

Modelagem Tensorial Para Estimação de Parâmetros em Arranjos *L-shape* de Antenas Vetoriais

Jordan S. de Paiva e André L. F. de Almeida

Resumo—O presente trabalho apresenta uma abordagem tensorial para a modelagem e estimação de parâmetros em arranjos de antenas vetoriais *L-shape*. Fazendo uso da decomposição PARAFAC, um método de estimação das direções de chegada e polarizações das fontes é formulado. O método proposto é baseado na combinação de dois modelos PARAFAC que caracterizam globalmente o sinal recebido em um arranjo vetorial *L-shape*, permitindo explorar eficientemente a polarização das ondas eletromagnéticas incidentes. A estimação dos parâmetros (ângulos de chegada e polarização) é obtida a partir do algoritmo de mínimos quadrados alternados. Os resultados de simulação apresentados corroboram o desempenho satisfatório oferecido pelo método proposto.

Palavras-Chave—Antenas vetoriais, arranjos *L-shape*, modelagem tensorial, PARAFAC.

Abstract—This paper presents a tensorial approach for the modeling and estimation of parameters in *L-shape* vector antenna arrays. Making use of the PARAFAC decomposition, we propose a method for estimating the directions of arrival and polarizations of the sources. The proposed method is based on the combination of two PARAFAC models that globally characterize the received signal in an *L-shape* vector antenna array, allowing to efficiently exploit the polarization of the impinging electromagnetic waves. The estimation of the parameters (directions of arrival and polarization) is obtained by means of an alternating least squares algorithm. Simulation results are presented to corroborate the satisfactory performance of the proposed method.

Keywords—Vector antennas, *L-shape* arrays, tensor modeling, PARAFAC.

I. INTRODUÇÃO

A noção de “antenas vetoriais eletromagnéticas” foi introduzida por Nehorai e Paldi em [1] distinguindo das antenas comuns, ou “escalares”, e consiste em duas tríades ortogonais de antenas do tipo “dípolo” e “loop”, dispostas sobre um centro de fase comum, produzindo como sinal de saída, um vetor contendo as medidas das seis componentes do campo eletromagnético incidente, permitindo estimar a direção de chegada de ondas incidentes com polarização arbitrária, um problema desafiador para antenas escalares.

Em sistema de comunicações sem fio, o uso da informação de polarização tem demonstrado melhorar significativamente a capacidade dos sistemas de comunicação [2], e ganhos extras na capacidade de canal [3]. O uso de antenas vetoriais eletromagnéticas ganhou popularidade recente em processamento de sinais, ao melhorar o desempenho de técnicas de localização de fontes de alta resolução [4]. Em [5], foi proposta uma abordagem original para o estudo das condições de identificabilidade espacial de múltiplas

fontes com arranjos de antenas vetoriais eletromagnéticas, usando a decomposição tensorial CANDECOMP (CANonical DECOMPosition)/PARAFAC (PARAllel FACtors), ou CP [11],[7].

As decomposições tensoriais são ferramentas oriundas da álgebra multilinear que apresentam grande potencial em problemas de modelagem de dados multidimensionais, processamento de sinais, estimação de parâmetros, tendo se destacado também na solução de problemas de modelagem do canal de propagação, e localização espacial de multipercursos [9]-[13].

Este trabalho utiliza a decomposição tensorial na modelagem de um arranjo em formato-L (*L-shape*) de antenas vetoriais eletromagnéticas. A partir do modelo desenvolvido, é formulado um método de estimação das direções de chegada e polarizações das fontes, baseado na combinação de dois modelos PARAFAC que caracterizam globalmente o sinal recebido em um arranjo vetorial *L-shape*. A estimação dos parâmetros (ângulos de chegada e polarização) é obtida a partir do algoritmo de mínimos quadrados alternados. A abordagem proposta permite explorar eficientemente a polarização das ondas eletromagnéticas incidentes, tornando possível distinguir fontes de forma totalmente cega, ou seja, sem o uso obrigatório de sequências de treinamento.

O artigo está organizado da seguinte forma: A seção II apresenta o modelo de sinal para um Arranjo Linear Uniforme em formato de L, descreve o estado de polarização e a forma do sinal medido em um sensor vetorial, a seção III introduz a decomposição tensorial CP como forma de expressar o sinal da seção anterior e que será utilizada na seção IV para representar a proposta de modelo tensorial para avaliação do arranjo de antenas vetoriais usando o método ALS para estimação dos parâmetros dos sinais. Finalmente, na seção V são apresentados os resultados da simulação, e a seção VI conclui este trabalho.

Notação: Ao longo do artigo para valores escalares utiliza-se letras minúsculas (a, b, \dots), para vetores e matrizes negrito com letras minúsculas ($\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots$), e letras maiúsculas ($\mathbf{A}, \mathbf{B}, \dots$), respectivamente, e para tensores a notação \mathcal{X} . \mathbf{A}_i representa a i -ésima linha da matriz $\mathbf{A}_{I \times J}$. A transposta de uma Matriz por \mathbf{A}^T . O produto de Kronecker por \otimes , o operador pseudoinversa por \dagger , enquanto que $\text{diag}(\cdot)$ é o operador que forma a diagonal de um vetor como argumento, e finalmente para $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I \times K}$ e $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{J \times K}$, o produto Khatri-Rao, por \odot , sendo definido como:

$$\mathbf{A} \odot \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_I) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{JI \times K}$$

II. MODELO DE SINAL

A. Arranjo Linear Uniforme L-shape

Um arranjo bastante simples para coleta de informações mais completas do sinal é a estrutura Formato-L (*L-shape*) que consiste em dois arranjos lineares uniformes (ULA) conectados ortogonalmente nas suas extremidades, permitindo identificar o ângulo de elevação ϕ em relação ao eixo vertical z e o ângulo de azimute θ em relação ao eixo horizontal x .

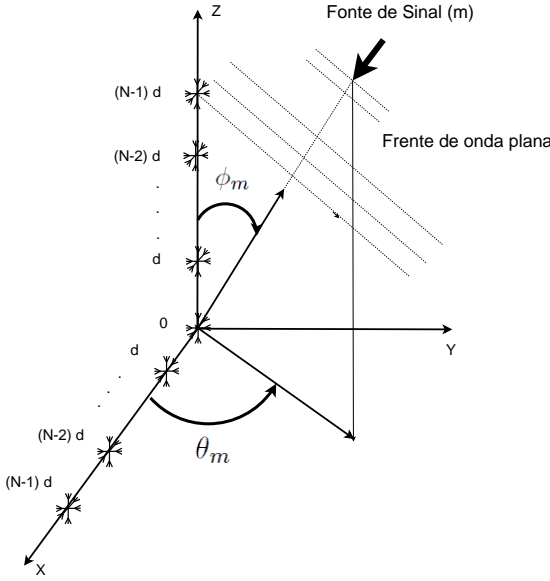


Fig. 1. Arranjo *L-shape* com antenas vetoriais

Desta forma, considerando um arranjo em formato L, conforme Fig. 1, composto por $2N + 1$ sensores, uniformemente espaçados por uma distância d , com M fontes de ondas planas incidentes, de faixa estreita e com mesma frequência de portadora (ω), temos que o sinal da m -ésima fonte, $\mathbf{s}_m(t)$, incidente no n -ésimo sensor dos eixos x e z no instante t , com $g_n(\theta_m, \phi_m)$ sendo o ganho do sensor n na direção (θ_m, ϕ_m) , será dado por:

$$\mathbf{x}_{n,m}(t) = g_n(\theta_m, \phi_m) \mathbf{s}_m(t) e^{-jn[\frac{2\pi}{\lambda}(d \cos \theta_m \sin(\phi_m))]} \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_{n,m}(t) = g_n(\theta_m, \phi_m) \mathbf{s}_m(t) e^{-jn[\frac{2\pi}{\lambda}(d \cos(\phi_m))]} \quad (2)$$

com $n = 0, 1, \dots, N - 1$ e $m = 1, 2, \dots, M$.

Chamando o argumento da exponencial $[\frac{2\pi}{\lambda}(d \cos \theta_m \sin(\phi_m))]$ em (1) de τ_m , e o argumento da exponencial $[\frac{2\pi}{\lambda}(d \cos(\phi_m))]$ de σ_m em (2), e definindo o vetor de direção de cada conjunto de sensores como:

$$\mathbf{a}_x(\tau_m) = [1, e^{j\tau_m}, e^{j2\tau_m}, \dots, e^{j(N-1)\tau_m}]^T$$

$$\mathbf{a}_z(\sigma_m) = [1, e^{j\sigma_m}, e^{j2\sigma_m}, \dots, e^{j(N-1)\sigma_m}]^T$$

Podemos escrever de forma mais compacta e geral:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\tau) \mathbf{s}(t) \quad \text{com } \tau = \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_M \quad (3)$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{A}(\sigma) \mathbf{s}(t) \quad \text{com } \sigma = \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_M \quad (4)$$

em que $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_M(t)]^T$, e as matrizes $\mathbf{A}(\tau)$ e $\mathbf{A}(\sigma)$ têm em suas colunas os vetores de direção de cada sensor na forma:

$$\mathbf{A}(\tau) = [\mathbf{a}_x(\tau_1), \dots, \mathbf{a}_x(\tau_M)]$$

$$\mathbf{A}(\sigma) = [\mathbf{a}_z(\sigma_1), \dots, \mathbf{a}_z(\sigma_M)]$$

$\in \mathbb{C}^{N \times M}$, com $N \geq M$.

Note que, a partir do conhecimento de τ_m e σ_m , pode-se calcular o azimute θ_m e elevação ϕ_m da onda plana utilizando as expressões a seguir:

$$\phi_m = \arccos\left[\frac{\lambda \sigma_m}{2\pi d}\right] \quad (5)$$

$$\theta_m = \arccos\left[\frac{\lambda \tau_m}{2\pi d \sin \phi_m}\right] \quad (6)$$

B. Arranjo Vetorial em L-shape

A polarização de uma onda de rádio é definida como a trajetória do vetor do campo elétrico instantâneo quando se observa ao longo da direção de propagação, supondo sinais polarizados e propagação em meio homogêneo e isotrópico, para descrever o estado de polarização do sinal em termos de ângulo de orientação α e de ângulo de elipsidade β , conforme [14], podemos usar um vetor $\mathbf{P}(\alpha, \beta) \in \mathbb{C}^{2 \times 1}$:

$$\mathbf{P}(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j \sin \beta \\ \cos \beta \end{bmatrix} \quad (7)$$

Considere que cada sensor vetorial seja capaz de distinguir a polarização da onda, elevando a capacidade de separação de fontes de ondas planas, e sob as mesmas condições do arranjo da seção II, usando sensores vetoriais, para uma onda incidente com potência unitária, DOA (θ, ϕ) e polarização (α, β) , os campos elétricos e magnéticos podem ser medidos em cada sensor em um vetor $\mathbf{b} \in \mathbb{C}^{6 \times 1}$, conforme [6], como:

$$\mathbf{b}(\theta, \phi, \alpha, \beta) \triangleq \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi & -\sin \theta \\ \sin \theta \cos \phi & \cos \theta \\ -\sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & -\cos \theta \cos \phi \\ -\cos \theta & -\sin \theta \cos \phi \\ 0 & \sin \phi \end{bmatrix} \times \mathbf{P}(\alpha, \beta) \quad (8)$$

em que $\theta \in [0, 2\pi)$, $\phi \in (0, [\frac{\pi}{2}]]$, $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, e $\beta \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$. Desta forma, considerando as equações (1) e (2), podemos estender a expressão para os desvios de fase em cada direção (*steering vector* e polarização) do arranjo dado por:

$$\mathbf{D}_x(\theta, \phi, \alpha, \beta) = [\mathbf{a}_{x,1}(\theta, \phi) \otimes \mathbf{b}_1(\theta, \phi, \alpha, \beta), \dots, \dots, \mathbf{a}_{x,M}(\theta, \phi) \otimes \mathbf{b}_M(\theta, \phi, \alpha, \beta)], \quad (9)$$

$$\mathbf{D}_z(\theta, \phi, \alpha, \beta) = [\mathbf{a}_{z,1}(\theta, \phi) \otimes \mathbf{b}_1(\theta, \phi, \alpha, \beta), \dots, \dots, \mathbf{a}_{z,M}(\theta, \phi) \otimes \mathbf{b}_M(\theta, \phi, \alpha, \beta)], \quad (10)$$

e, consequentemente: $\mathbf{D}_x = \mathbf{A}_x \odot \mathbf{B}$ e $\mathbf{D}_z = \mathbf{A}_z \odot \mathbf{B}$.

Assim, o m -ésimo sinal chega a estes arranjos com a direção (θ_m, ϕ_m) com polarização parametrizada por (α_m, β_m) de forma que a saída de cada arranjo dos eixos x e z em um determinado tempo t , isto é, $x(t)$ e $z(t)$, é obtida pela soma

de todas as contribuições de todos os M sinais incidentes $s(m)$ nos arranjos posicionados nos eixos x e z :

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{m=1}^M s_m(t) \mathbf{d}_x(\theta_m, \phi_m, \alpha_m, \beta_m) = \mathbf{D}_x \mathbf{s}(t), \quad (11)$$

$$\mathbf{z}(t) = \sum_{m=1}^M s_m(t) \mathbf{d}_z(\theta_m, \phi_m, \alpha_m, \beta_m) = \mathbf{D}_z \mathbf{s}(t). \quad (12)$$

Desta forma, ao coletarmos amostras em intervalos discretos de tempo k , onde $k = 1, 2, \dots, K$ e $K \geq M$, os dados podem ser organizados em matrizes \mathbf{X} e $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{6N \times K}$, relativas aos arranjos instalados nos eixos x e z :

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_1), \mathbf{x}(t_2), \dots, \mathbf{x}(t_K)] = \mathbf{D}_x \mathbf{S}^T,$$

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{z}(t_1), \mathbf{z}(t_2), \dots, \mathbf{z}(t_K)] = \mathbf{D}_z \mathbf{S}^T,$$

em que $\mathbf{S} \triangleq [\mathbf{s}(t_1) \mathbf{s}(t_2) \dots \mathbf{s}(t_K)]^T$.

Resumidamente, temos então as seguintes estruturas do modelo de Sinal para a estrutura de sensores vetoriais sob arranjo em formato-L (*L-shape*):

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}_x \odot \mathbf{B}) \mathbf{S}^T, \quad (13)$$

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{A}_z \odot \mathbf{B}) \mathbf{S}^T. \quad (14)$$

III. DECOMPOSIÇÃO PARAFAC

Observando o n -ésimo sensor vetorial do arranjo x , onde $n = 1, 2, \dots, N$, e desprezando o efeito do acoplamento mútuo entre sensores, teremos a saída de p fluxos de dados simultâneos referentes às diferentes polarizações, com índice p , onde $p = 1, 2, \dots, 6$. Assim, a p -ésima saída do sensor n no instante k , onde $k = 1, 2, \dots, K \geq M$, $x(n, k, p)$ é obtida a partir da soma de todas as contribuições das M frentes de onda, ou seja :

$$x(n, k, p) = \sum_{m=1}^M a_x(n, m) s(k, m) b(p, m) + \eta(n, k, p) \quad (15)$$

em que $a_x(n, m)$ corresponde ao valor no n -ésimo sensor do arranjo do eixo x em relação à frente de onda m , $b(p, m)$, ao valor da p -ésima componente de polarização da frente de onda m no sensor n , $s(k, m)$, o valor da k -ésima amostra temporal da frente de onda m , e $\eta(n, k, p)$, o ruído branco aditivo para a amostra k do sensor n , na componente de polarização p .

A equação (15) expressa $x(n, k, p)$ como uma decomposição PARAFAC, e desta forma, os sinais na equação (13) podem ser interpretados como o formato de matriz de um tensor tridimensional com dimensões $(N \times K \times P)$ construída a partir da concatenação das diversas fatias ("slices") do tensor \mathcal{X} , conforme indicado na Fig. 2, de forma a conter todas as suas informações em um modelo matricial ao longo da dimensão espacial, referente aos sensores (N), do tensor \mathcal{X} que contém as outras duas dimensões: a polarização do sinal (P) e a direção temporal (K) das amostras.

A simetria do modelo PARAFAC permite identificarmos outros dois modos de matriciação ao longo das dimensões

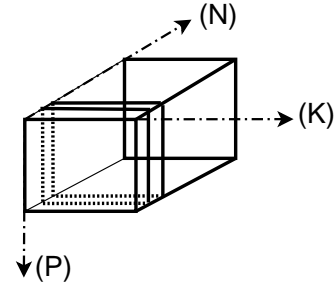


Fig. 2. Tensor genérico \mathcal{X} representando a estrutura de dados

restantes do tensor \mathcal{X} , totalizando os 3 modos da decomposição [12],[13]:

$$\mathbf{X}_{n..} = (\mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_{x(n.)})) \mathbf{S}^T,$$

$$\mathbf{X}_{.k.} = (\mathbf{A}_x \text{diag}(\mathbf{S}_{k.})) \mathbf{B}^T,$$

$$\mathbf{X}_{..p} = (\mathbf{S} \text{diag}(\mathbf{B}_p)) \mathbf{A}_x^T,$$

em que $n = 1 \dots, N$, $k = 1 \dots, K$, e $p = 1 \dots, P$. Representações no formato de matriz do tensor são obtidas a partir do empilhamento dos diversos slices conforme a seguir:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{1..} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{N..} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_{x(1.)}) \\ \vdots \\ \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{A}_{x(N.)}) \end{bmatrix} \mathbf{S}^T = (\mathbf{A}_x \odot \mathbf{B}) \mathbf{S}^T \quad (16)$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{.1.} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{.K.} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_x \text{diag}(\mathbf{S}_{1.}) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_x \text{diag}(\mathbf{S}_{K.}) \end{bmatrix} \mathbf{B}^T = (\mathbf{S} \odot \mathbf{A}_x) \mathbf{B}^T \quad (17)$$

$$\mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{..1} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{..P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} \text{diag}(\mathbf{B}_{1.}) \\ \vdots \\ \mathbf{S} \text{diag}(\mathbf{B}_{P.}) \end{bmatrix} \mathbf{A}_x^T = (\mathbf{B} \odot \mathbf{S}) \mathbf{A}_x^T \quad (18)$$

Similarmente, podemos estruturar o tensor \mathcal{Z} , obtido a partir dos sinais coletados nos sensores do eixo z , na forma:

$$\mathbf{Z}_1 = (\mathbf{A}_z \odot \mathbf{B}) \mathbf{S}^T \quad (19)$$

$$\mathbf{Z}_2 = (\mathbf{S} \odot \mathbf{A}_z) \mathbf{B}^T \quad (20)$$

$$\mathbf{Z}_3 = (\mathbf{B} \odot \mathbf{S}) \mathbf{A}_z^T \quad (21)$$

IV. MÉTODO PROPOSTO

Nesta seção será estruturado o uso do sensor vetorial tripolo elétrico, avaliado o desempenho de um conjunto de antenas vetoriais (tripolos) em arranjo *L-shape*, com sensores vetoriais nos eixos x e z , e a sua capacidade de identificação de fontes com a polarização apenas das componentes do campo elétrico, reduzindo as linhas da matriz \mathbf{B} , a $p = 1, 2, 3$, e a equação (8) alterada para:

$$\mathbf{b}(\theta, \phi, \alpha, \beta) \triangleq \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi & -\sin \theta \\ \sin \theta \cos \phi & \cos \theta \\ -\sin \theta & 0 \end{bmatrix} \times \mathbf{P}(\alpha, \beta) \quad (22)$$

Assim, sob uma abordagem tradicional, calcula-se o ângulo ϕ a partir da matriz de direção \mathbf{A}_z , o ângulo θ pela matriz de

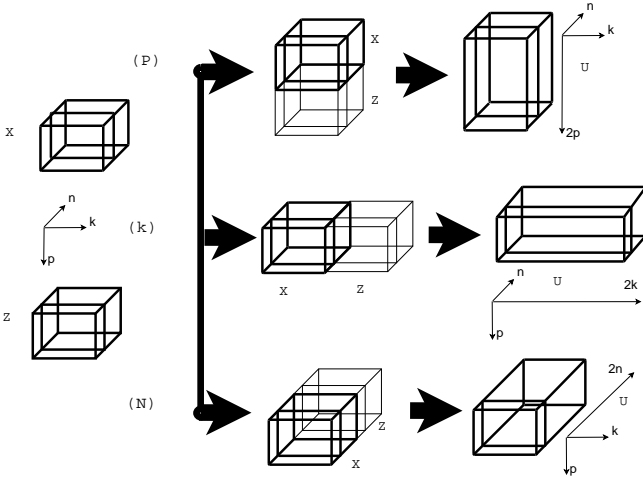


Fig. 3. Opções de geração do tensor \mathcal{U} a partir da composição dos tensores \mathcal{X} e \mathcal{Z} representando as estruturas de dados do arranjo L-Shape

direção \mathbf{A}_x , e usando estes dois ângulos com a equação (22), obtêm-se os ângulos α e β , com o número máximo de fontes M que podem ser identificadas por um arranjo de N sensores, limitada a $M < N$. Outra forma é gerarmos um tensor \mathcal{U} a partir das dimensões N , K e P dos tensores \mathcal{X} e \mathcal{Z} , obtendo 3 opções de concatenação, conforme Fig. 3.

Avaliando estas opções, sob a dimensão temporal (k), não teremos ganho significativo em relação ao desempenho do arranjo, pois é mais simples duplicar o número de amostras k , e em relação à polarização (p), não há vantagem pois os ângulos de polarização seriam mantidos em ambas as matrizes, com a mesma limitação do número de fontes passíveis de identificação de $M < N$. Por outro lado, a composição na direção dos sensores (n), eleva o número de fontes M que podem ser identificadas por um arranjo de N sensores, de $M < N$ para $M < 2N$, sendo possível compor as matrizes de direção \mathbf{A}_x e \mathbf{A}_z em uma única matriz \mathbf{A}_{xz} a partir de (13) e (14), da seguinte forma:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X} &= (\mathbf{A}_x \odot \mathbf{B})\mathbf{S}^T \\ \mathbf{Z} &= (\mathbf{A}_z \odot \mathbf{B})\mathbf{S}^T \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbf{U} = (\mathbf{A}_{xz} \odot \mathbf{B})\mathbf{S}^T, \quad (23)$$

em que

$$\mathbf{A}_{xz} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_x \\ \mathbf{A}_z \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{2N \times M}.$$

Por simplicidade de notação, a matriz de direção dos sensores no arranjo *L-shape* \mathbf{A}_{xz} será indicada à frente, apenas como \mathbf{A} . A representação do tensor de sinais recebidos, é feita utilizando a equação (23) pela concatenação das matrizes de direção (\mathbf{A}), polarização (\mathbf{B}), e de sinais (\mathbf{S}). Desta forma, a representação em forma de matriz do tensor composto \mathcal{U} ao longo das 3 dimensões é dada por:

$$\mathbf{U}_1 = (\mathbf{A} \odot \mathbf{B})\mathbf{S}^T, \quad (24)$$

$$\mathbf{U}_2 = (\mathbf{S} \odot \mathbf{A})\mathbf{B}^T, \quad (25)$$

$$\mathbf{U}_3 = (\mathbf{B} \odot \mathbf{S})\mathbf{A}^T. \quad (26)$$

A estimação dos parâmetros de direção e polarização é feita usando o algoritmo trilinear de mínimos quadrados alternados

(ALS-*Alternating Least Squares*), baseado no método de aceleração COMFAC, proposto em [12], para atingir rápida e precisa convergência pela fatorização trilinear do tensor $\mathcal{U} \in \mathbb{C}^{2N \times M \times P}$, gerando três matrizes estimadas: $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$ e $\hat{\mathbf{S}}$. Cada iteração do algoritmo ALS é composta de três passos de estimação. Em cada passo, uma componente da matriz é atualizada, fixando-se os outros dois componentes em seus valores obtidos nos passos anteriores.

Dadas as representações desdobradas (unfolded) $\mathbf{U}_{i=1,2,3}$ do tensor de sinal recebido \mathcal{U} , as condições de atualização de mínimos quadrados na r -ésima iteração são dadas por:

$$\hat{\mathbf{S}}_{(r)}^T = (\hat{\mathbf{A}}_{(r-1)} \odot \hat{\mathbf{B}}_{(r-1)})^\dagger \mathbf{U}_1, \quad (27)$$

$$\hat{\mathbf{B}}_{(r)}^T = (\hat{\mathbf{S}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{A}}_{(r-1)})^\dagger \mathbf{U}_2, \quad (28)$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{(r)}^T = (\hat{\mathbf{B}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{S}}_{(r)})^\dagger \mathbf{U}_3. \quad (29)$$

Na primeira iteração, ($r=1$), as matrizes $\hat{\mathbf{A}}_{(0)}$ e $\hat{\mathbf{B}}_{(0)}$ são inicializadas randomicamente ou usando algum método de inicialização de forma a facilitar a convergência.

Seja $e_{(r)} = \|\mathbf{U}_1 - (\hat{\mathbf{A}}_{(r)} \odot \hat{\mathbf{B}}_{(r)})\hat{\mathbf{S}}_{(r)}^T\|_F$, o erro estimado após a r -ésima iteração, a convergência é declarada quando $|e_{(r)} - e_{(r-1)}| \leq 10^{-6}$. A partir daí, estimativas dos parâmetros θ , ϕ , α e β são extraídas a partir das matrizes estimadas.

V. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção são apresentados resultados de simulações computacionais para avaliação de desempenho do método proposto. Foi considerado um arranjo *L-shape* com sensores vetoriais elétricos ($P = 3$) dispostos sobre os eixos x e z . Os sinais emitidos pelas fontes têm potência unitária e seguem uma modulação BPSK. Os resultados representam o comportamento médio de 500 simulações de Monte Carlo.

Inicialmente foi avaliado o efeito da SNR no desempenho do método proposto para diferentes número de fontes, utilizando-se como métrica o erro médio quadrático da matriz de direção \mathbf{A} estimada, para um arranjo com $N = 3$ sensores. Os resultados são mostrados na Fig. 4. Conforme esperado, quando a SNR se eleva, o erro médio quadrático se reduz. Um melhor desempenho foi obtido para 3 e 4 fontes em comparação a 5 ou 6 fontes.

Avaliou-se também o modelo tensorial quanto aos aspectos de estimação dos parâmetros de polarização dos sinais das fontes em relação à SNR, sendo apresentado na Fig. 5 o comportamento do erro médio quadrático da matriz de polarização \mathbf{B} estimada, com melhores resultados à medida que a SNR se eleva. Em complemento, também foi avaliada a influência do número de fontes no comportamento do modelo tensorial proposto, com melhores resultados para 3 e 4 fontes a partir de uma SNR de 6 dB.

Foi avaliado ainda o desempenho do algoritmo para separação cega de fontes em termos de valor médio quadrático entre os valores angulares originais e os obtidos pelo simulação, sob as mesmas condições anteriores, mas com 4 sensores ($N = 4$), 2 fontes ($M = 2$), e com SNR de 20 dB. Uma das fontes foi usada como referência, com seus parâmetros fixados em: $\theta_1 = 51,4^\circ$, $\phi_1 = 78,1^\circ$, $\alpha_1 = 35,8^\circ$ e $\beta_1 = 32,9^\circ$, enquanto a segunda fonte, variava

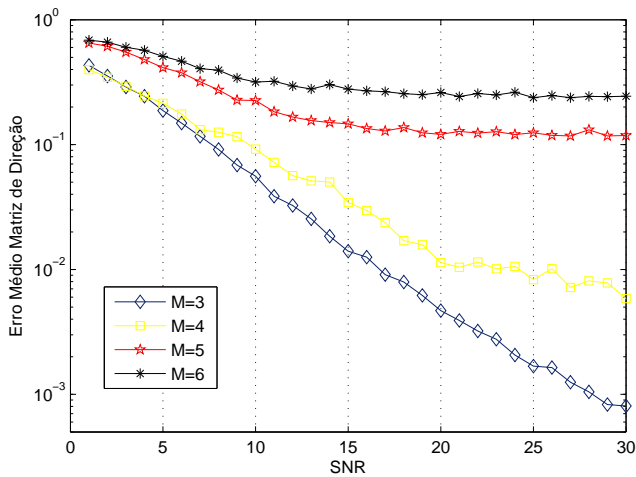


Fig. 4. Variação do erro médio da matriz de direção em relação à SNR, para diversos números de Fontes M e Arranjo com três sensores ($N = 3$)

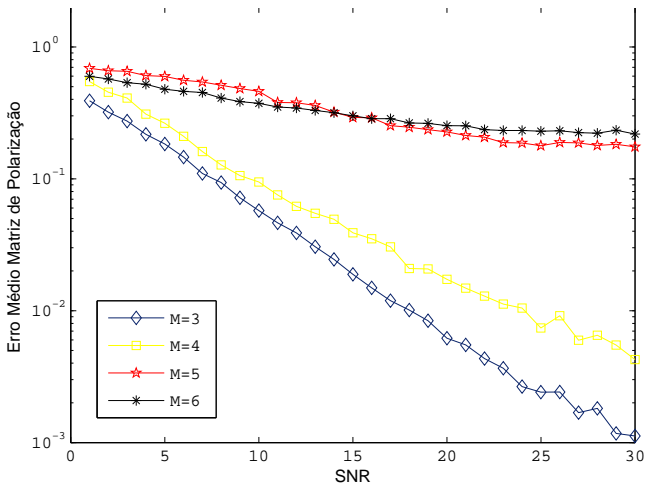


Fig. 5. Variação do erro médio da matriz de polarização em relação à SNR, para diversos números de Fontes M e Arranjo com três sensores ($N = 3$)

diferentes aspectos destes parâmetros para cada simulação. Na Fig. 6 é mostrado o desempenho do modelo proposto na estimação do ângulo de elevação, em que ϕ_2 varia de 0 a 90° . Observa-se que para ângulos de elevação ϕ_2 até 10° o arranjo apresenta erro significativo devido a sua geometria. É importante ressaltar que o método proposto conseguiu distinguir satisfatoriamente duas fontes com mesmo ângulo de elevação (78.1°), apesar da pequena elevação do erro de estimação. Isto se deve à exploração eficiente da diversidade de polarização, característica inerente à geometria do arranjo.

VI. CONCLUSÕES

Neste artigo foi estabelecido a ligação entre a análise PARAFAC e arranjo de sensores vetoriais L -shape para separação de fontes e identificação de parâmetros. Foi demonstrado que um arranjo em formato L -shape combinado com parâmetros de polarização tem capacidade suficiente para distinguir fontes de forma totalmente cega, ou seja

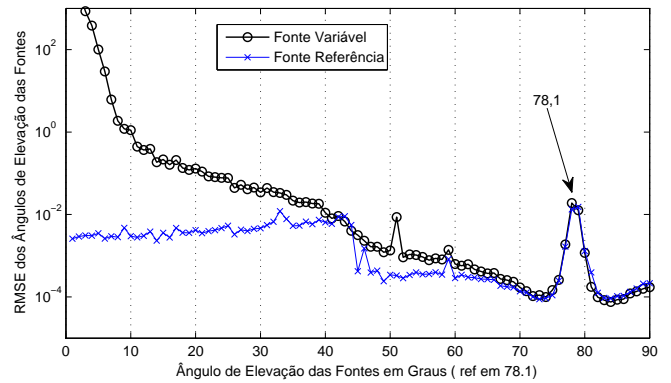


Fig. 6. Variação do erro de estimação do ângulo de elevação ϕ_2 em relação ao ângulo de elevação da fonte fixa $\phi_1 = 78.1^\circ$

sem informações prévias do sinal recebido. As simulações revelaram também que o algoritmo proposto se mostrou suficiente para identificar diversas fontes, mesmo com ângulos de azimute e elevação idênticos, mas com características de polarização distintas, usando um pequeno número de sensores.

REFERÊNCIAS

- [1] A. Nehorai and E. Paldi, *Vector-sensor array processing for electromagnetic source localization*, IEEE Trans. Signal Process., vol. 42, pp. 376-398, Feb. 1994.
- [2] M. R. Andrews, P. P. Mitra, and R. de Carvalho, *Tripling the capacity of wireless communications using electromagnetic polarization*, Nature, vol. 409, pp. 316-318, Jan. 2001.
- [3] A. L. F. de Almeida, G. Favier, J. C. M. Mota, *Multipath Parameter Estimation for Time-Varying Space-Time Communication Channels Using Parallel Factor Analysis*, Proc. of ICASSP'06, Toulouse, France, May 2006.
- [4] X. Guo, S. Miron, D. Brie, Z. Shihua, X. Liao, *A CANDECOMP/PARAFAC perspective on uniqueness of DOA estimation using a vector sensor array*, IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 59, n. 7, pp. 3475-3481, July 2001.
- [5] A. L. F. de Almeida, G. Favier, J. C. M. Mota, *Estimation of Frequency-Selective Block-Fading MIMO Channels Using PARAFAC Modeling and Alternating Least Squares*, Proc. of ASILOMAR'06, Pacific Grove, CA, October 29 - November 1, 2006.
- [6] Nehorai, A., K.-C. Ho and B.T.G. Tan (1999). *Minimum-noise-variance beamformer with an electromagnetic vector sensor*, IEEE Trans. Signal Processing, 47(3), 601-618.
- [7] J.D. Carroll and J. Chang, *Analysis of individual differences in multidimensional scaling via an N-way generalization of Eckart-Young decomposition*, Psychometrika, 35 (1970), 283-319.
- [8] X. Guo, S. Miron, D. Brie, *Three-way array analysis on polarized signals for direction-finding and blind source separation*, IAR 2007, Grenoble, France, Nov. 15-16, 2007.
- [9] C. E. R. Fernandes, G. Favier, J.C.M. Mota, *Blind multipath MIMO channel parameter estimation using the Parafac decomposition*, Proc. International Conference on Communications, ICC'2009, 2009.
- [10] X. Zhang, X. Gao, G. Feng, and D. Xu, *Blind joint DOA and DOD estimation and identifiability results for MIMO radar with different transmit/receive array manifolds*, Progress in Electromagnetics B, Vol. 18, pp. 101-119, 2009.
- [11] R. Harshman, *Foundations of the parafac procedure: Models and conditions for an explanatory multimodal factor analysis*, UCLA Working Papers Phonetics, vol. 16, 1970.
- [12] A. Smilde, R. Bro, P. Geladi, *Multi-way Analysis: Applications in the Chemical Sciences*, Wiley, Aug. 2004.
- [13] T. Kolda, B. W. Bader, *Tensor Decompositions and Applications*, SIAM Review, Vol. 51, n. 3, pp. 455-500, Sep. 2009.
- [14] Compton, R.T. (1981). *The tripole antenna: an adaptive array with full polarization flexibility*. IEEE Trans. Antennas Propagat, AP-29(6), 944-952.