

# Mitigação de Multipercurso por Estimação de Procrustes e Fatorização Khatri-Rao para Estimação de Atraso em GNSS

Daniel Valle de Lima e João Paulo C. L. da Costa

**Resumo**—Aplicações de segurança crítica, como carros autônomos, e aplicações de responsabilidade crítica, como gestão de pescarias, requerem sistemas de posicionamento robustos operando em ambientes de sinal com multipercursos coerentes. Neste contexto, receptores GNSS baseados em arranjos de antenas com esquemas de processamento em arranjo permitem a separação espacial dos componentes de sinal de linha de visada daqueles de multipercurso.

Neste artigo é proposto um esquema de filtragem baseado em estimação de Procrustes e fatorização Khatri-Rao (ProKRaft) para estimar matrizes-fator do tensor de recepção quais são usadas para filtrar o componente de sinal de linha de visada usado na estimação de atraso. Este esquema apresenta desempenho melhor que o autofiltro baseado em decomposição em valores singulares de alta ordem, que é o esquema tensorial estado da arte para estimação de atraso.

**Palavras-Chave**—GNSS, estimação de atraso, mitigação de multipercurso, ProKRaft.

**Abstract**—Safety-critical applications (SCA), such as autonomous driving, and liability critical applications (LCA), such as fisheries management, require a robust positioning system in demanding signal environments with coherent multipath. In this context, antenna array based Global Navigation Satellite Systems (GNSS) receivers with array signal processing schemes allow the spatial separation of line-of-sight (LOS) signal components from multipath signal components.

In this paper, we propose a Procrustes estimation and Khatri-Rao factorization (ProKRaft) filtering approach to estimate the factor matrices of a reception tensor, which are then used to filter the LOS signal component used in time-delay estimation. Our scheme outperforms the Higher-Order Singular Value Decomposition (HOSVD) based eigenfilter, which is the state-of-the-art tensor based scheme for delay estimation.

**Keywords**—GNSS, Time-delay estimation, multipath mitigation, ProKRaft.

## I. INTRODUÇÃO

Sistemas Globais de Navegação por Satélites, do inglês *Global Navigation Satellite Systems* (GNSS), foram inicialmente projetados para oferecer posicionamento de precisão para aplicações militares enquanto aplicações civis teriam acesso apenas à aquisição de baixa resolução, do inglês *coarse acquisition* (C/A), mas poderiam ser aumentadas por sistemas auxiliares como sistema de aumentação baseado em solo, do inglês *Ground Based Augmentations Systems* (GBAS), para pouso e decolagem de aviões comerciais. Equipamentos de GNSS modernos oferecem boa acurácia graças à melhorias

de sincronização mas, para aplicações de segurança crítica, do inglês *Safety Critical Applications* (SCA), como carros autônomos [1], e aplicações de responsabilidade crítica, do inglês *Liability Critical Applications* (LCA), como gestão de pescarias [2], é importante não apenas oferecer posicionamento preciso como também operação em ambientes exigentes onde multipercursos podem degradar o posicionamento.

Para calcular a posição do usuário, o receptor GNSS utiliza os atrasos dos sinais de linha de visada, do inglês *line-of-sight* (LOS), de pelo menos quatro satélites. No entanto, devido à geometria do ambiente de propagação, pode ocorrer difração, refração, ou reflexão do sinal LOS, gerando componentes de multipercurso, que são sinais de não-linha de visada, do inglês *non-line-of-sight* (NLOS). Componentes de multipercurso interferem com o sinal LOS afetando negativamente a estimação do atraso. Na prática a qualidade do posicionamento depende do erro de sincronização, isto é, na acurácia da estimação do atraso. Quando o sinal LOS é corrompido por réplicas atrasadas (multipercurso) a estimação do atraso, e portanto a estimação da posição deteriora usando receptores GNSS estado da arte [3], [4].

O esquema tensorial estado da arte para mitigação de multipercursos aplicado à estimação de atraso [5] é baseado no autofiltro da decomposição singular de ordem superior, do inglês *Higher-Order Singular Value Decomposition* (HOSVD), com média frente-costas, do inglês *Forward-Backward Averaging* (FBA) [6], [7], e suavização espacial expandida, do inglês *Expanded Spatial Smoothing* (ESPS) [8], uma extensão da suavização espacial, do inglês *Spatial Smoothing* (SPS) [9].

Neste artigo é proposto uma nova abordagem tensorial para estimação de atraso resistente à multipercurso. Esta abordagem inicia-se calculando uma aproximação do desdobramento Hermitiano [10] usando uma matriz de covariância multimodo [11]. Depois, alternando entre uma solução para o problema de Procrustes ortogonal, do inglês *orthogonal Procrustes problem* (OPP) [12], e fatorização Khatri-Rao, do inglês *Khatri-Rao factorization* (KRF) [13], iterativamente separa as matrizes-fator de direção de chegada, do inglês *direction of arrival* (DoA), e de amplitude complexa. Com estas matrizes é possível filtrar a sequência pseudoaleatória (PA), ou código, do satélite desejado e a estimação de atraso pode ser feita para ambos componentes LOS e NLOS de sinal. Por causa da possibilidade de ambiguidade de permutação é utilizado um esquema de seleção do sinal LOS [14].

Este artigo é organizado da seguinte forma: esta seção inclui a introdução e a notação. A Seção II apresenta o modelo de

Daniel Valle de Lima e João Paulo C. L. da Costa, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, DF, Brasil, E-mails: daniel.vallelima@gmail.com, joaopaulo.dacosta@ene.unb.br

dados pré-correlação e pós-correlação, e suas decomposições. A Seção III apresenta brevemente o autofiltro. Na Seção IV é apresentado o esquema proposto. A Seção V apresenta os resultados de simulação de Monte Carlo (MC). Na Seção VI são apresentadas as conclusões.

#### A. Notação

Valores escalares são representados por letras em itálico ( $a, b, A, B$ ), vetores por letras minúsculas em negrito ( $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ), matrizes por letras maiúsculas em negrito ( $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ ), e tensores por letras maiúsculas caligráficas em negrito ( $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ ).

Os sobrescritos  $\text{T}$ ,  $*$ ,  $\text{H}$ ,  $-1$ , e  $+$  representam transposição, conjugação, transposição conjugada, inversão, e pseudoinverso, respectivamente.

Para uma matriz  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ , sua  $m$ -ésima linha é representada por  $(\mathbf{A})_{m,\cdot}$  e sua  $n$ -ésima coluna é representada por  $(\mathbf{A})_{\cdot,n}$ .

O produto de Kronecker é representado por  $\otimes$  e o produto Khatri-Rao por  $\diamond$ .

O operador  $\text{diag}\{\cdot\}$  aplicado à uma matriz retorna um vetor com a diagonal da matriz. A aplicação de  $\text{diag}\{\cdot\}$  a um vetor resulta numa matriz diagonal com os elementos do vetor em sua diagonal.

O operador  $\text{vec}\{\cdot\}$  empilha os vetores de uma matriz, transformando-a num vetor.

Uma propriedade importante do operador  $\text{vec}\{\cdot\}$  é para  $\mathbf{X} = \mathbf{ABC}$  com  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I \times J}$ , uma matriz diagonal  $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{J \times J}$ , e  $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{J \times K}$ ,

$$\text{vec}\{\mathbf{X}\} = \text{vec}\{\mathbf{ABC}\} = (\mathbf{C}^T \diamond \mathbf{A}) \text{diag}\{\mathbf{B}\} \in \mathbb{C}^{JK}. \quad (1)$$

O desdobramento de modo  $n$  do tensor  $\mathcal{A}$  é representado por  $[\mathcal{A}]_{(n)}$ . O desdobramento gera uma representação matricial de um tensor “desembrulhando” um tensor fixando seu  $n$ -ésimo índice enquanto se incrementa os outros índices em ordem reversa e concatena-se na direção do  $n+1$ -ésimo índice, finalmente permutando os índices [15].

O produto de modo  $n$  de um tensor  $\mathcal{A} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_{n-1} \times I_n \times I_{n+1} \times \dots \times I_N}$  e uma matriz  $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{J \times I_n}$  é representado por  $\mathcal{A} \times_n \mathbf{B} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_{n-1} \times J \times I_{n+1} \times \dots \times I_N}$  [15].

## II. MODELO DE DADOS

Esta seção apresenta o modelo de dados do tensor de recepção. A Subseção II-B explica a formação do tensor de recepção antes de ser correlacionado usando um banco correlator, e na Subseção II-B o tensor de recepção é multiplicado pelo banco correlator. O modelo de dados é baseado em [5], estendido para múltiplos satélites [14].

#### A. Modelo de dados pré-correlação

O modelo de dados do receptor tensorial supõe um arranjo receptor de  $M$  elementos, observando  $D$  satélites visíveis, com  $L_d$  sinais vindo de cada  $d$ -ésimo satélite, correspondendo à ordem do modelo para o  $d$ -ésimo satélite. Com  $l_d = 1$  para o componente LOS, e  $l_d > 1$  para componentes NLOS.

Para o  $d$ -ésimo satélite, a resposta do sinal do  $d$ -ésimo sinal sobre o arranjo é  $\mathbf{A}_d[k] = [\mathbf{a}(\phi_{d,1}), \dots, \mathbf{a}(\phi_{d,L_d})] \in$

$\mathbb{C}^{M \times L_d}$  que concatena em suas colunas os vetores de direção dos  $L_d$  sinais. As  $L_d$  amplitudes complexas do sinal são coletadas na matriz diagonal  $\mathbf{\Gamma}_d[k] = \text{diag}\{\gamma_d\} = \text{diag}\{\gamma_{d,1}, \dots, \gamma_{d,L_d}\} \in \mathbb{C}^{L_d \times L_d}$ . As amostras do código, que usado para separar os sinais dos satélites e estimar o atraso [16], são coletados em  $\mathbf{C}_d[k] = [\mathbf{c}_d[\tau_{d,1}], \dots, \mathbf{c}_d[\tau_{d,L_d}]]^T \in \mathbb{R}^{L_d \times N}$  amostrado com atraso  $\tau_{d,l_d}, l_d = 1, \dots, L_d$ . O índice de cada período do código é  $k$  e a amostragem é feita para um total de  $K$  períodos.

Coletando  $N$  amostras a cada  $k$ -ésimo período de código,

$$\begin{aligned} \mathbf{X}[k] &= \sum_{d=1}^D \mathbf{A}_d[k] \mathbf{\Gamma}_d[k] \mathbf{C}_d[k] + \mathbf{N}[k] \\ &= \mathbf{A}[k] \mathbf{\Gamma}[k] \mathbf{C}[k] + \mathbf{N}[k] \in \mathbb{C}^{M \times N}, \end{aligned} \quad (2)$$

e  $\mathbf{N}[k]$  é ruído gaussiano branco aditivo e  $L = \sum_{d=1}^D L_d$ .

Aplicando o operador  $\text{vec}\{\cdot\}$  a (2) para transformá-lo num vetor e aplicando a propriedade descrita na em (1),

$$\begin{aligned} \text{vec}\{\mathbf{X}[k]\} &= \text{vec}\{\mathbf{A}[k] \mathbf{\Gamma}[k] \mathbf{C}[k] + \mathbf{N}[k]\} \\ &= \text{vec}\{\mathbf{A}[k] \text{diag}\{\gamma[k]\} \mathbf{C}[k] + \mathbf{N}[k]\}, \\ &= (\mathbf{C}[k]^T \diamond \mathbf{A}[k]) \gamma[k] + \text{vec}\{\mathbf{N}[k]\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Concatenando todos os  $K$  vetores de cada  $k$ -ésimo período de código (3) pode-se omitir o índice  $k$ :

$$\tilde{\mathbf{X}} = (\mathbf{C}^T \diamond \mathbf{A}) \tilde{\mathbf{\Gamma}} + \tilde{\mathbf{N}} = \tilde{\mathbf{X}}_0 + \tilde{\mathbf{N}} \in \mathbb{C}^{MN \times K}, \quad (4)$$

em que  $\tilde{\mathbf{X}}_0$  é o sinal recebido sem ruído e  $\tilde{\mathbf{\Gamma}} = [\gamma[1] \dots, \gamma[K]] \in \mathbb{C}^{L \times K}$  concatena as amplitudes complexas.

A transposta de  $\tilde{\mathbf{X}}_0$  possui a mesma estrutura que o desdobramento do primeiro modo de um tensor de recepção sem ruído  $\mathcal{X}_0$ :

$$[\mathcal{X}_0]_{(1)} = \tilde{\mathbf{X}}_0^T = \tilde{\mathbf{\Gamma}}^T (\mathbf{C}^T \diamond \mathbf{A}) \in \mathbb{C}^{K \times MN}. \quad (5)$$

Dobrando (5) num tensor seguindo o modelo PARAFAC [17], usando um tensor identidade de terceira ordem  $\mathcal{I}_{3,L} \in \mathbb{C}^{L \times L \times L}$ , e considerando o caso com ruído:

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &= \mathcal{X}_0 + \mathcal{N} \\ &= \mathcal{I}_{3,L} \times_1 \tilde{\mathbf{\Gamma}}^T \times_2 \mathbf{C}^T \times_3 \mathbf{A} + \mathcal{N} \in \mathbb{C}^{K \times N \times M}. \end{aligned} \quad (6)$$

#### B. Modelo de dados pós-correlação

Para separar o sinal do  $d$ -ésimo satélite dos outros, um banco correlator é aplicado ao código usando o produto de modo-2. Um banco correlator é uma matriz  $\mathbf{Q}_d$  que concatena  $Q$  réplicas deslocadas do código  $\mathbf{c}_d \in \mathbb{R}^N$  com atraso  $\tau_q, q = 1, \dots, Q$ :

$$\mathbf{Q}_d = [\mathbf{c}_d[\tau_1] \quad \dots \quad \mathbf{c}_d[\tau_Q]] \in \mathbb{R}^{N \times Q}. \quad (7)$$

Como a aplicação direta do banco correlator torna o ruído colorido, um banco comprimido é calculado utilizando a decomposição em valores singulares, do inglês *Singular Value Decomposition* (SVD), econômica à  $\mathbf{Q}_d$  [18]:

$$\mathbf{Q}_d = \mathbf{Q}_{\omega,d} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H, \quad (8)$$

em que o banco comprimido é  $\mathbf{Q}_{\omega,d} \in \mathbb{C}^{N \times Q}$ .

Aplicando o banco correlator comprimido à (6) para extrair o sinal do  $d$ -ésimo satélite:

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}_d &= \mathcal{X} \times_2 \mathbf{Q}_{\omega,d}^T \in \mathbb{C}^{K \times Q \times M} \\ &= \mathcal{I}_{3,L} \times_1 \tilde{\Gamma}_d^T \times_2 (\mathbf{C}_d \mathbf{Q}_{\omega,d})^T \times_3 \mathbf{A}_d + \mathcal{N}_\omega. \end{aligned} \quad (9)$$

O desdobramento do terceiro modo de (9) é

$$[\mathcal{Y}_d]_{(3)} = \mathbf{A}_d (\tilde{\Gamma}_d^T \diamond (\mathbf{C}_d \mathbf{Q}_{\omega,d})^T)^T + [\mathcal{N}_\omega]_{(3)}. \quad (10)$$

### III. ESQUEMA TENSORIAL ESTADO DA ARTE DE ESTIMAÇÃO DE ATRASO

O esquema estado da arte de mitigação de multipercursos para estimação de atraso baseado no autofiltro de ordem superior encontra-se em [5] e estendido em [14] para utilizar ambas técnicas de pré-processamento FBA e ESPs. O diagrama de blocos deste esquema é apresentado na Figura 1.

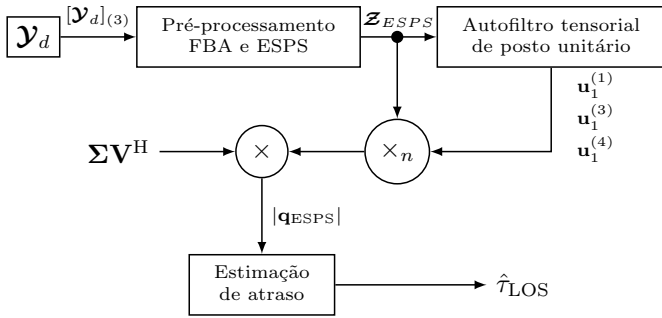


Fig. 1. Diagrama de blocos da abordagem estado da arte, autofiltro de ordem superior (tensorial) para estimação de atraso.

### IV. FILTRAGEM POR ESTIMAÇÃO DE PROCRUSTES E FATORIZAÇÃO KHATRI-RAO (PROKRAFT)

Nesta seção é apresentada a abordagem baseada no algoritmo iterativo que estima as matrizes-fator de DoA e de amplitude simultaneamente. Como esta abordagem depende da separação do subespaço de sinal usando SVD, a ordem do modelo  $L_d$  deve ser conhecida.

#### A. Estimação das matrizes-fator DoA e amplitude complexa

Um tensor  $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times \dots \times I_N \times I_{N+1} \times \dots \times I_{2N}}$  de  $2N$ -ésima ordem possui simetria dupla se for possível uma permutação dos índices de suas dimensões resultando num tensor  $\mathcal{X}_P$  tal que

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_P &= \mathcal{I}_{2N,L} \times_1 \mathbf{A}^{(1)} \dots \times_N \mathbf{A}^{(N)} \\ &\quad \times_{N+1} N+1(\mathbf{A}^{(1)})^* \dots \times_{2N} 2N(\mathbf{A}^{(N)})^*, \end{aligned} \quad (11)$$

A simetria em (11) é útil pois todo tensor de covariância possui esta estrutura [19]. Para usufruir da relação em (11), é utilizado um desdobramento do tensor  $\mathcal{X}_P$  conhecido como desdobramento Hermitiano [7].

Para estimar as matrizes-fator  $\mathbf{A}_d$  e  $\tilde{\Gamma}_d$ , a abordagem ProKraft explora o desdobramento Hermitiano calculado pela matriz de covariância multimodo,  $\mathbf{R}_{\text{mm}}$  [11], que pode ser

calculado como produto da transposta e conjugada do desdobramento de segunda ordem de  $\mathcal{Y}_d$  dividido pela quantidade de amostras,

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\text{mm}} &= [\mathcal{Y}_d]_{(2)}^T [\mathcal{Y}_d]_{(2)}^* / N \\ &\approx (\mathbf{A}_d \diamond \tilde{\Gamma}_d^T) \underbrace{(\mathbf{C}_d \mathbf{Q}_{\omega,d})(\mathbf{C}_d \mathbf{Q}_{\omega,d})^H / N}_{\mathbf{R}_C} (\mathbf{A}_d \diamond \tilde{\Gamma}_d^T)^H \\ &\approx (\mathbf{A}_d \diamond \tilde{\Gamma}_d^T) \mathbf{R}_C (\mathbf{A}_d \diamond \tilde{\Gamma}_d^T)^H \in \mathbb{C}^{MK \times MK}, \end{aligned} \quad (12)$$

em que  $\mathbf{R}_C \in \mathbb{R}^{L_d \times L_d}$  é a matriz de covariância dos componentes de sinal LOS e NLOS do satélite  $d$ .

Como  $\mathbf{Q}_{\omega,d}$  é unitário,  $\mathbf{R}_C \approx \mathbf{I}_{L_d}$ , e

$$\mathbf{R}_{\text{mm}} \approx (\mathbf{A}_d \diamond \tilde{\Gamma}_d^T) (\mathbf{A}_d \diamond \tilde{\Gamma}_d^T)^H = \mathbf{Y}_H, \quad (13)$$

que é o desdobramento Hermitiano de  $\mathcal{Y}_d$ ,  $\mathbf{Y}_H$ .

Dado este desdobramento Hermitiano é possível definir uma matriz-fator raiz  $\mathbf{Y}_H^{\frac{1}{2}} \in \mathbb{C}^{MK \times L_d}$  tal que

$$\mathbf{Y}_H = \mathbf{Y}_H^{\frac{1}{2}} (\mathbf{Y}_H^{\frac{1}{2}})^H, \quad (14)$$

com  $\mathbf{Y}_H^{\frac{1}{2}} \in \mathbb{C}^{MK \times L_d}$ .

Uma estimativa de  $\mathbf{Y}_H^{\frac{1}{2}}$  pode ser calculada usando os vetores e valores singulares que varrem o subespaço de sinal da SVD de  $\mathbf{Y}_H = \mathbf{U}_Y \Sigma_Y \mathbf{V}_Y^H$ ,  $\mathbf{U}_Y^{[L_d]} \in \mathbb{C}^{MK \times L_d}$  e  $\Sigma_Y^{[L_d]} \in \mathbb{C}^{L_d \times L_d}$ , e uma matriz unitária  $\mathbf{W}^H \in \mathbb{C}^{L_d \times L_d}$ :

$$\hat{\mathbf{Y}}_H^{\frac{1}{2}} = \overbrace{\mathbf{U}_Y^{[L_d]} \Sigma_Y^{[L_d]}}^{\mathbf{F}} \mathbf{W}^H = \overbrace{\mathbf{A}_d \diamond \tilde{\Gamma}_d^T}^{\mathbf{G}} \quad (15)$$

$$= \mathbf{F} \mathbf{W}^H = \mathbf{G}. \quad (16)$$

Mapear  $\mathbf{F}$  para  $\mathbf{G}$  pela matriz unitária  $\mathbf{W}^H$  em (16) é conhecido como problema de Procrustes ortogonal, e tem uma solução conhecida aplicando SVD a  $\mathbf{G}^H \mathbf{F}$  e usando seus vetores singulares para estimar  $\mathbf{W}^H$  [12]:

$$\mathbf{G}^H \mathbf{F} = \mathbf{U}_P \Sigma_P \mathbf{V}_P^H, \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{W}}^H = \mathbf{U}_P \mathbf{V}_P^H. \quad (18)$$

Um algoritmo iterativo pode estimar  $\hat{\mathbf{A}}_d$  e  $\hat{\tilde{\Gamma}}_d$  alternando entre (15) e (18).

O ProKraft inicia calculando os vetores e valores singulares de  $\mathbf{R}_{\text{mm}}$ , e inicializando  $\mathbf{W}^{(0)} = \mathbf{I}_{L_d}$ . Como pode ser visto na Figura 2,  $\mathbf{W}^H$  é usado para calcular (15),  $\hat{\mathbf{Y}}_H^{\frac{1}{2}} = \mathbf{U}_Y^{[L_d]} \Sigma_Y^{[L_d]} \mathbf{W}^H = \mathbf{A}_d \diamond \tilde{\Gamma}_d^T$ . Aplicando KRF a  $\hat{\mathbf{Y}}_H^{\frac{1}{2}}$ , é estimado  $\hat{\mathbf{A}}_d$  e  $\hat{\tilde{\Gamma}}_d$ . Estas são usadas para calcular (17),  $\mathbf{G}^H \mathbf{F} = (\hat{\mathbf{A}}_d \diamond \hat{\tilde{\Gamma}}_d^T)^H \mathbf{U}_Y^{[L_d]} \Sigma_Y^{[L_d]}$ . A SVD de  $\mathbf{G}^H \mathbf{F}$  fornece os vetores singulares  $\mathbf{U}_P$  e  $\mathbf{V}_P^H$  usados em (18) para atualizar  $\hat{\mathbf{W}}$ . Este processo se repete até atingir a convergência.

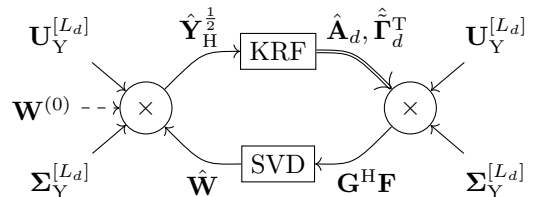


Fig. 2. Diagrama de blocos da estimação das matrizes-fator por ProKraft.

Uma vez que as matrizes-fator foram estimadas, filtragem é feita calculando o produto modo- $n$  da pseudoinversa das matrizes-fator:

$$\hat{\mathbf{C}}_d \mathbf{Q}_{\omega,d} = \mathbf{Y}_d \times_1 (\hat{\mathbf{\Gamma}}_d^T)^+ \times_3 (\hat{\mathbf{A}}_d)^+, \quad (19)$$

em que  $\hat{\mathbf{C}}_d \mathbf{Q}_{\omega,d}$  é o tensor que acumula os  $L_d$  códigos dos componentes de sinal LOS e NLOS. Cada  $l_d$ -ésimo código acumula em cada vetor  $(\hat{\mathbf{C}}_d \mathbf{Q}_{\omega,d})_{l_d, \cdot}$ .

$$(\hat{\mathbf{C}}_d \mathbf{Q}_{\omega,d})_{l_d, \cdot} = (\hat{\mathbf{C}}_d \mathbf{Q}_{\omega,d})_{l_d, \cdot, l_d} \quad (20)$$

### B. Estimação de atraso do sinal LOS

Para seleccionar o atraso estimado do sinal LOS, é utilizado o esquema baseado em seleccionar o componente de sinal de maior potência de [14].

Neste esquema de seleção, é suposto que o sinal LOS não é atenuado relativo a componentes de sinal NLOS, e portanto, possui maior potência. Neste caso a seguinte expressão pode ser usada para seleccionar o componente de sinal LOS,  $\hat{c}_{\text{LOS}}$ :

$$l_{\text{LOS}} = \max_{l_d} \|(\hat{\mathbf{\Gamma}}_d)_{l_d, \cdot}\|_2, \quad (21)$$

onde  $(\hat{\mathbf{\Gamma}}_d)_{l_d, \cdot}$  é o  $l_d$ -ésima linha da matriz  $\hat{\mathbf{\Gamma}}_d$  e  $\|\cdot\|_2$  é o operador de norma. O vetor de correlação cruzada  $\mathbf{q}_{\text{PKF}}$  é calculado:

$$\mathbf{q}_{\text{PKF}} = \hat{\mathbf{c}}_{\text{LOS}}^T \mathbf{Q}_{\omega,d} \Sigma \mathbf{V}^H, \quad (22)$$

seguindo por uma interpolação de *spline* cúbica para obter uma função-custo e estimar o atraso como descrito em [5].

A Figura 3 abaixo mostra o diagrama de blocos da filtragem ProKRaft aplicado à mitigação de multipercursos para estimação de atraso:

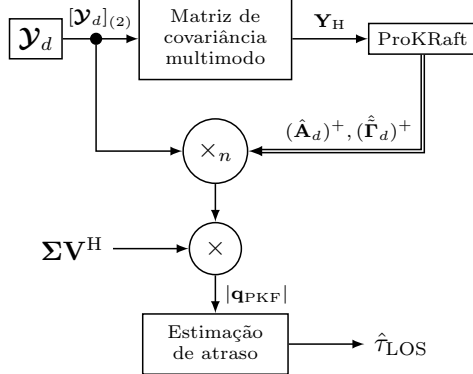


Fig. 3. Diagrama de blocos da abordagem de estimação de atraso por filtragem ProKRaft.

## V. SIMULAÇÕES

Semelhante a [5], é considerado o seguinte cenário com um arranjo linear uniforme centro-Hermitiano (e Vandermonde) com  $M = 8$  elementos separados por meio comprimento de onda. O sinal GNSS é um código C/A de *Global Positioning System* de  $D = 1$  satélite com frequência de portadora  $f_c = 1575,42$  MHz, largura de banda  $B = 1,023$  MHz e intervalo de *chip*  $T_C = 1/B = 977,52$  ns com  $N = 2046$  amostrados

coletadas a cada  $k$ -ésimo período de código durante  $K = 30$  períodos.

Além do sinal LOS, existe um componente de multipercurso ( $L = 2$ ) com atraso  $\tau_{\text{NLOS}} = \tau_{\text{LOS}} + \Delta\tau$ , e diferença de ângulo de azimute  $\Delta\phi$ . Para SPS/ESPS o arranjo é dividido em  $L_S = 5$  subarranjos com  $M_S = 4$  elementos cada. As fases dos sinais,  $\arg\{\gamma\}$ , são escolhidos de uma distribuição uniforme  $\sim \mathcal{U}[0, 2\pi[$  e são i.i.d. As magnitudes das amplitudes complexas permanecem iguais durante todo intervalo de amostragem, enquanto a fase muda a cada período  $k$ . O número de correladores no banco é  $Q = 11$  igualmente espaçados entre  $-T_C$  e  $T_C$ .

A razão portadora-ruído é  $C/N_0 = 48$  dB-Hz, resultando numa razão sinal-ruído pós-correlação  $\text{SNR}_{\text{pos}} \approx 15$  dB e razão sinal-multipercurso, em inglês *signal to multipath ratio* (SMR), de 5 dB. Os resultados são comparados considerando o erro quadrático médio, do inglês *root means squared error* (RMSE), multiplicado pela velocidade da luz,  $c = 299.792.458$  m/s, expressada em metros. Para cada  $\Delta\tau/T_C$  uma simulação de MC com  $I$  iterações, o RMSE é calculado por

$$\text{RMSE (m)} = c \cdot \sqrt{\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I (\tau_i - \hat{\tau}_i)^2}. \quad (23)$$

Foram executadas 1000 iterações de MC para calcular as curvas RMSE (m) de estimação de atraso utilizando o estado da arte descrito na Seção III, a abordagem DoA/KRF proposta em [14] mostrada na Figura 4, filtragem com conhecimento *a priori* do canal ( $\mathbf{A}_d$  e  $\mathbf{\Gamma}_d$  conhecidas), e a abordagem por filtragem ProKRaft aqui proposta.

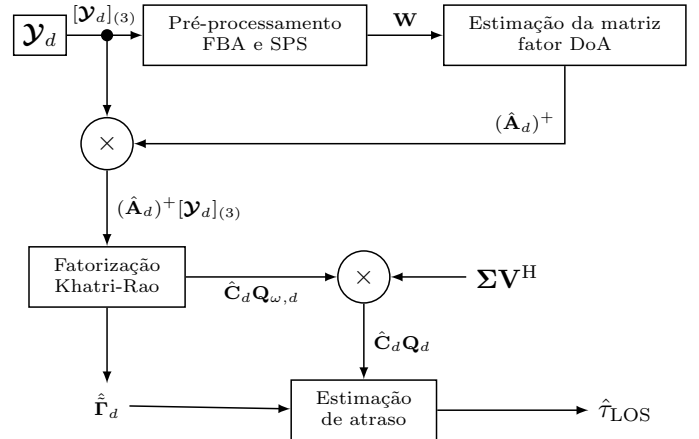


Fig. 4. Diagrama de blocos da abordagem de estimação de atraso por DoA/KRF [14].

Na Figura 5 a simulação de MC é executada com os parâmetros descritos acima e diferença de ângulo de azimute  $\Delta\phi = \pi/3$  radianos. O autofiltro consegue os melhores resultados quando os sinais LOS e NLOS são ou muito correlatados,  $\Delta\tau/T_C \approx [0 - 0,1]$ , ou pouco correlatados,  $\Delta\tau/T_C \approx [0,8 - 1]$ . A abordagem DoA/KRF apresenta desempenho consistente com os resultados obtidos com filtragem com conhecimento *a priori* do canal. A abordagem proposta apresenta resultados melhor que estes dois.

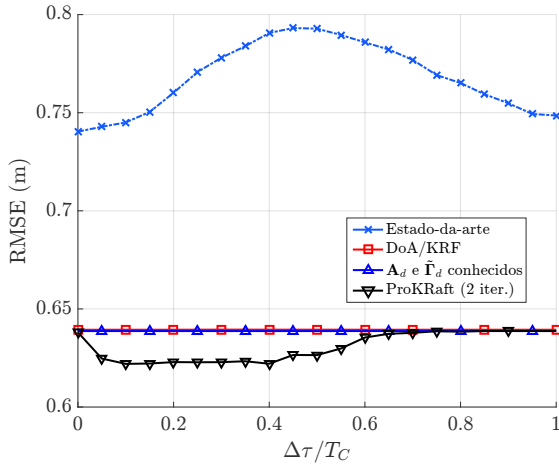


Fig. 5. Simulação de MC com  $D = 1$ ,  $\Delta\phi = \pi/3$  radianos

## VI. CONCLUSÃO

Neste artigo foi proposto uma abordagem de filtragem ProKRaft para mitigação de multipercursos cujo desempenho é melhor que o estado da arte [5]. O esquema proposto consegue resultados consistentes com filtragem com conhecimento *a priori* do canal.

Assim como o esquema proposto em [14], é necessário conhecimento prévio da ordem do modelo para aplicar este esquema. Enquanto os resultados foram semelhantes entre estes dois esquemas, o esquema aqui proposto possui complexidade computacional aproximadamente igual a [14] para cada iteração ProKRaft pois cada iteração inclui uma decomposição em valores singulares e uma fatorização Khatri-Rao.

A efetividade da mitigação de multipercursos do esquema aqui proposto revela este como sendo um esquema desejável para aplicações de segurança ou responsabilidade crítica.

## REFERÊNCIAS

- [1] C. Kang, S.-H. Lee, and C. C. Chung, "On-road vehicle localization with GPS under long term failure of a vision sensor," in *2015 IEEE 18th International Conference on Intelligent Transportation Systems*. IEEE, Sep. 2015, pp. 1638–1643.
- [2] L. V. de Miranda, P. G. Kinan, G. G. Moreira, R. C. Namora, and M. H. Carneiro, "Survey sampling for fisheries monitoring in Brazil: implementation and analysis," *Brazilian Journal of Oceanography*, vol. 64, no. 4, pp. 401–414, Dec. 2016.
- [3] M. Braasch and A. van Dierendonck, "GPS receiver architectures and measurements," *Proceedings of the IEEE*, vol. 87, no. 1, pp. 48–64, Jan. 1999.
- [4] R. van Nee, "Spread-spectrum code and carrier synchronization errors caused by multipath and interference," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 29, no. 4, pp. 1359–1365, Oct. 1993.
- [5] B. Hammoud, F. Antreich, J. A. Nossek, J. P. C. L. da Costa, and A. L. F. de Almeida, "Tensor-Based Approach for Time-Delay Estimation," in *WSA 2016: 20th International ITG Workshop on Smart Antennas*, Mar. 2016, pp. 1–7.
- [6] S. Pillai and B. Kwon, "Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 37, no. 1, pp. 8–15, Jan. 1989.
- [7] M. Haardt, F. Roemer, and G. D. Galdo, "Higher-order SVD-based subspace estimation to improve the parameter estimation accuracy in multidimensional harmonic retrieval problems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 7, pp. 3198–3213, Jul. 2008.
- [8] P. R. Gomes, A. L. de Almeida, J. P. C. da Costa, and G. D. Galdo, "Tensor-based methods for blind spatial signature estimation under arbitrary and unknown source covariance structure," *Digital Signal Processing*, vol. 62, pp. 197–210, Mar. 2017.
- [9] T.-J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 33, no. 4, pp. 806–811, Aug. 1985.
- [10] M. Weis, F. Roemer, M. Haardt, and P. Husar, "Dual-symmetric parallel factor analysis using procrustes estimation and khatri-rao factorization," in *2012 Proceedings of the 20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Aug. 2012, pp. 270–274.
- [11] P. R. B. Gomes, A. L. F. de Almeida, J. P. C. L. da Costa, and J. C. M. Mota, "Métodos tensoriais para estimação cega de assinaturas espaciais em arranjos multidimensionais de sensores," *XXXIV SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES — SBrt2016*, pp. 873–877, 2016.
- [12] P. H. Schönemann, "A generalized solution of the orthogonal procrustes problem," *Psychometrika*, vol. 31, no. 1, pp. 1–10, Mar. 1966.
- [13] F. Roemer and M. Haardt, "Tensor-based channel estimation (TENCE) for two-way relaying with multiple antennas and spatial reuse," in *2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. IEEE, Apr. 2009, pp. 3641–3644.
- [14] D. de Lima, J. P. C. L. da Costa, F. Antreich, R. K. Miranda, and G. Del Galdo, "High resolution Time-Delay estimation via direction of arrival estimation and Khatri-Rao factorization for multipath mitigation," in *21st International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA 2017)*, Berlin, Germany, Mar. 2017, pp. 388–395.
- [15] L. D. Lathauwer, B. D. Moor, and J. Vandewalle, "A multilinear singular value decomposition," *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 21, no. 4, pp. 1253–1278, Jan. 2000.
- [16] K. Borre, D. M. Akos, N. Bertelsen, P. Rinder, and S. H. Jensen, *A Software-Defined GPS and Galileo Receiver: A Single-Frequency Approach*, ser. Applied and Numerical Harmonic Analysis. Birkhäuser Boston, 2007.
- [17] R. Harshman, "Foundations of the PARAFAC procedure: Models and conditions for an "explanatory" multi-modal factor analysis," *UCLA Working Papers in Phonetics*, vol. 16, 1970.
- [18] J. Selva-Vera, "Efficient Multipath Mitigation in Navigation Systems," Ph.D. dissertation, Department of Signal Theory and Communications, Universitat Politècnica de Catalunya, 2004.
- [19] M. Weis, G. Del Galdo, and M. Haardt, "A correlation tensor-based model for time variant frequency selective MIMO channels," in *WSA Workshop on Smart Antennas*, Vienna, Austria, Feb. 2007.