

Bit-Loading e a Capacidade de Sistemas OFDM

João Henrique de Souza, Lucas Dias Hiera Sampaio, Taufik Abrão

Resumo—Este artigo discute dois algoritmos clássicos para solucionar o problema de maximização da capacidade no *downlink* de sistemas OFDM (*orthogonal frequency-division multiplexing*), incluindo a diferença de desempenho entre as duas abordagens condicionadas por estes algoritmos: uma teórica, utilizando a solução clássica de *water-filling* e a outra, de cunho prático, utilizando o algoritmo de Hughes-Hartogs. Resultados numéricos de simulação considerando parâmetros dos sistemas atuais do *Long-Term Evolution* (LTE) são discutidos de forma a ilustrar a diferença prática entre abordagem contínua e discreta sob a perspectiva das tecnologias atuais.

Palavras-Chave—*orthogonal frequency-division multiplexing* (OFDM), alocação de recursos, *bit-loading*

I. INTRODUÇÃO

No cenário atual de telecomunicações há uma grande demanda pela melhor utilização dos recursos uma vez que estes são escassos e a demanda cresce a cada ano. Neste sentido, muitos pesquisadores trabalham na busca de um gerenciador de recursos para sistemas sem-fio que permita atender as necessidades e expectativas de usuários, companhias de telecomunicações e do meio ambiente. Todavia, grande parte dos métodos propostos são, do ponto de vista matemático, contínuos, portanto, não representam de forma fidedigna os sistemas reais.

A fim de averiguar quão distante o modelo teórico se encontra do prático, este *paper* analisa o desempenho do algoritmo de *bit-loading* em relação à solução contínua ótima do problema de maximização da capacidade no *downlink* de sistemas OFDM para um cenário típico da quarta geração de sistemas de telecomunicações (4G). São apresentados os algoritmos de *water-filling* (WF) e Hughes-Hartogs (HH), respectivamente, a solução ótima e uma alternativa sub-ótima ao problema de maximização estudado. Apesar de representar a solução ótima, o WF opera em um caso de granularidade infinita no tamanho da constelação [1], dificultando sua implementação; enquanto a solução de HH é mais prática operando com granularidade finita, porém apresentando alto custo computacional devido à quantidade de operações de busca realizadas [2].

II. CAPACIDADE OFDM COM *Gap* DE SNR

OFDM, do inglês *orthogonal frequency-division multiplexing*, é um esquema de modulação multiportadora utilizado frequentemente em sistemas de comunicação sujeitos a canais guiados ou não-guiados. De forma geral, neste esquema um canal é dividido em subcanais com banda menor cujas frequências são ortogonais entre si, de modo que cada subcanal

João Henrique de Souza and Taufik Abrão are with Electrical Engineering Department, State University of Londrina, PR, Brazil (e-mail: joaohis@outlook.com, taufik@uel.br).

Lucas Dias Hiera Sampaio is with the Computer Science Department and Electrical Engineering Department, State University of Londrina, PR, Brazil (e-mail: lucas.dias.sampaio@gmail.com).

apresente resposta em frequência plana (não seletiva em frequência). Desse modo, a transmissão dos símbolos é realizada paralelamente, sendo possível tanto distribuir os bits de uma palavra binária em diversos subcanais, como também alocar os subcanais para diferentes usuários do sistema. Uma das principais vantagens do OFDM é sua baixa degradação pela interferência intersimbólica, obtida pela condição da largura de banda dos subcanais (B) resultar menor que a banda de coerência do canal, i.e., $B \ll (\Delta B)_c$, e a adição de um prefixo cíclico nos símbolos transmitidos com duração maior que espalhamento efetivo da resposta do canal, i.e., $T_{CP} > \tau_{rms}$.

Em um sistema OFDM, a capacidade total pode ser calculada pela soma das capacidades de cada subcanal pela equação de Shannon:

$$C_i = \sum_{i=1}^N B \log_2(1 + P_i \delta_i) \text{ [bits/s]}, \quad (1)$$

sendo N o número de sub-portadoras do sistema OFDM, $\delta_i = h_i/(N_0 B)$ o ganho de canal normalizado pela potência de ruído térmico, onde h_i é o ganho do i -ésimo subcanal e N_0 a densidade espectral do ruído. No cálculo do valor de capacidade acima assume-se que a probabilidade de erro de bit (BER) resulte nula, condição que não pode ser alcançada em um cenário real de interesse prático. Por este motivo é necessário introduzir na equação de Shannon o *gap* de SNR Γ , fator que depende da BER, da margem de operação e do ganho de codificação do sistema [3]. Assim, a capacidade de Shannon com *gap* de SNR (aproximação) é escrita como:

$$C_i = \sum_{i=1}^N B \log_2 \left(1 + \frac{P_i \delta_i}{\Gamma} \right) \text{ [bits/s]}. \quad (2)$$

Para o esquema de modulação QAM, a dependência de Γ com a BER pode ser aproximada pela expressão:

$$\Gamma = \frac{1}{3} \left[Q^{-1} \left(\frac{BER}{4} \right) \right]^2 \text{ [dB]}, \quad (3)$$

sendo a função $Q(a) = 1 - \Pr(x < a)$, e $x \sim \mathcal{N}(0, 1)$ [4].

III. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E POSSÍVEIS SOLUÇÕES

O problema estudado consiste na maximização da capacidade total do sistema com uma limitação de potência definida por P_{max} . O problema de otimização é definido da forma:

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && \sum_{i=1}^N b_i = \sum_{i=1}^N \frac{C_i}{B} = \sum_{i=1}^N \log_2 \left(1 + \frac{P_i \delta_i}{\Gamma} \right) \\ &\text{sujeito à} && \sum_{i=1}^N P_i \leq P_{max}. \end{aligned} \quad (4)$$

Algoritmo WF. O algoritmo *water-filling* (WF) é a solução ótima do ponto de vista da capacidade [5] em função da

restrição do recurso potência (ou energia) máxima disponível; a solução WF é formulada a partir da técnica de otimização dos multiplicadores de Lagrange, λ . Dado a formulação em (4), a solução é encontrada calculando o ponto de máximo em

$$L(P_i) = \sum_{i=1}^N \log_2 \left(1 + \frac{P_i \delta_i}{\Gamma} \right) + \lambda \left(\sum_{i=1}^N P_i - P_{max} \right), \quad (5)$$

Após o processo de otimização, verifica-se que a potência alocada em cada subcanal do sistema segue uma regra de distribuição *water-filling* definida pela expressão

$$P_i = C_\lambda - \frac{\Gamma}{\delta_i}, \quad (6)$$

sendo C_λ uma constante denominada "nível d'água":

$$C_\lambda = \frac{1}{N} \left(P_{max} + \sum_{i=1}^N \frac{\Gamma}{\delta_i} \right). \quad (7)$$

Algoritmo de Hughes-Hartogs [6] é uma técnica de preenchimento de bits utilizada em sistemas baseados em esquemas de transmissão multiportadora. O HH distribui a potência disponível entre os subcanais visando maximizar a capacidade total do sistema. Este algoritmo é classificado como *guloso*, uma vez que procura por soluções locais partindo da premissa de que tais soluções levarão à solução global do problema [5]. O algoritmo HH calcula o acréscimo do custo incremental de energia para alocar mais um bit aos subcanais, escolhendo sempre aquele que apresente o menor custo [2]. O processo é realizado bit-a-bit até que a energia consumida pelo sistema atinja a máxima estipulada. O custo incremental de energia para a alocação do bit de número b_i ao i -ésimo subcanal é:

$$\Delta \epsilon_i(b_i) = 2^{b_i} \frac{\Gamma}{\delta_i}. \quad (8)$$

Define-se a matriz do custo incremental com os valores adicionais de energia a serem alocadas para cada subcanal e uma dada quantidade de bits. Em seguida, realiza-se uma busca de mínimos alocando-se os bits nos subcanais que apresentam menor acréscimo, até que o total de energia alocada atinja o valor máximo do recurso disponível.

IV. RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÃO

Considera-se o *downlink* com dez usuários estáticos uniformemente distribuídos ao redor de uma estação rádio-base centrada em uma célula hexagonal com 1 km de raio. Cada usuário utiliza 12 subcanais OFDM consecutivos. Expoente de perda de percurso e recepção sem linha de visada (amplitudes recebidas seguem distribuição Rayleigh), típicos em macrocélulas urbanas, foram assumidos [7]. A Tabela I resume os parâmetros gerais do sistema.

Com o cenário proposto foram realizadas 10^4 realizações, alocando-se a potência disponível do sistema a partir dos algoritmos WF e HH. Os seus respectivos coeficientes de canal foram gerados levando-se em conta a posição aleatória dos usuários (*path loss*) e o desvanecimento (termo curto e médio). A partir das simulações verificou-se que o algoritmo de HH atinge em média 73% da capacidade alcançada pela solução ótima, obtida via WF. No melhor caso, o HH gerou

uma solução de 81% da capacidade da solução *water-filling*. Enquanto isto, o pior desempenho resultou em uma capacidade de 67% da solução ótima, conforme observado na CDF das realizações, Fig. 1.

TABELA I
PARÂMETROS DO CENÁRIO PROPOSTO PARA AS SIMULAÇÕES.

Parâmetro	Valor
Número de usuários	$U = 10$
Número de subcanais	$N = 120$
Largura de banda por subcanal	$B = 15$ kHz
Expoente de perda de percurso	$\xi = 4$
Desvio padrão do sombreamento	$\sigma_{shd} = 6$ dB
Taxa de erro de bit máxima	BER = 10^{-7}
Potência máxima de transmissão	$P_{max} = 20$ W

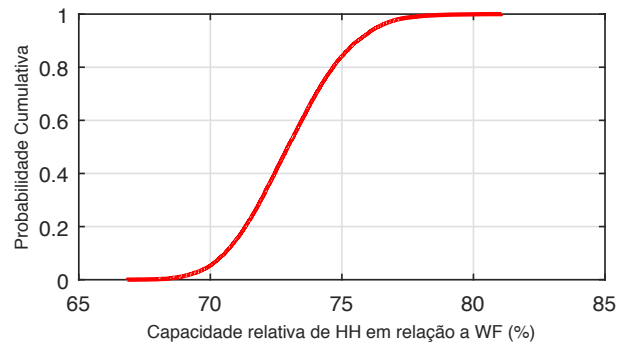


Fig. 1. CDF da capacidade relativa alcançada pelo algoritmo de HH em relação ao de WF.

Em conclusão, este trabalho analisou a solução ótima para o problema de otimização da capacidade em sistemas OFDM com limitação de potência e uma alternativa eficiente, porém sub-ótima denominada algoritmo de Hughes-Hartogs. Os resultados das simulações indicaram que o algoritmo de HH alcançou uma faixa de capacidade entre 67% e 81% daqueles resultados alcançados pela solução ótima WF, atingindo em média 73% desta capacidade ótima. A diferença de capacidade observada entre as soluções deve-se ao fato do algoritmo de WF permitir a alocação de bits fracionários, enquanto o algoritmo HH opera com valores de bits inteiros, tornando a solução de *bit-loading* apropriada para fins práticos.

REFERÊNCIAS

- [1] P. S. Chow, J. M. Cioffi, and J. A. C. Bingham, "A practical discrete multitone transceiver loading algorithm for data transmission over spectrally shaped channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, Mar. 1995.
- [2] D. Wang, Y. Cao, and L. Zheng, "Efficient two-stage discrete bit-loading algorithms for OFDM systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 59, Sep. 2010.
- [3] J. M. Cioffi, "A multicarrier primer," Nov. 1991.
- [4] A. García-Armada, "SNR gap approximation for M-PSK-based bit loading," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 60, Feb. 2006.
- [5] C. M. Akujobi and J. Shen, "Efficient multi-user parallel greedy bit-loading algorithm with fairness control for DMT systems," in *Greedy Algorithms* (W. Bednorz, ed.), InTech, 2008.
- [6] D. Hughes-Hartogs, "Ensemble modem structure for imperfect transmission media," 4.679.227 (Jul. 1987), 4.731.816 (Mar. 1988), 4.833.706 (May. 1989).
- [7] A. Goldsmith, *Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2005.