

Estimação das Distribuições da Estatística de Teste GRCR sob as Hipóteses \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1

Alan L. Lemes, Dayan A. Guimarães

Resumo—O detector GRCR (*Gerschgorin radii and centers ratio*) foi recentemente proposto para o sensoriamento espectral em sistemas de rádio cognitivo. Seus principais atributos são a baixa complexidade e a robustez frente a potências de sinal e de ruído térmico desiguais e variantes no tempo. Neste artigo apresentam-se os procedimentos e os resultados da análise de aderência da estatística de teste do GRCR a diversas distribuições de probabilidade. Demonstra-se que a distribuição Beta caracteriza adequadamente tal estatística, sob as hipóteses de ausência e presença do sinal sensoriado, permitindo que cálculos teóricos do desempenho e do limiar de decisão do sensoriamento espectral sejam realizados.

Palavras-Chave—Rádio cognitivo, GRCR, teste de aderência, sensoriamento espectral.

Abstract—The GRCR (*Gerschgorin radii and centers ratio*) detector was recently proposed to be applied in spectrum sensing for cognitive radio systems. Its main attributes are the low complexity and the robustness against nonuniform and dynamical thermal noise and received signal power. In this paper are reported the procedures and results concerning the goodness-of-fit of the GRCR test statistic to several probability density functions. It is demonstrated that the Beta distribution adequately characterizes such a statistic, under the hypotheses of absence and presence of the sensed signal, allowing theoretical calculations of the performance and the decision threshold of the spectrum sensing.

Keywords—Cognitive radio, GRCR, goodness-of-fit, spectrum sensing.

I. INTRODUÇÃO

A escassez do espectro de radiofrequências se tornou um dos principais obstáculos à expansão dos atuais serviços de telecomunicações e à criação de novos, principalmente devido à política de alocação fixa das faixas de operação. Com o advento da quinta geração (5G) dos sistemas de telecomunicações e da Internet das coisas (*Internet of things*, IoT) esse problema tenderá a se agravar, pois milhares de dispositivos irão se conectar à internet utilizando tecnologias de comunicação sem fio [1], [2]. Porém, um recente estudo realizado pela FCC (*Federal Communications Commission*), constatou que faixas espectrais já alocadas estão subutilizadas, possuindo taxas de ocupação entre 15% e 80%, a depender da hora e da localização geográfica [3].

O conceito de rádio cognitivo (*cognitive radio*, CR) [4] surgiu como uma promissora solução para o problema da

escassez espectral, na medida que permitirá o uso compartilhado entre os usuários primários (*primary users*, PUs), que são aqueles de detêm o direito de uso de determinada fatia do espectro de radiofrequências, e os usuários secundários (*secondary users*, SUs), os quais acessam faixas primárias ociosas do espectro de forma oportunista, sem comprometer o funcionamento da rede primária. A técnica empregada pelos CRs para auxiliar a rede secundária a identificar essas faixas ociosas é denominada de sensoriamento espectral [5]–[7].

O sensoriamento espectral pode ser realizado de maneira independente por cada SU ou de forma cooperativa, sendo essa última a mais adequada por mitigar o efeito do desvanecimento do canal, do sombreamento e da estação oculta, explorando a diversidade espacial [5], [6]. No sensoriamento espectral cooperativo centralizado com fusão de dados [5], os SUs enviam ao centro de fusão (*fusion center*, FC), por meio de um canal de controle, as amostras por eles coletadas, ou alguma grandeza delas derivada. Após processar os dados recebidos, o FC toma a decisão sobre o estado de ocupação do canal sensoriado, informando sua decisão aos SUs que, por sua vez, passam à etapa de acesso ao canal dado como livre. O sensoriamento cooperativo também pode ser realizado por meio da fusão das decisões de cada SU sobre o canal monitorado. No FC essas decisões são combinadas por meio de operações booleanas e a decisão final é tomada e em seguida informada aos SUs, como no caso da fusão de dados. As decisões globais tomadas pelo FC são mais confiáveis se comparadas com as decisões individuais de cada SU devido à cooperação entre as estações [6].

A. Definição do Problema e Principal Contribuição

O desempenho do sensoriamento espectral é comumente medido por meio da probabilidade de falso alarme, P_{fa} , e da probabilidade de detecção, P_d . A primeira é a probabilidade de se tomar uma decisão global em favor da presença do sinal primário, dado que o canal sensoriado se encontra vago (hipótese \mathcal{H}_0). A segunda é a probabilidade de se decidir em favor da presença do sinal primário dado que, de fato, o canal sensoriado está ocupado (hipótese \mathcal{H}_1) [6]. Matematicamente,

$$P_{fa} = \Pr[T > \lambda | \mathcal{H}_0] = \int_{\lambda}^{\infty} f(t | \mathcal{H}_0) dt = 1 - F(\lambda | \mathcal{H}_0), \quad (1)$$

$$P_d = \Pr[T > \lambda | \mathcal{H}_1] = \int_{\lambda}^{\infty} f(t | \mathcal{H}_1) dt = 1 - F(\lambda | \mathcal{H}_1), \quad (2)$$

em que $\Pr[\cdot]$ denota a probabilidade de ocorrência do evento em questão, T é a estatística de teste computada de acordo com a técnica de sensoriamento escolhida, λ é o limiar de

Alan L. Lemes e Dayan A. Guimarães, Instituto Nacional de Telecomunicações (Inatel), Santa Rita do Sapucaí, MG, Brasil (Tel: +55 (35) 3471 9227, e-mail: alan.lima@mtel.inatel.br, dayan@inatel.br).

Este trabalho foi parcialmente financiado pela Finep, com recursos do Funtel, contrato No 01.14.0231.00, no contexto do projeto Centro de Referência em Radiocomunicações (CRR) do Inatel.

decisão, $f(t|\mathcal{H}_0)$ e $F(t|\mathcal{H}_0)$ são, respectivamente, a função densidade de probabilidade (*probability density function*, PDF) e a função de distribuição cumulativa (*cumulative distribution function*, CDF) de T sob a hipótese \mathcal{H}_0 , e $f(t|\mathcal{H}_1)$ e $F(t|\mathcal{H}_1)$ são respectivamente a PDF e a CDF de T sob \mathcal{H}_1 .

Por meio de (1) e (2) se pode notar que, para calcular as métricas de desempenho de uma técnica de sensoriamento espectral, há que se conhecer $f(t|\mathcal{H}_0)$ e $f(t|\mathcal{H}_1)$ ou, equivalentemente, $F(t|\mathcal{H}_0)$ e $F(t|\mathcal{H}_1)$. Esse conhecimento também se faz necessário para computar o limiar de decisão λ , esse tipicamente configurado para se obter uma taxa de falso alarme constante (*constant false alarm rate*, CFAR). Em outras palavras, λ é calculado para que se atinja a P_{fa} alvo, sendo a P_d governada pela razão sinal-ruído (*signal-to-noise ratio*, SNR) nas entradas dos receptores dos SUs. Então, tem-se que

$$\lambda = F^{-1}(1 - P_{fa}|\mathcal{H}_0). \quad (3)$$

sendo $F^{-1}(\cdot)$ a função inversa de $F(\lambda|\mathcal{H}_0)$ definida em (1).

Em [8] foi proposta uma nova técnica de detecção para sensoriamento espectral, denominada GRCR (*Gerschgorin radii and centers ratio*), a qual se mostrou ser bastante robusta nos cenários de potências de sinal e de ruído desiguais nos SUs, bem como variantes no tempo, situação essa comum na prática. Além disso, o detector GRCR tem a importante propriedade de taxa de falso alarme constante e possui baixa complexidade, pois necessita apenas do cômputo da matriz de covariância do sinal recebido para gerar sua estatística de teste.

Neste artigo são apresentados os procedimentos e os resultados da análise de aderência (*goodness-of-fit*) da estatística de teste do detector GRCR a diversas distribuições de probabilidade, sob as hipóteses de ausência e de presença do sinal sensoriado, culminando com a escolha da distribuição Beta como representativa das PDFs $f(t|\mathcal{H}_0)$ e $f(t|\mathcal{H}_1)$. Adicionalmente são fornecidas expressões fechadas para cálculo de P_{fa} , P_d e λ , e gráficos que relacionam os parâmetros da distribuição Beta com as variáveis sistêmicas. O presente trabalho é imprescindível passo em direção à obtenção das citadas PDFs por meio de métodos analíticos, como o método dos momentos, para que se estabeleçam as relações entre os parâmetros sistêmicos e os parâmetros da distribuição Beta por meio de relações a serem incorporadas nas expressões aqui propostas para cálculo das métricas de desempenho.

B. Trabalhos Relacionados e Estrutura do Artigo

Várias técnicas de sensoriamento espectral foram propostas ao longo dos anos, destacando-se a detecção de energia, a detecção por filtro-casado, a detecção por propriedades ciclo-estacionárias do sinal [5], [6], várias técnicas baseadas nos autovalores da matriz de covariância do sinal recebido [9], e algumas baseadas no teorema dos círculos de Gerschgorin [8], [10]. Pode-se classificar as técnicas de sensoriamento espectral quanto à necessidade de conhecer informações *a priori* sobre o sinal recebido. A detecção de energia e algumas técnicas baseadas em autovalores são consideradas semi-cegas, já que precisam conhecer a potência do ruído na entrada dos receptores dos terminais secundários. Algumas técnicas também são ditas semi-cegas, pois necessitam conhecer características do

sinal primário, como é o caso da detecção por filtro-casado e da detecção por propriedades ciclo-estacionárias. Quando não é necessário o conhecimento prévio sobre o sinal primário e sobre a potência de ruído, a técnica é denominada cega, como é caso de algumas técnicas baseadas em autovalores e das técnicas propostas em [8] e [10].

Em termos da busca pelas distribuições de estatísticas de teste diversas e correspondentes expressões de cálculo das métricas de desempenho, pode-se citar o detector de energia, para o qual o desenvolvimento analítico não é complexo por demais [11], até análises de extrema complexidade, como é o caso de alguns detectores baseados nos autovalores da matriz de covariância do sinal recebido. Como exemplos, em [12] utiliza-se o método dos momentos para parametrizar a distribuição Beta para a estatística de teste denominada de razão de Hadamard, sob a hipótese \mathcal{H}_1 . O método dos momentos é também aplicado em [13] para caracterizar com a distribuição Beta a estatística denominada de teste de esfericidade. Em [14] demonstra-se que a distribuição Gamma, devidamente parametrizada, pode ser utilizada para avaliar o desempenho da técnica baseada em volume. Há outras técnicas de sensoriamento cujo desenvolvimento analítico em busca das distribuições da estatística de teste se torna tão complexo, ou até mesmo intratável matematicamente, que lança-se mão de técnicas empíricas. Por exemplo, em [15] determina-se empiricamente que a PDF Log Pearson 3P pode ser utilizada para caracterizar a estatística de teste da técnica de máximo autovalor sob a hipótese \mathcal{H}_1 .

O restante do artigo está organizado da seguinte maneira: na Seção II é apresentado o modelo de sistema e a técnica GRCR. Na Seção III descreve-se o método empírico utilizado para análise de aderência da correspondente estatística de teste. As relações entre os parâmetros da distribuição Beta selecionada e os parâmetros do sistema são descritas na Seção IV, sendo também apresentadas as expressões de cálculo das métricas de desempenho do sensoriamento. A Seção V traz alguns resultados numéricos para verificação da acurácia dessas expressões e a Seção VI conclui o trabalho.

II. MODELAGEM DO SISTEMA

Neste artigo é considerado sensoriamento espectral centralizado com fusão de dados. Admita que haja m SUs ou um SU com m antenas coletando n amostras (por SU ou por antena) em cada intervalo de sensoriamento. No FC essas amostras formam a matriz $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{m \times n}$. As amostras do sinal transmitido pelos p usuários primários são dispostas na matriz $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{p \times n}$. Tais amostras tem distribuição Gaussiana de média nula e variância unitária, representando assim as variações de envoltória tipicamente presentes em sinais modulados e filtrados. A matriz $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{m \times p}$ é a matriz de canal com elementos h_{ij} , $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, p$ que representam o ganho do canal de sensoriamento entre o p -ésimo PU e j -ésimo SU. De forma a modelar um canal com desvanecimento Rayleigh plano e lento [8], esses elementos são variáveis Gaussianas complexas de média zero e variância unitária, constantes durante o intervalo de sensoriamento. Por último a matriz $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ contém as amostras de ruído aditivo Gaussiano branco (*additive white Gaussian noise*, AWGN)

que contaminam o sinal recebido pelos m SUs. Assim, a matriz de amostras dos sinais recebidos no FC é dada por $\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V}$. De posse de \mathbf{Y} , o FC estima a matriz de covariância do sinal recebido, $\mathbf{R} = \frac{1}{n}\mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger$, em que \dagger denota a operação conjugado transposto. Em seguida, computa a estatística de teste do detector GRCR [8], de acordo com a expressão

$$T = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{(m-1)\sum_{i=1}^m C_i}, \quad (4)$$

em que $R_i = \sum_{j \neq i} |r_{ij}|$ é o raio e $C_i = r_{ii}$ é o centro do i -ésimo círculo de Gerschgorin, para $i, j = 1, 2, \dots, m$, sendo r_{ij} o elemento localizado na i -ésima linha e j -ésima coluna de \mathbf{R} . A constante $1/(m-1)$, não utilizada em [8], garante o suporte $[0, 1]$ para T sem que o desempenho do teste seja afetado. Finalmente, a decisão global é alcançada comparando-se o resultado da estatística de teste com um limiar de decisão λ : se $T > \lambda$ decide-se em favor da presença do sinal primário; caso contrário decide-se em favor de um canal sensoriado livre.

III. TESTE DE ADERÊNCIA

Nesta seção são apresentados os procedimentos e os resultados da análise de aderência da estatística de teste do detector GRCR a diversas distribuições de probabilidade, utilizando o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) [16, p. 330], esse baseado na comparação entre a CDF empírica da estatística de teste com a CDF teórica candidata.

Seja t_i , para $i = 1, 2, \dots, N$, o i -ésimo valor da variável aleatória de decisão T do detector GRCR gerada computacionalmente para um dado conjunto de parâmetros sistêmicos e para a hipótese desejada (\mathcal{H}_0 ou \mathcal{H}_1). A CDF empírica de T pode ser determinada por meio de

$$\hat{F}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_{t_i \leq t}, \quad (5)$$

em que $I_{t_i \leq t}$ é a função indicadora do evento $t_i \leq t$, isto é, $I_{t_i \leq t} = 1$ se $t_i \leq t$ e 0 caso contrário. Por simplicidade de notação, $F(t) = F(t|\mathcal{H}_0)$ ou $F(t) = F(t|\mathcal{H}_1)$, bem como $\hat{F}(t) = \hat{F}(t|\mathcal{H}_0)$ ou $\hat{F}(t) = \hat{F}(t|\mathcal{H}_1)$ conforme se desejar analisar a hipótese \mathcal{H}_0 ou a hipótese \mathcal{H}_1 .

A estatística de Kolmogorov-Smirnov, D , é a maior distância vertical entre $\hat{F}(t)$ e a CDF teórica $F(t)$, ou seja,

$$D = \max_{1 \leq i \leq N} \left| \hat{F}(t_i) - F(t_i) \right| \\ = \max_{1 \leq i \leq N} \left[\hat{F}(t_i) - \frac{i-1}{N}, \frac{i}{N} - \hat{F}(t_i) \right]. \quad (6)$$

A estatística de teste T sob análise se adere de forma satisfatória à distribuição teórica selecionada se D for menor que ou igual ao valor crítico C , este dependente do nível de significância α , o qual, por sua vez, está associado ao grau de rigor do teste de hipóteses que aceitará ou rejeitará a distribuição candidata. Como exemplo, se $\alpha = 0,05$, que é um valor comumente adotado na prática, a probabilidade de se rejeitar incorretamente a hipótese de que a amostra de T pode ser representada pela distribuição candidata é de $\alpha \times 100\% = 5\%$. A Tabela I relaciona níveis de significância com valores críticos, considerando que a amostra da estatística de teste em análise contém N valores, para $N > 35$ [16, p. 330] [17]. Note que um nível de significância maior corresponde a um

valor crítico menor, diminuindo a chance da amostra passar no critério de aceitação. Para $\alpha = 0,05$ tem-se $C \approx 0,019$.

TABELA I

Níveis de significância, α , e valores críticos, C , para o teste de KS

α	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
$C\sqrt{N}$	1,073	1,224	1,358	1,520	1,628

Inicialmente, $N = 5000$ valores da estatística de teste T definida em (4) foram gerados no *software* Matlab para cada uma das hipóteses (\mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1) e para as 54 combinações dos parâmetros sistêmicos: $p = 1$ e 5 PUs; $m = 5, 10$ e 20 SUs; $n = 50, 500$ e 5000 amostras; $\text{SNR} = -20, -10$ e -5 dB.

As 54 amostras foram então exportadas para o *software* EasyFit [18], que é uma ferramenta especializada para testes de aderência. No EasyFit, o teste de Kolmogorov-Smirnov foi realizado com 61 distribuições contínuas candidatas, para todos os níveis de significância listados na Tabela I.

Nas tabelas II e III estão classificadas as distribuições que mais vezes estiveram presentes entre as 10 primeiras colocadas nos 54 testes executados, respectivamente para \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 . A classificação em cada teste foi feita pela ordenação crescente da estatística de Kolmogorov-Smirnov, D , e a classificação final foi feita pela ordenação decrescente do número de aparições de cada distribuição. Nas tabelas estão também listadas as correspondentes médias dos 54 valores de D obtidos por cada distribuição. O valor entre parêntesis após o nome de cada distribuição é o número de parâmetros da correspondente PDF.

TABELA II

Classificação das distribuições candidatas sob \mathcal{H}_0

#	Distribuição	Aparições	D média
1	Log-Pearson 3 (3)	52	0,008556296
2	Beta (2)	51	0,008361667
3	Fatigue Life (3)	51	0,008368519
4	Lognormal (3)	41	0,009145741
5	Nakagami (2)	40	0,009312222
6	Gen. Gamma (4)	31	0,010085926
7	Gamma (3)	24	0,010085926
8	Pearson 6 (4)	23	0,172906111
9	Gen. Extreme Value (3)	22	0,010627037
10	Error (3)	21	0,013667963

TABELA III

Classificação das distribuições candidatas sob \mathcal{H}_1

#	Distribuição	Aparições	D média
1	Fatigue Life (3)	46	0,010028333
2	Log-Pearson 3 (3)	46	0,009832778
3	Gen. Gamma (4)	44	0,009855370
4	Lognormal (3)	42	0,010185556
5	Beta (2)	39	0,009743889
6	Gamma (3)	38	0,010687778
7	Pearson 6 (4)	31	0,064628148
8	Gen. Extreme Value (3)	29	0,010675370
9	Burr (4)	23	0,062330926
10	Pearson 5 (3)	21	0,012681481

Nota-se que apenas a distribuição Pearson 6 produziu valores médios de D maiores que 0,019. Nota-se também que a única distribuição bi-paramétrica presente em ambas as tabelas

é a Beta, tendo sido aceita em todos os testes de aderência com nível de significância $\alpha = 0,05$ (valor crítico $C \approx 0,019$). De fato, ela foi aceita em todos os testes de aderência com o menor valor crítico. Além disso, o valor médio de D da distribuição Beta se situou muito próximo das distribuições concorrentes mais bem colocadas. Sendo assim, conclui-se que a distribuição Beta é adequada para modelar a estatística de teste do detector GRCR sob as hipóteses \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 .

IV. PARAMETRIZAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO BETA

A PDF Beta é dada por $f(t) = \frac{1}{B(\beta_1, \beta_2)} t^{\beta_1-1} (1-t)^{\beta_2-1}$, em que $B(\beta_1, \beta_2) = \Gamma(\beta_1)\Gamma(\beta_2)/\Gamma(\beta_1 + \beta_2)$ é a função Beta, $\Gamma(\cdot)$ é a função Gama, $\beta_1, \beta_2 > 0$ são parâmetros de forma e $0 \leq t \leq 1$. A CDF Beta é definida pela função Beta regularizada incompleta $I_x(\beta_1, \beta_2) = \frac{1}{B(\beta_1, \beta_2)} \int_0^x t^{\beta_1-1} (1-t)^{\beta_2-1}$, essa presente em vários software de cálculo, como o Matlab (função `betainc` e sua inversa `betaincinv`). Então, P_d , P_{fa} e λ podem ser facilmente calculados por meio de

$$P_d = 1 - I_\lambda(\beta_1, \beta_2 | \mathcal{H}_1), \quad (7)$$

$$P_{fa} = 1 - I_\lambda(\beta_1, \beta_2 | \mathcal{H}_0), \quad (8)$$

$$\lambda = I_{1-P_{fa}}^{-1}(\beta_1, \beta_2 | \mathcal{H}_0). \quad (9)$$

Para determinar o mapeamento entre os parâmetros da distribuição Beta e os parâmetros do sistema, $N = 100000$ valores da estatística de teste T definida em (4) foram gerados computacionalmente para cada uma das hipóteses e para cada uma das 512 combinações dos seguintes parâmetros: $p = 1$ e 5 PUs; $m = 5, 10, 15$ e 20 SUs; $n = 50, 500, 1000$ e 5000 amostras; e $\text{SNR} = -20, -19, \dots, -5$ dB. Para cada uma das combinações, β_1 e β_2 foram estimados por máxima verossimilhança, utilizando o comando `betafit` do Matlab, sob \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 . Como resultado, após demorados experimentos computacionais, os valores médios de β_1 e β_2 sob \mathcal{H}_0 estão plotados na Figura 1 em função do número de SUs, m , para diferentes números de amostras, n . Os valores médios de β_1 e β_2 sob \mathcal{H}_1 estão plotados nas Figuras 2, 3, 4 e 5, em função da SNR, para diferentes números de SUs, m , e de PUs, p . Por meio dessas figuras podem ser obtidos, de forma aproximada, os parâmetros da distribuição Beta para vários conjuntos de parâmetros de sistema, permitindo que P_d , P_{fa} e λ possam ser computados utilizando (7), (8) e (9), respectivamente.

V. RESULTADOS NUMÉRICOS

Para ilustrar o grau de precisão dos cálculos teóricos, a Figura 6 mostra o desempenho da técnica de sensoriamento espectral GRCR por meio de curvas ROC (*receiver operating characteristic*), as quais relacionam (7) e (8) à medida que (9) varia. Cada ponto nas curvas obtidas por simulação foi gerado a partir de 50000 eventos de Monte Carlo. Três conjuntos de parâmetros sistêmicos foram arbitrariamente escolhidos: ($p = 1, m = 12, n = 50, \text{SNR} = -10$ dB), ($p = 3, m = 8, n = 500, \text{SNR} = -10$ dB) e ($p = 5, m = 15, n = 5000, \text{SNR} = -20$ dB). Os correspondentes parâmetros da distribuição Beta são: ($\beta_1 | \mathcal{H}_0 \approx 218,1, \beta_2 | \mathcal{H}_0 \approx 1528; \beta_1 | \mathcal{H}_1 \approx 76,5, \beta_2 | \mathcal{H}_1 \approx 450$), ($\beta_1 | \mathcal{H}_0 \approx 99,1, \beta_2 | \mathcal{H}_0 \approx 2402; \beta_1 | \mathcal{H}_1 \approx 44,9, \beta_2 | \mathcal{H}_1 \approx 707$) e ($\beta_1 | \mathcal{H}_0 \approx 371,7, \beta_2 | \mathcal{H}_0 \approx 29272; \beta_1 | \mathcal{H}_1 \approx 373, \beta_2 | \mathcal{H}_1 \approx 28046$). Se pode perceber na Figura 6

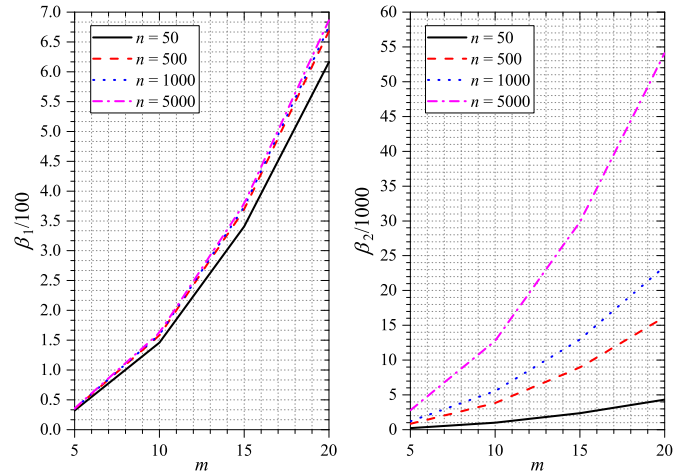


Fig. 1. Parâmetros da PDF Beta sob a hipótese \mathcal{H}_0 . Esta figura é melhor visualizada em cores e ampliada.

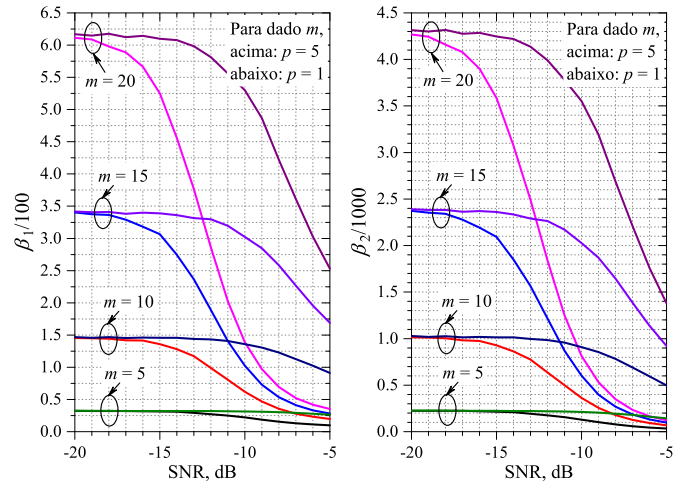


Fig. 2. Parâmetros da PDF Beta sob a hipótese \mathcal{H}_1 para $n = 50$. Esta figura é melhor visualizada em cores e ampliada.

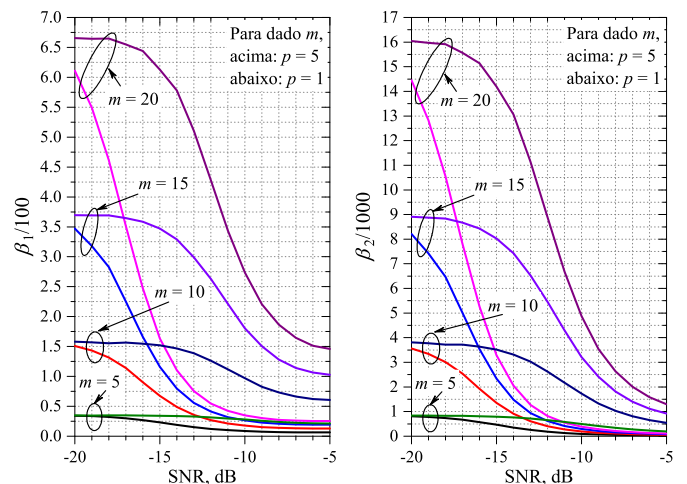


Fig. 3. Parâmetros da PDF Beta sob a hipótese \mathcal{H}_1 para $n = 500$. Esta figura é melhor visualizada em cores e ampliada.

que as curvas teóricas estão próximas das curvas teóricas, com maior proximidade para maiores valores de n , menores SNRs, ou ambos. Como complemento, no caso da curva mais acima, para $P_{fa} = 0,1$ tem-se $\lambda = \text{betaincinv}(0,9, 99,1, 2402) \approx$

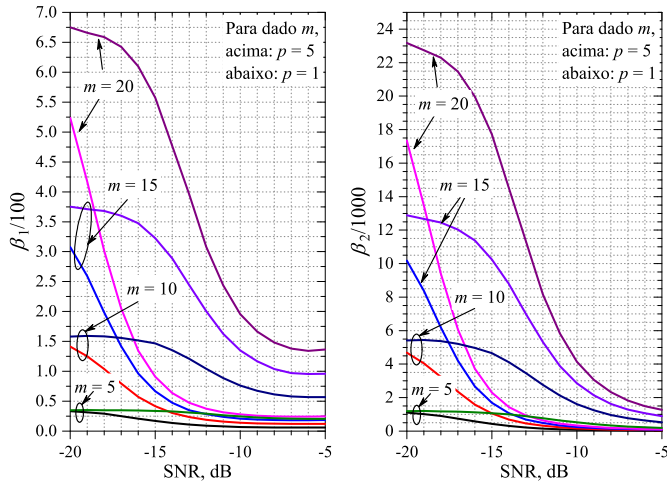


Fig. 4. Parâmetros da PDF Beta sob a hipótese \mathcal{H}_1 para $n = 1000$. Esta figura é melhor visualizada em cores e ampliada.

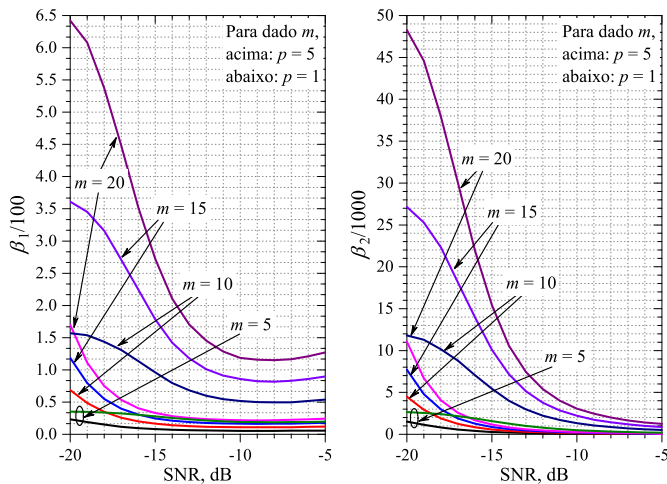


Fig. 5. Parâmetros da PDF Beta sob a hipótese \mathcal{H}_1 para $n = 5000$. Esta figura é melhor visualizada em cores e ampliada.

0,045 e $P_d = 1 - \text{betainc}(0,045, 49,9, 707) \approx 0,96$, valor esse em concordância com a Figura 6.

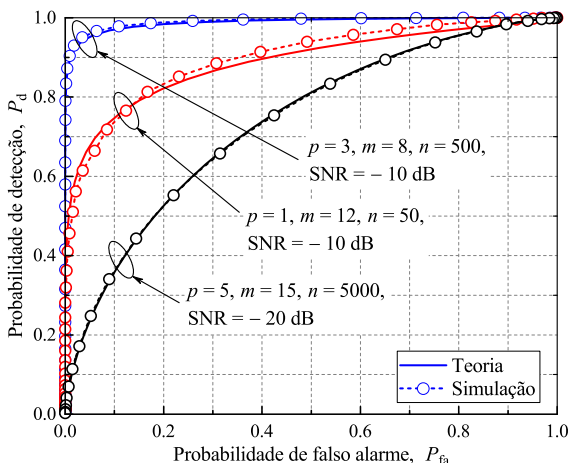


Fig. 6. ROCs teóricas e obtidas via simulação de Monte Carlo

VI. CONCLUSÕES

Neste artigo foram apresentados os procedimentos e os resultados da análise de aderência da estatística de teste do detector GRCR a diversas distribuições de probabilidade. Demonstrou-se que a distribuição Beta caracteriza adequadamente tal estatística, sob as hipóteses de ausência e presença do sinal sensoriado, permitindo que cálculos teóricos das métricas de desempenho e do limiar de decisão do sensoriamento espectral possam ser realizados.

Como continuação das pesquisas pretende-se utilizar o método dos momentos para se estabelecer o mapeamento entre os parâmetros sistêmicos e os parâmetros da distribuição Beta. Tal mapeamento será então incorporado nas expressões de cálculo das métricas de desempenho.

REFERÊNCIAS

- [1] J. G. Andrews, S. Buzzi, W. Choi, S. V. Hanly, A. Lozano, A. C. K. Soong, and J. C. Zhang, "What Will 5G Be?" *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 32, no. 6, pp. 1065–1082, Jun. 2014.
- [2] A. A. Khan, M. H. Rehmani, and A. Rachedi, "Cognitive-radio-based internet of things: Applications, architectures, spectrum related functionalities, and future research directions," *IEEE Wireless Communications*, vol. 24, no. 3, pp. 17–25, 2017.
- [3] I. F. Akyildiz, W.-Y. Lee, M. C. Vuran, and S. Mohanty, "Next generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: A survey," *Computer Networks*, vol. 50, no. 13, pp. 2127–2159, 2006.
- [4] J. Mitola and G. Q. Maguire, "Cognitive Radio: Making Software Radios More Personal," *IEEE Personal Communications*, vol. 6, no. 4, pp. 13–18, Aug. 1999.
- [5] T. Yucek and H. Arslan, "A Survey of Spectrum Sensing Algorithms for Cognitive Radio Applications," *IEEE Communications Surveys Tutorials*, vol. 11, no. 1, pp. 116–130, First 2009.
- [6] I. F. Akyildiz, B. F. Lo, and R. Balakrishnan, "Cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks: A survey," *Physical Communication*, vol. 4, no. 1, pp. 40–62, 2011.
- [7] E. Axell, G. Leus, E. G. Larsson, and H. V. Poor, "Spectrum sensing for cognitive radio : State-of-the-art and recent advances," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 29, no. 3, pp. 101–116, May 2012.
- [8] D. A. Guimarães, "Robust test statistic for cooperative spectrum sensing based on the gerschgorin circle theorem," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 2445–2456, 2018.
- [9] B. Nadler, F. Penna, and R. Garello, "Performance of Eigenvalue-Based Signal Detectors with Known and Unknown Noise Level," in *2011 IEEE Int. Conf. on Commun. (ICC)*, Jun. 2011, pp. 1–5.
- [10] R. Li, L. Huang, Y. Shi, and H. C. So, "Gerschgorin disk-based robust spectrum sensing for cognitive radio," in *2014 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, May 2014, pp. 7278–7282.
- [11] F. F. Digham, M. S. Alouini, and M. K. Simon, "On the energy detection of unknown signals over fading channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 55, no. 1, pp. 21–24, Jan 2007.
- [12] L. Huang, Y. Xiao, H. C. So, and J. Fang, "Accurate performance analysis of Hadamard ratio test for robust spectrum sensing," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, vol. 14, no. 2, pp. 750–758, 2015.
- [13] L. Wei and O. Tirkkonen, "Spectrum sensing in the presence of multiple primary users," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 60, no. 5, pp. 1268–1277, May 2012.
- [14] L. Huang, C. Qian, Y. Xiao, and Q. Zhang, "Performance analysis of volume-based spectrum sensing for cognitive radio," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 14, no. 1, pp. 317–330, 2015.
- [15] J. S. Neto, D. A. Guimarães, and R. A. A. de Souza, "Estimação empírica da distribuição da estatística de teste para o sensoriamento espectral por máximo autovalor sob a hipótese \mathcal{H}_1 ," in *XXX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, Brasília, DF, Setembro 2012*.
- [16] Z. Reynarowych and L. Sachs, *Applied Statistics: A Handbook of Techniques*, ser. Springer Series in Statistics. Springer New York, 2012.
- [17] S. Facchinetti, "A procedure to find exact critical values of kolmogorov-smirnov test," *Statistica Applicata*, vol. 21, no. 3-4, pp. 337–359, 2009.
- [18] MathWave Technologies, Inc., "EasyFit – distribution fitting software," Nov. 2016. [Online]. Available: <http://www.mathwave.com/easyfit-distribution-fitting.html>