

# Análise de Desempenho de Filtros Detectores em Sistemas GFDM

Brena Kelly S. Lima e C. Alexandre R. Fernandes

**Resumo**— Multiplexação por Divisão de Frequência Generalizada (GFDM) é um esquema não-ortogonal de modulação digital em multiportadoras que vem sendo apontado como um dos principais candidatos para o 5G. A transmissão no sistema GFDM é baseada em blocos, onde cada subportadora é filtrada por um formatador de pulsos circular e o prefixo cíclico não precisa ser anexado a cada símbolo modulado. Este artigo apresenta uma análise realizada através de simulações computacionais da aplicação dos filtros detectores MF (*Matched Filter*), ZF (*Zero Forcing*) e MMSE (*Minimum Mean Square Error*) no receptor GFDM.

**Palavras-Chave**— GFDM, formatador de pulso, filtros detectores, taxa de erro de símbolo.

**Abstract**— Generalized Frequency Division Multiplexing (GFDM) is a non-orthogonal digital multicarrier transmission scheme that is being pointed as a of the main candidates for the 5G. The transmission in the GFDM system is block-based, where individual sub-carriers are filtered by a circular pulse shaping and the cyclic prefix doesn't need be appended to each modulated symbol. This article presents an analysis performed through computational simulations of the application of MF, ZF and MMSE filters in the GFDM receiver.

**Keywords**— GFDM, pulse shaping, detector filters, symbol error rate.

## I. INTRODUÇÃO

O GFDM (*Generalized Frequency Division Multiplexing*) foi inicialmente proposto em 2009 por G. Fettweis em [1] como uma técnica flexível de modulação, capaz de minimizar algumas desvantagens que o sistema de Multiplexação por Divisão de Frequência Ortogonal (OFDM – *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) apresenta, tais como a elevada emissão fora da banda e baixa eficiência espectral devido à inserção de prefixos cíclicos (PC) a cada símbolo modulado. No GFDM, o PC é inserido a cada conjunto de símbolos modulado, proporcionando maior eficiência espectral [1], [2], [3].

O GFDM transmite os símbolos baseados em uma estrutura que consiste em  $K$  subportadoras e  $M$  slots de tempo, onde o número total de símbolos é  $MK$ . Em cada subportadora é aplicado um filtro formatador de pulso circular conduzindo à redução da emissão fora de banda [4], enquanto o OFDM transmite  $K$  símbolos usando um slot de tempo com  $K$  subportadoras sem formatação de pulso.

Isso significa que o GFDM pode modelar o espectro escolhendo a forma de pulso apropriada. Além disso, o espaçamento entre as subportadoras é mais flexível no GFDM do que no OFDM devido à não ortogonalidade [2], [5].

Brena Kelly S. Lima e C. Alexandre R. Fernandes. Engenharia de Computação, Campus Sobral. Universidade Federal do Ceará, Sobral, Brasil. E-mails: brenalima@alu.ufc.br, alexandrefernandes@ufc.br

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma análise, realizada através de simulações computacionais, da aplicação dos filtros detectores MF, ZF e MMSE no processo de recepção em sistemas GFDM. Uma descrição geral do sistema GFDM é apresentada na Seção II. As três técnicas para recuperar o sinal transmitido são apresentadas na Seção III. Na Seção IV, a performance dos filtros é analisada em termos de taxa de erro de símbolo (SER – *Symbol Error Rate*). As conclusões são apresentadas na Seção V.

## II. MODELO DO SISTEMA GFDM

Seja  $\mathbf{d} = [d_0^T, \dots, d_{KM-1}^T]^T \in C^{MK \times 1}$  o vetor que contém os símbolos modulados usando uma constelação  $J$ -QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*) [3]. Organizando  $\mathbf{d}$  em uma matriz  $\mathbf{D} = \{d_{k,m}\}_{K \times M}$ , onde as linhas e colunas representam os símbolos transmitidos na  $k$ -ésima subportadora e no  $m$ -ésimo slot de tempo, respectivamente. Cada símbolo  $d_{k,m}$  da matriz  $\mathbf{D}$  é sobreamostrado resultando em  $d_{k,m}[n]$ , sendo  $N$  o fator de amostragem.

O sinal transmitido no GFDM [5] pode ser descrito como

$$x[n] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{K-1} d_{k,m}[n] g_m[n] p_k[n] \quad (1)$$

com  $n = 0, \dots, MN - 1$ , em que  $p_k[n] = \exp(-j2\pi \frac{kn}{N})$  representa as múltiplas subportadoras complexas que são filtradas individualmente pelo filtro  $g_m[n] = \tilde{g}[(n + MN/2) \bmod MN/2] - MN/2$ , onde  $\tilde{g}[n]$  designa a versão não circular do filtro formatador de pulso e  $\bmod$  denota o operador módulo. Para que o critério de Nyquist seja satisfeito,  $N \geq K$  deve ser atendido [4].

A expressão (1) pode ser reformulada como

$$\mathbf{x} = \mathbf{A} \mathbf{d}, \quad (2)$$

em que  $\mathbf{A} = (g_m[n] \otimes p_k[n])^T$  é uma matriz de dimensão  $NM \times KM$ , com  $\otimes$  denotando o produto de Khatri-Rao, e  $\mathbf{x}$  é um vetor coluna contendo as amostras transmitidas correspondentes ao bloco de dados  $\mathbf{d}$ . Em  $\mathbf{x}$ , é adicionado um PC de amostras para produzir o sinal a ser transmitido,  $x_{pc}[n]$  [5].

A Fig. 1 apresenta um diagrama em blocos de um receptor GFDM. O sinal recebido é convertido para banda base, resultando em um sinal discreto  $y_{pc}[n]$ . Neste artigo, será considerado um canal invariante no tempo com resposta ao impulso  $h[n]$ .

A transmissão através de um canal sem fio pode ser modelada como  $y_{pc}[n] = h[n] * x_{pc}[n] + w[n]$ , onde  $y_{pc}[n]$  é o sinal recebido,  $w[n]$  é um ruído gaussiano, branco e aditivo,

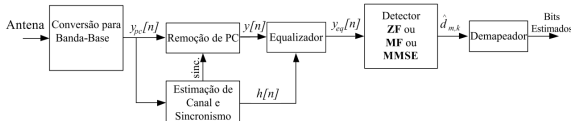


Fig. 1. Diagrama em blocos receptor GFDM.

com média nula e variância  $\sigma^2$ , e  $*$  denota a operação de convolução linear. Em seguida, o PC é removido e o sinal resultante deve ser equalizado para compensar a influência do canal. Na forma vetorial, com a remoção do PC, a expressão (2) resulta no sinal recebido

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{A}\mathbf{d} + \mathbf{w}, \quad (3)$$

em que  $\mathbf{y}$  e  $\mathbf{w}$  são os vetores do sinal recebido e do ruído, respectivamente, e  $\mathbf{H}$  é uma matriz circulante dada em termos de  $h[n]$  [2]. O sinal é equalizado na frequência via equalizador de um coeficiente [4]. O sinal equalizado pode ser recuperado com o uso de um detector, depois são demapeados produzindo estimativas dos bits transmitidos. A expressão (2) é uma importante representação do sinal GFDM, pois permite implementar detectores de baixa complexidade no processo de recepção utilizando  $\mathbf{A}$ . Na próxima seção, serão apresentadas três técnicas de detecção.

### III. FILTROS DETECTORES

Em [2], são apresentadas as operações matriciais em  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{H}$  para o processo de detecção do sinal equalizado utilizando os seguintes filtros:

1) *MF*: Pode ser visto como  $K$  receptores de portadora única em paralelo, processando o sinal equalizado  $y_{eq}[n]$ . O processo de recepção do MF é dado por  $\mathbf{d}_{MF} = \mathbf{A}^H \mathbf{y}_{eq}$ , onde  $\mathbf{d}_{MF}$  é o vetor de dados recebidos utilizando o MF, e  $\mathbf{A}^H$  denota a versão hermitiana de  $\mathbf{A}$ . Esse tipo de filtro maximiza a taxa de razão sinal ruído (SNR – *Signal-to-Noise Rate*) por subportadora, mas introduz os efeitos da interferência entre as portadoras quando um formatador de pulso não ortogonal é utilizado no transmissor.

2) *ZF*: Para recuperar o vetor de dados é feito  $\mathbf{d}_{ZF} = (\mathbf{H}\mathbf{A})^+ \mathbf{y}$ , onde  $\mathbf{d}_{ZF}$  é o vetor de símbolos recuperados, e  $(\mathbf{H}\mathbf{A})^+ = (\mathbf{A}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H}\mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H}^H$  é a pseudo-inversa da matriz  $\mathbf{H}\mathbf{A}$  [2]. O ZF é capaz de remover as interferências resultantes da não-ortogonalidade entre as portadoras. Porém, esta técnica apresenta a desvantagem de amplificar o ruído no sistema por somente inverter a matriz  $\mathbf{A}$ .

3) *MMSE*: A ideia principal dessa técnica é diminuir a amplificação do ruído causada pela técnica ZF. O vetor de símbolos recebidos é, então, dado por  $\mathbf{d}_{MMSE} = \mathbf{A}^\dagger \mathbf{y}$  com  $\mathbf{A}^\dagger = (\frac{\sigma_w^2}{\sigma_d^2} \mathbf{I} + \mathbf{A}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H}\mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H}^H$ , onde  $\sigma_w^2$  é a variância do ruído e  $\sigma_d^2$  a variância do sinal transmitido.

### IV. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção serão apresentados os resultados de simulação do trabalho. Foi considerado que o sistema possui  $K = 64$  subportadoras,  $M = 5$  slots de tempo e  $N = 80$ . Os símbolos são modulados utilizando 16-QAM. O filtro formatador de pulso não-ortogonal Raiz de Cosseno Levantado (RCL) foi utilizado na transmissão, considerando os fatores de decaimento

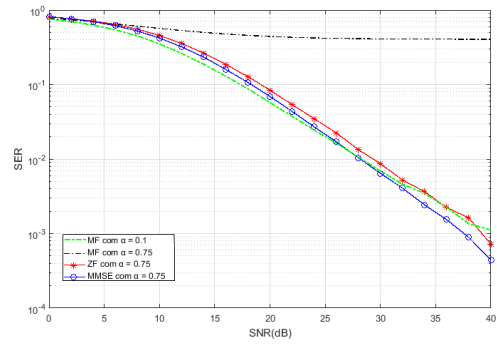


Fig. 2. SER versus SNR - Comparação entre os filtros detectores MF, ZF e MMSE.

(*roll-off*)  $\alpha = 0.75$ . A SER é apresentada para uma média de  $10^4$  amostras de Monte Carlo.

A Fig. 2 mostra a SER em função da SNR média para os casos em que os filtros detectores MF, ZF e MMSE são aplicados no receptor GFDM.

Analisando o desempenho de cada filtro, o MF apresentou pior performance quando  $\alpha = 0.75$  pois valores altos de  $\alpha$  resultam em uma maior interferência entre as portadoras. O filtro MF não elimina a interferência entre símbolos nem entre portadoras, dependendo fortemente da escolha do formatador de pulso no transmissor. O filtro ZF apresentou melhor desempenho que o MF devido à sua capacidade de remover os efeitos da interferência, visto que estas são não-ortogonais, entretanto amplifica os efeitos do ruído. Usando o filtro MMSE é possível diminuir a interferência entre as portadoras sem amplificar o ruído no sistema, resultando melhor desempenho em termos de SER. Isto é possível através de maior esforço computacional porque  $\mathbf{A}^\dagger$  precisa ser calculado toda vez que  $\sigma_w^2$  muda, enquanto  $\mathbf{A}^+$  e  $\mathbf{A}^H$  são independentes do ruído. Analisando a influência do fator  $\alpha$ , acrescentamos um  $\alpha = 0.1$  para o MF, comprovando que ele depende fortemente do filtro formatador de pulso, apresentando pior desempenho quando altos valores de  $\alpha$  em filtros não-ortogonais são utilizados na transmissão.

### V. CONCLUSÕES

Neste artigo foi analisada em termos de taxa de erro de símbolo a aplicação de filtros detectores no receptor do sistema GFDM. Pelos resultados obtidos, o filtro MMSE se mostrou mais eficaz devido à capacidade de reduzir a interferência entre as portadoras sem amplificar o ruído.

### REFERÊNCIAS

- [1] Gerhard Fettweis, Marco Krondorf, and Steffen Bittner. "GFDM - Generalized Frequency Division Multiplexing." In VTC Spring 2009 - IEEE 69th Vehicular Technology Conference, pages 1-4, April 2009.
- [2] Michailow, N.; Matthe, M.; Gaspar, I.; Caldevilla, A., M.; FETTWEIS, G.; "Generalized Frequency Division Multiplexing for 5th Generation Cellular Networks" in IEEE, VOL. 62, N°9, September 2014.
- [3] Farhang-Boroujeny, B.; Moradi, H. "Derivation of GFDM Based on OFDM Principles," in IEEE International Conference on Communication, London, June 2015.
- [4] Alves, B.; Mendes, L.; Guimaraes, D.; Gaspar, I.; "Performace of GFDM over Frequency-Selective Channels," in Revista Telecomunicações, VOL. 15, N°02, October 2013.
- [5] I. Gaspar et al., "Low Complexity GFDM Receiver Based On Sparse Frequency Domain Processing," in IEEE 77th Vehicular Technology Conference (VTC Spring), June 2013