $L=50$ e passo de adaptação $\mu=0.001$, MSQD com $L=2$ e $\mu=0.002$ e COR com $N=200$, $P=10$ e $\mu=0.003$, com inicialização *center spike* para os algoritmos SQD e COR e inicialização $w=[0 \dots 0 \ 1]$ para o MSQD.

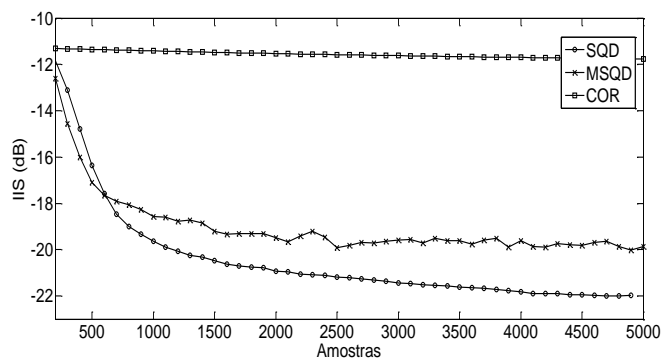


Fig. 6. Comparação do desempenho dos algoritmos, pré-codificador $f_3=[1 \ 1]$, canal $h(z)=0.1856-0.9650z^{-1}+0.1856z^{-2}$.

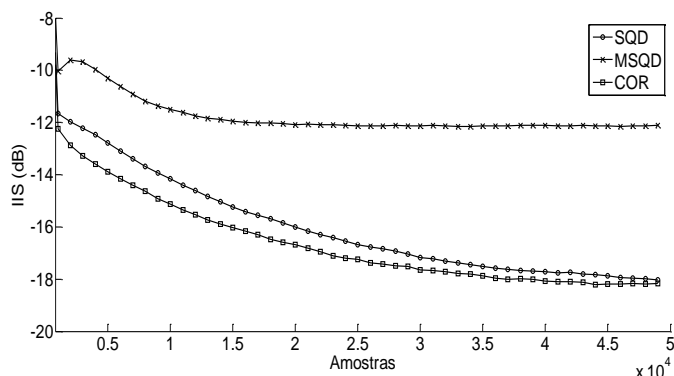


Fig. 7. Comparação do desempenho dos algoritmos, pré-codificador $f_3=[1 \ 0.7 \ 0.5 \ 0.2]$, canal $h(z)=0.1856-0.9650z^{-1}+0.1856z^{-2}$.

Como podemos ver, o algoritmo SQD apresentou resultados satisfatórios nos dois casos testados. O algoritmo MSQD apresentou resultados pouco satisfatórios na equalização de sinais com correlação entre três ou mais amostras, obtendo somente uma redução modesta da IIS. De fato, na maioria dos testes realizados, este algoritmo não convergiu quando o sinal transmitido apresentava uma correlação maior. Tal resultado era esperado, pois o MSQD não explora a estrutura temporal do sinal, ao contrário dos critérios SQD e COR, sendo mais apropriado para sinais com menor correlação.

Por outro lado, o algoritmo COR apresentou melhores resultados na equalização de sinais com correlação entre três ou mais amostras, não convergindo ou apresentando resultados bastante ruins nos casos de sinais descorrelacionados ou com correlação de até duas amostras. Isto é coerente com o fato do critério COR avaliar também as características temporais do sinal recebido, com sinais mais correlacionados fornecendo mais informações para o cálculo da correntropia.

V. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou uma análise dos critérios de equalização cega baseado na distância quadrática entre as fdps (SQD), uma variação deste critério batizada MSQD, e na correntropia (COR).

Iniciamos analisando o efeito do tamanho do kernel gaussiano sobre o desempenho dos algoritmos. Vimos que, embora valores mais altos de $\sigma_{\sqrt{2}}$ gerem superfícies de erro com menos mínimos locais nos critérios SQD e MSQD, o “achatamento” das superfícies de erro faz com que os mínimos se tornem muito rasos, o que pode prejudicar a convergência, principalmente no caso de sinais correlacionados.

O efeito de σ sobre o algoritmo COR é similar, embora também precisemos levar em consideração que valores mais baixos de σ aumentam o número de momentos de ordem elevada usados na estimação da correntropia, fornecendo mais informações sobre os sinais.

Na sequência, analisamos o efeito das janelas de amostras sobre o desempenho dos algoritmos. Vimos que para o SQD e o MSQD valores maiores de L tendem a melhorar o desempenho em termos de IIS residual, embora o ganho possa não justificar o aumento na carga computacional. Assim, não é possível estabelecer nenhuma relação entre o melhor valor de L e a correlação presente no sinal transmitido. No caso do algoritmo COR, os resultados práticos mostraram que, enquanto valores mais altos de N melhoram o desempenho do algoritmo em termos de IIS residual, o mesmo não acontece

com os valores de P , cujo aumento tende a piorar o desempenho.

Com base nesses resultados práticos, podemos sugerir alguns valores para serem usados como “padrão” para os parâmetros σ (ou $\sigma_{\sqrt{2}}$), L , N e P , mostrados na TABELA II. É importante lembrar que, principalmente no caso do tamanho das janelas de amostras L , N e P , alguns sistemas podem apresentar resultados satisfatórios com valores mais baixos do que os recomendados aqui.

TABELA II. VALORES RECOMENDADOS PARA OS PARÂMETROS DOS ALGORITMOS

| | $\sigma_{\sqrt{2}}$ ou σ | L | N | P |
|------|---------------------------------|-----|-----|-----|
| SQD | 1-5 | 50 | - | - |
| MSQD | 1-5 | 10 | - | - |
| COR | 1-5 | - | 200 | 10 |

Ao compararmos os desempenhos dos algoritmos, chegamos à conclusão que o SQD apresenta um bom resultado geral, atingindo convergência com valores satisfatórios de IIS residual sob diversas condições de correlação do sinal transmitido. O MSQD apresenta um bom resultado na equalização de sinais sem correlação ou com correlação de até duas amostras, porém não é indicado para sinais mais correlacionados. O algoritmo COR, por outro lado, apresenta melhores desempenhos na equalização de sinais com correlação entre três ou mais amostras do sinal, sendo mais recomendado nesse caso. Baseado nisto, podemos recomendar o SQD como um algoritmo adequado para uso sob diversas condições diferentes, o MSQD para casos onde há baixa correlação, por apresentar a vantagem de ter baixo custo computacional, e o COR em casos onde há mais correlação entre as amostras.

REFERÊNCIAS

- [1] M. Lázaro, I. Santamaria, D. Erdogmus, H. Kenneth, C. Pantaleón and J. Principe, "Stochastic Blind Equalization Based on PDF Fitting Using Parzen Estimator," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 2, pp. 696-704, 2005.
- [2] M. Lázaro, I. Santamaría and C. Pantaleón, "Matched PDF-Based Blind Equalization," in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 2003.
- [3] I. Santamaria, P. Puskal and J. Principe, "Generalized Correlation Function: Definition, Properties and Application to Blind Equalization," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, no. 6, pp. 2187-2197, 2006.
- [4] E. Parzen, "On Estimation of a Probability Density Function and Mode," *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 33, no. 3, pp. 1065-1076, 1962.
- [5] Z. Yang, A. Walden and E. McCoy, "Correntropy: Implications of nonGaussianity for the moment expansion and deconvolution," *Signal Processing*, no. 91, pp. 864-876, 2011.