

# Efeito da quantização no Compressive Sensing aplicado à imagens

Ronie Santos Mota, Lisandro Lovisolo

**Resumo**— Neste artigo, apresentamos a técnica Compressive Sensing avaliando os efeitos da quantização ao reconstruir imagens tendo como técnicas de reconstrução a minimização por norma  $l_1$  e por norma  $TV$ .

**Palavras-Chave**— Compressive Sensing, processamento de sinais, quantização, reconstrução de imagens.

**Abstract**— In this paper, we present the Compressive Sensing technique evaluating the quantization effects on image reconstruction by having the  $l_1$ -norm and the  $TV$ -norm minimizations as reconstruction techniques.

**Keywords**— Compressive Sensing, signal processing, quantization, image reconstruction.

## I. INTRODUÇÃO

Uma das questões do Compressive Sensing, ou CS [1], é o fato de os sistemas de reconstrução possuírem uma limitação na precisão da reconstrução. O passo de quantização é o que determina qual a taxa será usada pelo sistema para fazer o processo final.

Neste artigo, apresentamos resultados obtidos através da variação dos passos de quantização para as imagens *lena* e *phantom* usando algoritmos baseados em minimização por norma  $l_1$  ou por norma  $TV$  (Total Variation) [5].

O objetivo é o de mostrar a influência da quantização na qualidade de reconstrução de imagens usando CS.

## II. COMPRESSIVE SENSING

A técnica consiste basicamente em explorar a característica da esparsidade dos sinais. Um dado sinal  $x \in \mathbb{R}^N$  é amostrado e comprimido ao mesmo tempo através de um domínio no qual ele é esparso  $\Psi \in \mathbb{R}^{N \times N}$  (resultando em  $s \in \mathbb{R}^N$ ) e uma forma de medições  $\Phi \in \mathbb{R}^{M \times N}$ , com  $M \ll N$  (resultando em  $y \in \mathbb{R}^M$ ). A junção dessas “transformações” dão à transmissão as características de amostragem (matriz  $\Phi$ ) e de compressão (matriz  $\Psi$ ) formando a matriz  $\Theta$ .

$$s = \Psi x, \quad x = \Psi^* s \quad (1)$$

$$y = \Phi x \quad (2)$$

$$y = \Phi \Psi^* x \quad (3)$$

$$y = \Theta x \quad (4)$$

Antes da reconstrução,  $y$  é quantizado em  $\hat{y}$  e enviado para reconstrução. Neste artigo, exploramos duas formas de reconstrução: minimizações por norma  $l_1$  ou por norma  $TV$ . Em ambas, o algoritmo procura por um sinal esparso  $s$  tal que,

Lisandro Lovisolo, Laboratório de Processamento de Sinais, Aplicações Inteligentes e Comunicações, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ, Brasil, E-mails: ronie.mota@hotmail.com, lisandro@uerj.br.

quando aplicado às matrizes de transformação e de medida, respectivamente,  $\Psi$  e  $\Phi$ , resultam num sinal  $y^* \in \mathbb{R}^M$  que é uma aproximação de  $\hat{y}$  de modo que a diferença entre eles seja a mínima possível ou tolerada.

### A. Tópicos na transmissão

Para que a técnica seja eficiente é necessário que:

- As matrizes  $\Phi$  e  $\Psi$  sejam ortonormais, ou seja,

$$\|\psi_i\|_{l_2} = \|\phi_i\|_{l_2} = 1$$

- $\|s\|_{l_0} \ll N$
- As matrizes em questão devem obedecer a Propriedade da Isometria Restrita (em inglês RIP - *Restricted Isometry Property*). Matematicamente:

$$(1 - \delta_S) \|s\|_{l_2}^2 \leq \|\Theta s\|_{l_2}^2 \leq (1 + \delta_S) \|s\|_{l_2}^2$$

Onde,

$$S = \|s\|_{l_0} \text{ medida de esparsidade } \|s\|_{l_0} = \#\{s_i | s_i \neq 0\}$$

$$0 < \delta_S < 1$$

Para mais detalhes sobre a RIP, veja [3]

### B. Reconstrução

O algoritmo resolve um dos seguintes problemas não lineares:

$$\min_s \|s\|_{l_1} \text{ sujeito a } \|\Theta s - \hat{y}\|_{l_2} \leq \epsilon \quad (5)$$

ou

$$\min_s \|s\|_{TV} \text{ sujeito a } \|\Theta s - \hat{y}\|_{l_2} \leq \epsilon \quad (6)$$

Neste artigo, ambos os algoritmos foram usados para o teste da influência da quantização na reconstrução de imagens. O algoritmo usado pode ser baixado em [2]. Além do erro introduzido no passo de quantização, existe também o erro computacional devido à capacidade de processamento do computador usado.

## III. RESULTADOS

Nesta seção, estão todos os gráficos obtidos pelas variações do passo de quantização utilizado para a imagem *lena* ( $N = 256^2$ ). Usamos o ambiente Matlab para o processamento do algoritmo. Foi usado também o método conhecido como SVD [4] (do inglês *Singular Value decomposition*) que fornece reconstruções melhores. O único problema desta, é que a entrada pelo sistema (as características do sinal) precisa ser conhecida para a determinação da saída, o que foge do conceito

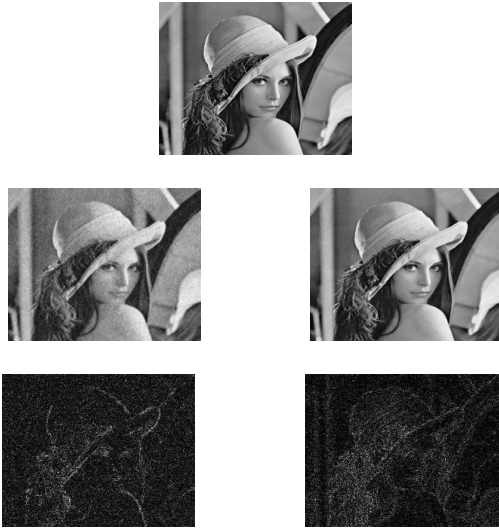


Fig. 1. DCT  $l_1$  (à esquerda) e TV (à direita)  $M = 30k$  e  $q = 1$

de compressive sensing, já que a técnica deve funcionar para qualquer entrada, ou seja, deve ser uma técnica não adaptativa.

Observamos no conjunto de figuras 1 e 3 que, apesar de parecer que a reconstrução por norma TV é mais falha devido a quantidade de “pontos brancos”, ela na verdade fornece uma reconstrução melhor.

O gráficos das figuras 2 e 4 relacionam PSNR com passo de quantização. O valor PSNR (*Peak Singal-to-Noise Ratio*) representa o quão boa foi uma reconstrução. Quanto maior o seu valor, melhor a reconstrução aplicada.

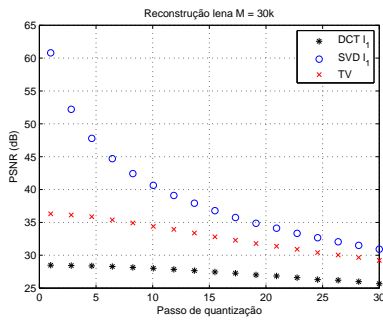


Fig. 2. Relação PSNR e passo de quantização para a imagem *lena*

Este fato é confirmado pelo gráfico da figura 2. Os valores de PSNR para a técnica por minimização TV são sempre maiores que os valores para norma  $l_1$ . Vemos, porém, que o SVD consegue ter um valor muito maior que o TV.

Como dito anteriormente, o SVD não é conveniente para sistemas que trabalhem com imagens de diferentes fontes. Um exemplo disto é a reconstrução da imagem *phantom* (imagem artificial). Na figura 3 percebemos que a reconstrução por norma TV é quase idêntica à imagem original visualmente.

E, como visto no gráfico da figura 4, a minimização de norma TV consegue valores PSNR quase idênticos ao SVD.

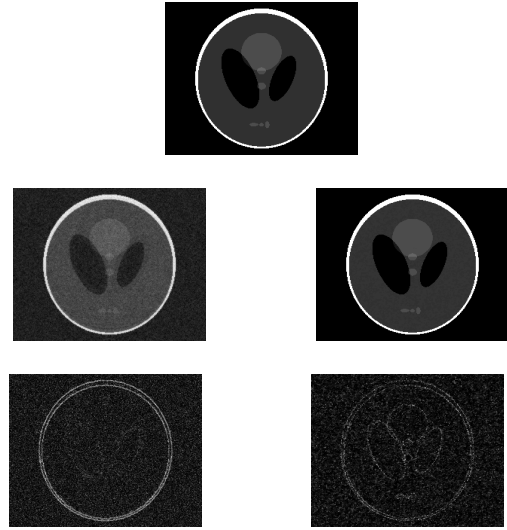


Fig. 3. DCT  $l_1$  (à esquerda) e TV (à direita)  $M = 30k$  e  $q = 1$

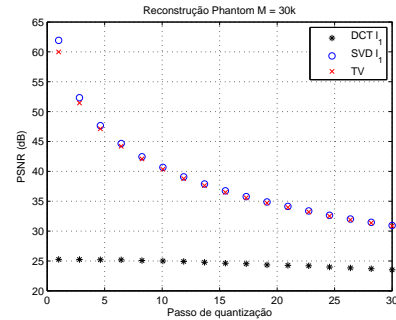


Fig. 4. Relação PSNR e passo de quantização para a imagem *phantom*

#### IV. CONCLUSÕES

O CS é uma técnica que está em fase de aprimoramento. Por exemplo, a minização por norma TV foi a que melhor conseguiu manter um bom nível visual de reconstrução com a variação do passo de quantização. Mesmo assim, ela deve ser mais investigada a fim de aprimoramentos nos algoritmos e, ao mesmo tempo, mudando o paradigma antigo de compressão de imagens.

#### REFERÊNCIAS

- [1] E. J. Candès e M. Wakin. *An introduction to compressive sampling*. *IEEE Signal Processing Magazine*, 25(2), March 2008.
- [2] A. Schulz, E. A. D. da Silva e L. Velho. *Compressive Sensing*. <http://w3.impa.br/~aschulz/CS/index.html>
- [3] E. J. Candès, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 346 (2008). *The restricted isometry property and its implications for compressed sensing*. *ScienceDirect*, April 2008
- [4] Chen, Wei; Jin, Zhaoyang; Liu, Feng; Du, Yiping P., *Application of SVD-based sparsity in compressed sensing susceptibility weighted imaging*. *Biomedical Engineering and Informatics (BMEI)*, 2012 5th International Conference on , vol., no., pp.447,450, 16-18, October 2012.
- [5] Dadkhah, M. R.; Shirani, S.; Deen, M.J., *Compressive sensing with modified Total Variation minimization algorithm*, *Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2010 IEEE International Conference on , vol., no., pp.1310,1313, 14-19 March 2010.