

Um Método Tensorial Eficiente para Estimação Cega de Assinaturas Espaciais

Paulo R. B. Gomes e André L. F. de Almeida

Resumo—Neste artigo considera-se o cenário de *uplink* de um sistema de comunicação sem fio onde M usuários ativos comunicam-se simultaneamente com uma estação-base composta por um arranjo de K antenas receptoras. Um método baseado em modelagem tensorial é proposto para tratar o problema de estimação cega de assinaturas espaciais. O método proposto baseia-se na exploração de múltiplas covariâncias espaciais dos sinais recebidos em blocos de dados sucessivos, as quais são organizadas em um tensor de dados. Tal tensor é modelado através da decomposição tensorial PARATUCK2, a partir da qual um algoritmo iterativo é formulado para a estimação das assinaturas espaciais dos usuários. Uma característica marcante do método proposto está em sua eficiência em tratar o caso em que a matriz de covariância dos usuários é não-diagonal e desconhecida, o que geralmente ocorre quando se trabalha com um número reduzido de *snapshots*.

Palavras-Chave—Estimação de assinatura espacial, processamento de sinais em arranjos, decomposição PARATUCK2.

Abstract—In this article we consider the *uplink* scenario of a wireless communication system where M active users simultaneously communicate with a base station equipped with an array of K receive antennas. A method based on tensor modeling is proposed to address the problem of blind spatial signature estimation. The proposed method is based on exploiting multiple spatial covariances of the signals received in successive data blocks, which are organized into a data tensor. This tensor is modeled by means of the PARATUCK2 tensor decomposition, from which an iterative algorithm is formulated to estimate users' spatial signatures. A distinguishing feature of the proposed method is its efficiency in treating the case where the users' covariance matrix is non-diagonal and unknown, which generally happens when working with a reduced number of snapshots.

Keywords—Spatial signature estimation, array signal processing, PARATUCK2 decomposition.

I. INTRODUÇÃO

A utilização de arranjos de antenas em estações-base tem aumentado consideravelmente nos últimos anos. Este comportamento é oriundo do fato destes arranjos proporcionarem um aumento na capacidade dos sistemas de comunicação assim como uma melhoria na cobertura [1], [2]. No cenário de *uplink*, em que os terminais móveis comunicam-se com a estação-base, um parâmetro importante em sistemas que utilizam arranjos no receptor é a assinatura espacial dos sinais recebidos. Este parâmetro possui informação da direção de chegada dos sinais e possibilita o uso de técnicas de formatação de feixes, possibilitando

o acesso múltiplo por divisão espacial (*Spatial Division Multiple Access* - SDMA) [3].

Diversos métodos matriciais para a estimação de assinatura espacial, e consequentemente da direção de chegada, estão disponíveis na literatura (uma visão geral de métodos clássicos é dada em [4]). Porém os métodos existentes muitas vezes possuem restrições tornando sua utilização inviável em diversas aplicações. Nos últimos anos, os modelos tensoriais PARAFAC (*Parallel Factor Analysis*), PARAFAC2 e PARATUCK2 vêm sendo amplamente utilizados em diversas pesquisas na área de processamento de sinais, principalmente em problemas de estimação de parâmetros em virtude de suas propriedades de unicidade. No que diz respeito a estimação de assinatura espacial, alguns trabalhos abordando o modelo tensorial PARAFAC foram desenvolvidos [5], [6] tornando tais restrições encontradas nos modelos matriciais indiferentes durante a realização da estimação através de modelos tensoriais. Entretanto, estes trabalhos apresentam algumas limitações, pois necessitam que a matriz de covariância dos sinais dos usuários seja perfeitamente conhecida e diagonal. Na prática, este comportamento corresponde a uma decorrelação entre os sinais dos usuários, assim como uma situação em que o número de amostras (*snapshots*) necessárias para o cálculo numérico da covariância é suficientemente grande.

Este trabalho aborda a estimação da assinatura espacial dos usuários para um cenário *uplink*, utilizando covariâncias espaciais dos sinais recebidos no arranjo de antenas. O método proposto assume que a potência dos sinais recebidos permanece constante em um bloco, porém variando de um bloco a outro. Tal fato possibilita reorganizar as múltiplas matrizes de covariância espacial dos sinais recebidos na forma de um tensor de terceira ordem. A estimação das assinaturas espaciais é então realizada utilizando o modelo tensorial PARATUCK2 para o tensor resultante, a partir do qual um algoritmo iterativo é formulado. Neste modelo, diferentemente dos métodos propostos em [3] e [5], a estimação pode ser realizada adequadamente quando os sinais dos usuários são correlacionados e/ou a matriz de covariância dos sinais dos usuários for desconhecida ou não-diagonal, o que torna o método proposto de grande interesse prático. Além disso, será realizada uma comparação do desempenho da estimação da assinatura espacial entre o receptor baseado no modelo PARATUCK2 e o receptor proposto por Rong et al. em [5] o qual é baseado no modelo tensorial PARAFAC.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: A Seção II fornece uma breve descrição dos modelos tensoriais PARAFAC e PARATUCK2. Na Seção III, será apresentada a modelagem do sistema de comunicação para um cenário

de *uplink* com um arranjo de antenas receptoras. O método proposto baseado no modelo PARATUCK2 é apresentado na Seção IV. Os resultados de simulação serão apresentados e discutidos na Seção V, e o artigo é concluído na Seção VI.

Notação: A seguinte notação será utilizada no decorrer deste trabalho: Escalares serão descritos por letras minúsculas (a, b, \dots), vetores por letras minúsculas em negrito ($\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots$), matrizes por letras maiúsculas em negrito ($\mathbf{A}, \mathbf{B}, \dots$) e tensores por letras caligráficas ($\mathcal{A}, \mathcal{B}, \dots$). A pseudo-inversa, transposto, conjugado, conjugado transposto e a norma de Frobenius da matriz \mathbf{A} serão descritos por $\mathbf{A}^\dagger, \mathbf{A}^T, \mathbf{A}^*, \mathbf{A}^H$ e $\|\mathbf{A}\|_F$, respectivamente. O operador $D_i(\mathbf{A})$ forma uma matriz diagonal com argumento igual a i -ésima linha de \mathbf{A} e o operador $\text{vec}(\mathbf{A})$ vetoriza a matriz \mathbf{A} . O produto de Kronecker entre as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} é dado por $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$.

II. DECOMPOSIÇÕES TENSORIAIS PARAFAC E PARATUCK2

No decorrer desta seção serão apresentadas as decomposições tensoriais PARAFAC e PARATUCK2 as quais servirão como base para o desenvolvimento deste trabalho.

A. Decomposição PARAFAC

A decomposição PARAFAC foi proposta na década de setenta por Harshman [7]. Seja $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ um tensor de ordem-3. A decomposição PARAFAC deste tensor é dada, em sua forma escalar, por

$$x_{i_1, i_2, i_3} = \sum_{r=1}^R a_{i_1, r} b_{i_2, r} c_{i_3, r} \quad (1)$$

em que x_{i_1, i_2, i_3} é o (i_1, i_2, i_3) -ésimo elemento do tensor \mathcal{X} e $a_{i_1, r}$, $b_{i_2, r}$ e $c_{i_3, r}$ são os elementos das matrizes fatores $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I_1 \times R}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{I_2 \times R}$ e $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{I_3 \times R}$ respectivamente, e R é definido como sendo o *rank* do tensor \mathcal{X} [9].

A decomposição PARAFAC pode ser representada alternativamente em sua forma matricial utilizando os *slices* frontais do tensor \mathcal{X} . Definindo $\mathbf{X}_{(i_3)} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2}$ como o i_3 -ésimo slice frontal, temos

$$\mathbf{X}_{(i_3)} = \mathbf{A} D_{i_3}(\mathbf{C}) \mathbf{B}^T, \quad i_3 = 1, \dots, I_3, \quad (2)$$

em que $D_{i_3}(\mathbf{C}) \in \mathbb{C}^{R \times R}$ para $i_3 = 1, \dots, I_3$ são matrizes diagonais. O modelo PARAFAC vêm sendo utilizado em diversas áreas do conhecimento devido a sua propriedade de unicidade garantida pela condição de Kruskal [10].

B. Decomposição PARATUCK2

A decomposição PARATUCK2 foi proposta inicialmente em 1996 por Harshman e Lundy [11], sendo considerada uma forma híbrida oriunda das decomposições PARAFAC e TUCKER2.

Para definir a decomposição PARATUCK2, considera-se $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ um tensor de ordem-3, o qual pode ser decomposto em sua forma escalar da seguinte forma

$$x_{i_1, i_2, i_3} = \sum_{r_1=1}^{R_1} \sum_{r_2=1}^{R_2} a_{i_1, r_1} c_{i_3, r_1}^A g_{r_1, r_2} c_{i_3, r_2}^B b_{i_2, r_2} \quad (3)$$

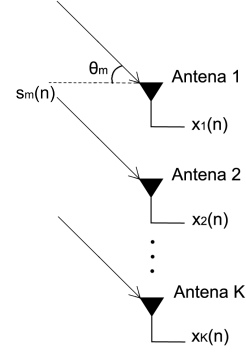


Fig. 1. Arranjo de antenas no receptor.

onde x_{i_1, i_2, i_3} é o (i_1, i_2, i_3) -ésimo elemento do tensor \mathcal{X} e a_{i_1, r_1} , c_{i_3, r_1}^A , g_{r_1, r_2} , c_{i_3, r_2}^B e b_{i_2, r_2} são os elementos das matrizes $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I_1 \times R_1}$, $\mathbf{C}^A \in \mathbb{C}^{I_3 \times R_1}$, $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{R_1 \times R_2}$, $\mathbf{C}^B \in \mathbb{C}^{I_3 \times R_2}$ e $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{I_2 \times R_2}$, respectivamente.

A decomposição PARATUCK2 também pode ser representada em sua forma matricial utilizando os *slices* frontais do tensor \mathcal{X} , como descrito a seguir

$$\mathbf{X}_{(i_3)} = \mathbf{A} D_{i_3}(\mathbf{C}^A) \mathbf{G} D_{i_3}(\mathbf{C}^B) \mathbf{B}^T, \quad i_3 = 1, \dots, I_3, \quad (4)$$

em que $D_{i_3}(\mathbf{C}^A) \in \mathbb{C}^{R_1 \times R_1}$ e $D_{i_3}(\mathbf{C}^B) \in \mathbb{C}^{R_2 \times R_2}$ para $i_3 = 1, \dots, I_3$ são matrizes diagonais construídas a partir da i_3 -ésima linha de \mathbf{A} e \mathbf{B} , respectivamente. A decomposição PARATUCK2 não possui uma condição necessária e suficiente para garantir sua unicidade no caso geral. Porém, a unicidade desta decomposição é garantida quando $R_1 = R_2$ e as matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{G} forem *rank*-coluna completas e \mathbf{G} não possuir elementos nulos [12], [13].

III. MODELAGEM DO SISTEMA

Para a realização da modelagem do receptor, considera-se o cenário de *uplink*, em que os usuários encontram-se suficientemente distantes de forma que a onda eletromagnética recebida é assumida com uma onda plana. Além disso, considera-se que a estação-base é composta por um arranjo de K antenas receptoras como ilustra a Figura 1.

Assumindo que $s_m(n)$ é o sinal do m -ésimo usuário que incide sobre o arranjo de antenas com um ângulo de chegada θ_m , e que o intervalo de observação é menor que o tempo de coerência do canal, o sinal recebido pelo arranjo de antenas é dado por [5]

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{A} \mathbf{s}(n) + \mathbf{v}(n), \quad (5)$$

em que $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_M] \in \mathbb{C}^{K \times M}$ é a matriz de assinatura espacial dos usuários, $\mathbf{s}(n) = [s_1(n), \dots, s_M(n)]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ é o vetor de sinais dos usuários no n -ésimo *snapshot*, e $\mathbf{v}(n) \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ é o vetor de ruído aditivo no n -ésimo *snapshot*.

Assumindo que a matriz de assinatura espacial \mathbf{A} não varia durante um intervalo de observação de N *snapshots*, a Equação (5) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \mathbf{S} + \mathbf{V}, \quad (6)$$

em que $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(N)] \in \mathbb{C}^{K \times N}$ é a matriz que coleta os sinais recebidos, $\mathbf{S} = [\mathbf{s}(1), \dots, \mathbf{s}(N)] \in \mathbb{C}^{M \times N}$ é a matriz

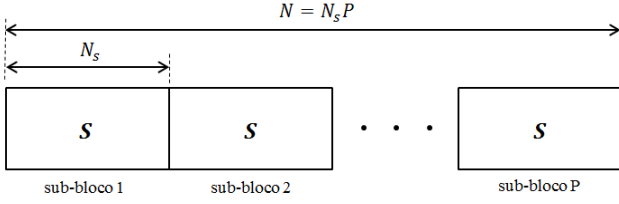


Fig. 2. Representação da transmissão em sub-blocos.

dos sinais dos usuários e $\mathbf{V} = [\mathbf{v}(1), \dots, \mathbf{v}(N)] \in \mathbb{C}^{K \times N}$ é a matriz de ruídos.

Primeiramente, é assumido que os sinais dos diferentes usuários são descorrelacionados. O ruído aditivo é assumido como Gaussiano e branco, e também descorrelacionado dos sinais dos usuários. A matriz de covariância dos sinais recebidos no arranjo de antenas $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{K \times K}$ é dada por

$$\mathbf{R} \triangleq E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\}. \quad (7)$$

Substituindo a Equação (6) na Equação (7), e definindo $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{M \times M}$ como a matriz de covariância dos sinais dos usuários, i.e.

$$\mathbf{Q} \triangleq E\{\mathbf{s}(n)\mathbf{s}^H(n)\} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{s}(n)\mathbf{s}^H(n), \quad (8)$$

então, a Equação (7) pode ser reescrita da seguinte forma

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{Q}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (9)$$

em que σ^2 é a variância do ruído e \mathbf{I} a matriz identidade. A Equação (9) expressa um modelo clássico, em que técnicas matriciais de estimação de assinatura espacial e de direção de chegada são utilizadas. Dentre elas, pode-se citar os algoritmos *Multiple Signal Classification* (MUSIC) e o *Estimation of Signal Parameters by Rotational Invariance Techniques* (ESPRIT) [4].

IV. MÉTODO PROPOSTO

Nesta seção será apresentada uma proposta de receptor baseado no modelo tensorial PARATUCK2. Este receptor foi desenvolvido a partir de um esquema proposto por Rong et al. [5] o qual adiciona a dimensão temporal no processamento do sinal, através do uso de múltiplas matrizes de covariâncias obtidas em blocos de dados sucessivos. Este procedimento ocasiona uma reorganização dos dados na forma de um tensor de ordem-3, proporcionando que a estimação da matriz de assinatura espacial dos usuários seja realizada utilizando um modelo PARAFAC.

Para descrever o modelo proposto em [5], é necessário considerar que as observações realizadas no decorrer dos N snapshots são divididas em P sub-blocos, sendo cada um composto por $N_s = \frac{N}{P}$ snapshots. Em seguida devemos assumir que em cada sub-bloco a potência de transmissão assim como os sinais enviados pelos usuários são constantes, e que nos diferentes sub-blocos a potência de transmissão é modificada como ilustra a Figura 2.

A partir dessas considerações, define-se $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{P \times M}$ como a matriz de potências, em que sua p -ésima linha contém as potências de transmissão dos usuários no p -ésimo sub-bloco. Seja $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{M \times N_s}$ uma matriz cujas linhas contém as

sequências enviadas pelos usuários em cada sub-bloco. A matriz de sinais recebidos no p -ésimo sub-bloco pode ser expressa como

$$[\mathbf{x}_p(1), \dots, \mathbf{x}_p(N_s)] = \mathbf{A}\mathbf{W}_{(p)}\mathbf{S} + [\mathbf{v}_p(1), \dots, \mathbf{v}_p(N_s)] \quad (10)$$

em que $\mathbf{W}_{(p)} = D_{(p)}(\mathbf{P}) \in \mathbb{R}^{M \times M}$ é uma matriz diagonal que contém a potência de transmissão de cada usuário durante o p -ésimo sub-bloco. Definindo a matriz de covariância dos sinais recebidos no p -ésimo sub-bloco como $\mathbf{R}_{(p)} \in \mathbb{C}^{K \times K}$, e utilizando a Equação (7), temos

$$\mathbf{R}_{(p)} = E\{\mathbf{x}_p(n)\mathbf{x}_p^H(n)\}, \quad n = 1, \dots, N_s. \quad (11)$$

Seja

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{N_s} \sum_{n=1}^{N_s} \mathbf{s}(n)\mathbf{s}^H(n), \quad n = 1, \dots, N_s \quad (12)$$

a matriz de covariância dos sinais dos usuários no p -ésimo sub-bloco. Assumindo que os sinais dos usuários são descorrelacionados e que N_s é suficientemente grande, a matriz \mathbf{Q} pode ser aproximada como uma matriz identidade. Neste caso, $\mathbf{R}_{(p)}$ pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\mathbf{R}_{(p)} = \mathbf{A}\mathbf{W}_{(p)}\mathbf{W}_{(p)}^*\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}, \quad p = 1, \dots, P, \quad (13)$$

em que $\mathbf{W}_{(p)} = D_{(p)}(\mathbf{P}) \in \mathbb{R}^{M \times M}$ é uma matriz diagonal que contém a potência de transmissão de cada usuário no p -ésimo sub-bloco. Definindo a matriz diagonal $\mathbf{U}_{(p)} = \mathbf{W}_{(p)}\mathbf{W}_{(p)}$, a matriz $\mathbf{R}_{(p)}$ pode ser reescrita da seguinte forma

$$\mathbf{R}_{(p)} = \mathbf{A}\mathbf{U}_{(p)}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}, \quad (14)$$

em que $\mathbf{U}_{(p)} = D_p(\bar{\mathbf{P}})$ com $\bar{\mathbf{P}} \in \mathbb{R}^{P \times M}$. Nesse caso, a p -ésima linha de $\bar{\mathbf{P}}$ contém o produto entre as potências de transmissão dos usuários no p -ésimo sub-bloco. A partir disso, temos

$$\mathbf{R}_{(p)} = \mathbf{A}D_p(\bar{\mathbf{P}})\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}, \quad p = 1, \dots, P. \quad (15)$$

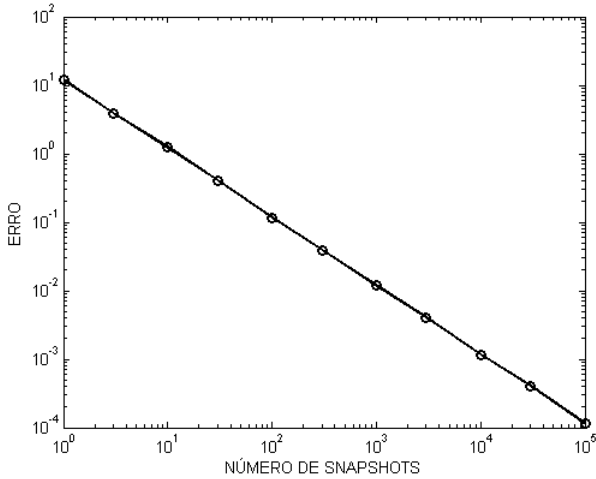
A Equação (15) representa o modelo de receptor proposto por Rong et al. [5] baseado na decomposição PARAFAC utilizada para estimar a matriz de assinatura espacial dos usuários. Nesse modelo, os slices frontais do tensor $\mathcal{R} \in \mathbb{C}^{K \times K \times P}$ são as matrizes de covariância dos sinais recebidos no arranjo de antenas. Realizando uma comparação entre a parte do sinal útil da Equação (15) e a Equação (2), as seguintes correspondências são válidas:

$$\begin{aligned} (I_1, I_2, I_3, R) &\leftrightarrow (K, K, P, M) \\ (\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}) &\leftrightarrow (\mathbf{A}, \mathbf{A}^*, \bar{\mathbf{P}}) \end{aligned} \quad (16)$$

A. Receptor Baseado no Modelo PARATUCK2

No modelo proposto em [5], dado pela Equação (15), é considerado que a matriz de covariância dos sinais dos usuários é uma matriz identidade como descrito na Equação (13). Para que esta característica seja garantida é necessário que os sinais dos diferentes usuários sejam totalmente descorrelacionados. Porém, na prática essa relação dificilmente ocorre, uma vez que \mathbf{Q} será uma identidade exata no caso assintótico

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{s}(n)\mathbf{s}^H(n) = \mathbf{I} \quad (17)$$


 Fig. 3. Erro vs. número de *snapshots*.

ou seja, é necessário um número elevado de *snapshots* para garantir que a Equação (17) seja aproximada com boa precisão. Definindo $ERRO = \|\mathbf{Q} - \mathbf{I}\|_F^2$, o erro de aproximação de \mathbf{Q} como uma matriz identidade em função do número de *snapshots* é ilustrado na Figura 3.

Em aplicações com baixa tolerância ao atraso de processamento, um número elevado de observações pode ser inviável, sendo desejável um modelo que possa realizar a estimação da matriz de assinatura espacial dos usuários utilizando um número reduzido de *snapshots*, ou seja, descartando a necessidade de que \mathbf{Q} seja uma matriz identidade. Supondo agora que a matriz de covariância \mathbf{Q} dos usuários têm uma estrutura arbitrária, a Equação (13) pode ser reescrita da seguinte forma

$$\mathbf{R}_{(p)} = \mathbf{A}D_p(\mathbf{P})\mathbf{Q}D_p(\mathbf{P})\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}, \quad p = 1, \dots, P. \quad (18)$$

Note que esta é a forma matricial do modelo PARATUCK2 onde os slices frontais do tensor $\mathcal{R} \in \mathbb{C}^{K \times K \times P}$ são as matrizes de covariância dos sinais recebidos no arranjo de antenas. Realizando uma comparação entre a Equação (18) e a Equação (4) as seguintes correspondências são válidas:

$$\begin{aligned} (I_1, I_2, I_3, R_1, R_2) &\leftrightarrow (K, K, P, M, M) \\ (\mathbf{A}, \mathbf{C}^A, \mathbf{G}, \mathbf{C}^B, \mathbf{B}) &\leftrightarrow (\mathbf{A}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}, \mathbf{P}, \mathbf{A}^*) \end{aligned} \quad (19)$$

Neste modelo assume-se naturalmente $\mathbf{Q} \neq \mathbf{I}$, ou seja, a estimação da matriz de assinatura espacial pode ser realizada utilizando um número reduzido de *snapshots*. Este fato acarreta um tempo de observação menor, sendo mais razoável assumir que o tempo de coerência do canal é maior do que o intervalo de observação, e que a matriz de assinatura espacial é invariante durante este intervalo. Além disso, o modelo PARATUCK2 proposto torna possível uma estimação adequada quando os usuários são correlacionados, situação em que a matriz de covariância não é diagonal. Nesta situação, o método proposto em [5] não se aplica.

B. Algoritmo ALS-PARATUCK2

Assume-se que a matriz de potências \mathbf{P} é conhecida no receptor. Propõe-se minimizar a seguinte função custo:

$$f(\mathbf{A}, \mathbf{Q}, \mathbf{B}) = \min_{\mathbf{A}, \mathbf{Q}, \mathbf{B}} \sum_{p=1}^P \|\mathbf{R}_{(p)} - \mathbf{A}D_p(\mathbf{P})\mathbf{Q}D_p(\mathbf{P})\mathbf{B}^T\|_F^2. \quad (20)$$

Sendo esta uma função não linear nos parâmetros a serem estimados, propõe-se utilizar um método iterativo baseado no algoritmo de mínimos quadrados alternados (do inglês, ALS - *Alternating Least Squares*) [14]. O algoritmo ALS-PARATUCK2 proposto neste trabalho consiste em estimações alternadas de cada uma das matrizes \mathbf{A} , \mathbf{Q} , e \mathbf{B} . Cada iteração do algoritmo é composta por duas etapas. Em cada etapa, a estimativa de cada uma das matrizes é obtida, condicionada aos valores estimados das outras duas matrizes em iterações anteriores. Os passos utilizados para a realização da estimação serão descritos a seguir:

Algoritmo ALS-PARATUCK2

1. Inicialize \mathbf{Q} e \mathbf{B} aleatoriamente;

2. Atualizando \mathbf{A} :

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= [\mathbf{R}_{(1)} \dots \mathbf{R}_{(P)}]; \\ \mathbf{F}_{(p)} &= D_p(\mathbf{P})\mathbf{Q}D_p(\mathbf{P})\mathbf{B}^T, \quad p = 1, \dots, P; \\ \mathbf{F} &= [\mathbf{F}_{(1)} \dots \mathbf{F}_{(P)}]; \\ \text{Atualize } \mathbf{A} &= \mathbf{R}\mathbf{F}^\dagger; \end{aligned}$$

3. Atualizando \mathbf{Q} :

$$\text{vec}(\mathbf{R}) = \begin{bmatrix} \text{vec}(\mathbf{R}_{(1)}) \\ \vdots \\ \text{vec}(\mathbf{R}_{(P)}) \end{bmatrix}; \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}D_1(\mathbf{P}) \otimes \mathbf{A}D_1(\mathbf{P}) \\ \vdots \\ \mathbf{B}D_P(\mathbf{P}) \otimes \mathbf{A}D_P(\mathbf{P}) \end{bmatrix}$$

$$\text{Atualize } \text{vec}(\mathbf{Q}) = \mathbf{Z}^\dagger \text{vec}(\mathbf{R});$$

4. Atualizando \mathbf{B} :

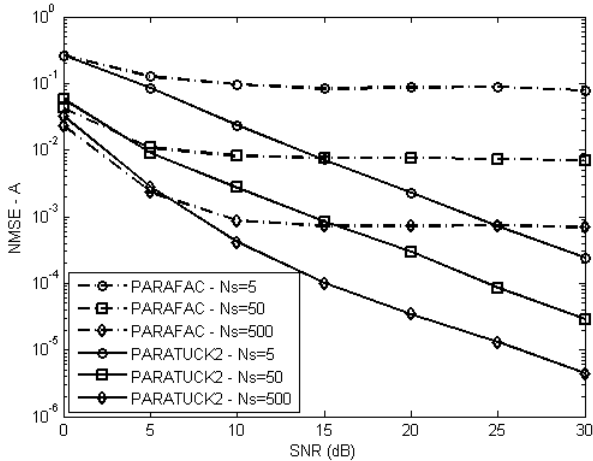
$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{(p)} &= \mathbf{A}D_p(\mathbf{P})\mathbf{Q}D_p(\mathbf{P}), \quad p = 1, \dots, P. \\ \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{(P)} \end{bmatrix}; \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{F}_{(P)} \end{bmatrix} \\ \text{Atualize } \mathbf{B} &= (\mathbf{F}^\dagger \mathbf{R})^T; \end{aligned}$$

5. Repetir os passos 2-4 até a convergência.

A convergência do algoritmo é assumida quando a diferença entre os tensores original e estimado não varia consideravelmente entre duas iterações sucessivas. Sendo $e_{(i)}$ uma medida de erro na i -ésima iteração, é assumido que o algoritmo converge quando $\|e_{(i)} - e_{(i-1)}\| = 10^{-6}$.

V. SIMULAÇÕES

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos através de simulações computacionais. Os resultados promovem uma comparação entre as estimações realizadas utilizando as técnicas matriciais MUSIC e ESPRIT [4], o Limite Inferior de Cramér-Rao (*Cramér-Rao Lower Bound* - CRLB) para o modelo clássico [8], o receptor baseado no modelo PARAFAC [5] e o método proposto neste trabalho. As simulações foram realizadas utilizando modulação BPSK para todos os usuários e $P = 25$ sub-blocos com um total de 1000 realizações de Monte Carlo.

Fig. 4. NMSE-A vs. SNR (dB) para $K = 3$, $M = 4$ e $P = 25$.

Na Figura 4 são comparados os desempenhos utilizando como métrica o erro de estimação NMSE. Para $N_s = 5$ o NMSE estabiliza com valores na ordem de 10^0 e 10^{-1} para uma relação sinal-ruído (SNR) variando de 0 a 30dB. Com o aumento do número de *snapshots* percebe-se uma melhora na estimação. Para $N_s = 50$ e 500 respectivamente, observa-se que o NMSE estabiliza-se com valores na ordem de 10^{-2} e 10^{-3} para valores de SNR maiores que 10dB, tornando a utilização do modelo PARAFAC inviável em aplicações que utilizam um número reduzido de *snapshots* por sub-bloco, nestas situações temos $\mathbf{Q} \neq \mathbf{I}$ como descrito na Equação (18). Com relação ao receptor proposto observa-se que seu desempenho melhora com o aumento de N_s . Além disso, contrariamente ao estimador PARAFAC, a abordagem proposta não apresenta nenhuma saturação nas curvas de NMSE com o aumento da SNR. À medida que a SNR aumenta, observa-se um decréscimo praticamente linear do NMSE alcançando valores na ordem de 10^{-3} , 10^{-4} e 10^{-5} para $N_s = 5$, 50 e 500 para uma SNR de 30dB.

A Figura 5 apresenta a análise do desempenho da estimação dos ângulos de chegada dos sinais utilizando como métrica o RMSE. Para os parâmetros utilizados nesta simulação observa-se que o RMSE estabiliza com valores na ordem de 10^0 quando o modelo PARAFAC é utilizado. Com relação a utilização do MUSIC e ESPRIT observa-se um comportamento semelhante entre eles apresentando um decréscimo linear do RMSE com o aumento da SNR, alcançando valores na ordem de 10^{-1} para valores de SNR superiores a 15dB tornando a utilização destas técnicas mais adequadas em comparação ao modelo PARAFAC. Já o receptor proposto apresenta um desempenho superior em relação aos demais, sendo alcançados valores de RMSE na ordem de 10^{-2} para uma SNR de aproximadamente 30dB. Além disso observa-se um ganho de aproximadamente 8dB com relação ao MUSIC e ESPRIT. A partir de tais resultados percebe-se que o receptor proposto apresenta-se como uma solução eficiente para a estimação de assinaturas espaciais.

VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposto um método para a estimação da matriz de assinaturas espaciais baseado na decomposição tensorial PARATUCK2. Os resultados obtidos apresentaram

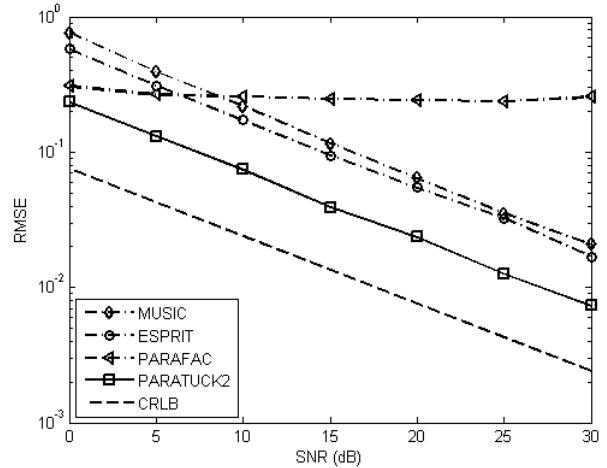


Fig. 5. RMSE vs. SNR (dB) para $K = 6$, $M = 2$, $N_s = 40$ e $P = 25$. desempenho satisfatório com relação ao NMSE e RMSE para cenários em que a matriz de covariância dos sinais dos usuários são não-diagonais, o que geralmente ocorre quando o número de *snapshots* é reduzido ou os usuários são correlacionados. Como perspectivas para trabalhos futuros pode-se citar a extensão deste método para sistemas CDMA que utilizam códigos não ortogonais, assim como para sistemas de comunicações cooperativos.

REFERÊNCIAS

- [1] J. H. Winters, "Smart antennas for wireless systems," *IEEE Pers. Commun.*, vol. 5, no. 1, pp. 23-27, Feb. 1998.
- [2] B. Ottersten, "Array processing for wireless communications," *Proc. 8th IEEE Signal Processing Workshop Statistical Signal Array Process.*, Corfu, Greece, Jul. 1996, pp. 466-473.
- [3] Y. Rong, "Blind signal spatial signature estimation using PARAFAC model," Master's thesis, Gerhard Mercator University, 2002.
- [4] H. Krim and M. Viberg, "Two decades of array signal processing research: The parametric approach," *IEEE Sig. Process. Mag.*, vol. 13, no. 4, pp. 67-94, Jul. 1996.
- [5] Y. Rong, S. A. Vorobyov, A. B. Gershman, and N. D. Sidiropoulos, "Blind spatial signature estimation via time-varying user power loading and parallel factor analysis," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 53, no. 5, pp. 1697-1710, May. 2005.
- [6] N. D. Sidiropoulos, R. Bro, and G. B. Giannakis, "Parallel factor analysis in sensor array processing," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 48, no. 8, pp. 2377-2388, Aug. 2000.
- [7] R. Harshman, "Foundations of the PARAFAC procedure: Models and conditions for an "explanatory" multimodal factor analysis," *UCLA Working Papers in Phonetics*, vol. 16, pp. 1-84, 1970.
- [8] S. Kay, "Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory," vol. 1, New Jersey: Prentice Hall, 1993.
- [9] A. L. F. de Almeida, G. Favier, and J. C. M. Mota, "PARAFAC-based unified tensor modeling for wireless communication systems with application to blind multiuser equalization," *Signal Processing*, vol. 87, no. 2, pp. 337-351, 2007.
- [10] T. G. Kolda and B. W. Bader, "Tensor decompositions and applications," *Society for Industrial and Applied Mathematics*, vol. 51, no. 3, pp. 455-500, 2009.
- [11] R. A. Harshman and M. E. Lundy, "Uniqueness proof for a family of models sharing features of Tucker's three-mode factor analysis and PARAFAC/CANDECOMP," *Psychometrika*, vol. 61, no. 1, pp. 133-154, Mar. 1996.
- [12] A. Kibangou and G. Favier, "Blind joint identification and equalization of Wiener-Hammerstein communication channels using PARATUCK-2 tensor decomposition," in *15th European Signal Processing Conference*, Poznan, Poland, Sep. 2007, pp. 1516-1520.
- [13] A. L. F. de Almeida, G. Favier, and J. C. M. Mota, "Space-time spreading-multiplexing for MIMO wireless communication systems using the PARATUCK-2 tensor model," *Signal Processing*, vol. 89, pp. 2103-2116, 2009.
- [14] R. Bro, *Multi-way Analysis in the Food Industry: Models, Algorithms and Applications*. PhD thesis, University Denmark, 1998.