

# Análise da Equalização em Sistemas MU-MIMO de Célula Isolada

Rafael M. Duarte, Marcelo S. Alencar, Waslon T. A. Lopes e Fabrício B. S. Carvalho

**Resumo**— Os modelos MIMO multiusuário (MU-MIMO – *Multi-User Multiple Input Multiple Output*) se popularizaram com o crescimento da demanda por serviços de comunicações móveis. Várias métricas podem ser usadas para avaliar o desempenho do sistema na presença de múltiplos usuários; entre elas, a taxa de erro de bit (*Bit Error Rate* – BER), a capacidade do canal, a eficiência espectral e a eficiência energética são as mais comuns. Neste artigo, analisa-se a variação da BER com a ordem do esquema de modulação e os métodos de equalização e pré-codificação. Observou-se que esquemas de modulação de ordem elevada tendem a apresentar o mesmo desempenho quando são usadas os esquemas de equalização *zero-forcing* e por minimização do erro médio quadrático, em um ambiente com sinais interferentes. O mesmo que não ocorre quando se utiliza a modulação BPSK. Adicionalmente, foram traçadas curvas de erro de estimação de canal por mínimos quadrados, a fim de observar a sua variação em função do comprimento da sequência-piloto. Tais curvas podem ser usadas no projeto de sistemas de comunicações.

**Palavras-Chave**— BER, equalização, interferência, MU-MIMO, *zero-forcing*.

**Abstract**— MIMO Multi-User Multiple Input Multiple Output (MU-MIMO) models have become popular with the growing demand for mobile communications services. Several metrics can be used to evaluate system performance in the presence of multiple users; among them, Bit Error Rate (BER), channel capacity, spectral efficiency and energy efficiency are the most common. In this article, the variation of the BER with the order of the modulation scheme, with the equalization and pre-coding methods are analyzed. It has been observed that high-order modulation schemes tend to exhibit the same performance, when zero-forcing and minimum mean squared error equalization methods are used, in an environment with interference, which does not occur when BPSK modulation is used. In addition, error curves for the least squares channel estimation method were obtained, in order to observe their variation as a function of the pilot sequence length. Such curves can be used in the design of communications systems.

**Keywords**— BER, equalization, interference, MU-MIMO, *zero-forcing*.

## I. INTRODUÇÃO

Sistemas móveis em que apenas um terminal com uma antena se comunica com uma estação radiobase (ERB) com arranjo composto por múltiplas antenas são conhecidos como *single-user* MIMO (SU-MIMO). Esse tipo de sistema apresenta vantagens, tais como a baixa interferência e o aumento das taxas de transmissão. O uso de múltiplas antenas na ERB permite que duas ou mais cópias do sinal transmitido

pelo usuário sejam recebidas pela ERB e combinadas no processamento [1]. No entanto, o crescimento da demanda por serviços de telefonia móvel tornou necessário o uso simultâneo do canal por múltiplos usuários, dando origem aos sistemas MU-MIMO.

Do compartilhamento do canal decorre o aumento da interferência, o que torna ineficientes as análises baseadas apenas nos modelos SU-MIMO. Por outro lado, com modelos MU-MIMO, pode-se analisar o impacto da interferência nas técnicas de processamento clássicas. As técnicas de equalização comumente usadas para reduzir a interferência produzida por outros usuários têm o seu desempenho afetado pelo aumento da ordem dos esquemas de modulação. Esse é um dos aspectos analisados neste trabalho. A BER foi usada para avaliar o desempenho das técnicas de equalização linear em um sistema MU-MIMO modelado estatisticamente.

Atualmente, nas pesquisas relacionadas a MU-MIMO, o desempenho dos métodos de estimação do estado do canal (*Channel State Information* – CSI) na presença da interferência-piloto tem sido intensamente investigado [2]. Além disso, têm-se buscado formas de reduzir os efeitos deste tipo de interferência. Paralelamente à análise de sistemas MIMO multicelulares [3], os sistemas *Cell-Free* [4] e MIMO distribuído têm sido investigados. Vale ressaltar que aspectos como a eficiência energética [5] e a eficiência espectral [6,7] de sistemas MU-MIMO multicelulares, apesar de já terem sido bastante explorados, continuam recebendo atenção dos pesquisadores.

Avaliando pesquisas recentes [8,9], percebe-se que essa modelagem MU-MIMO tem sido utilizada para analisar as taxas de transmissão alcançáveis e a eficiência espectral em sistemas com arranjos de antenas grandes nas ERBs. Os resultados desses trabalhos demonstram as vantagens de se utilizar arranjos cada vez maiores.

Neste artigo, o modelo MU-MIMO de célula isolada foi usado para analisar a taxa de erro de *bit* obtida com o uso combinado de esquemas de modulação de várias ordens e diferentes esquemas de equalização. Foram realizadas análises nos modos de *uplink* e *downlink*. O mesmo modelo foi usado para avaliar a relação entre o comprimento das sequências-piloto, a relação sinal-ruído (*Signal-to-Noise Ratio* – SNR) e o erro de estimação de canal por mínimos quadrados.

Neste contexto, este artigo está organizado da seguinte forma: na Seção II, estão descritos o equacionamento e os parâmetros usados no modelo. Na Seção III, descrevem-se de maneira resumida os métodos de equalização utilizados no trabalho. A estimação de canal está brevemente descrita na Seção IV. As curvas de BER obtidas com a SNR variável na

recepção estão expostas na Seção V. A Seção VI contém as conclusões obtidas a partir dos resultados e propostas para trabalhos futuros.

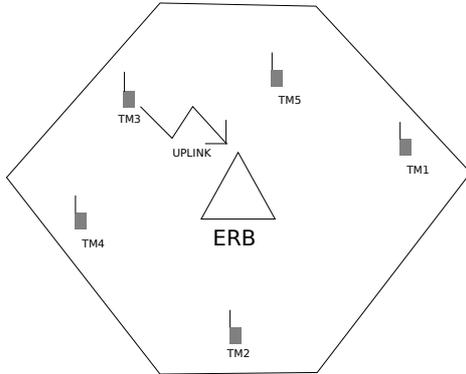


Fig. 1. Uplink entre terminais móveis e ERB em uma célula isolada.

## II. MODELO E SIMULAÇÃO

No modelo desenvolvido, há apenas uma célula. Nela, há uma ERB com  $M$  antenas e  $K$  terminais móveis de antena única, conforme ilustrado na Figura 1. O número de antenas na ERB é maior ou igual ao número de terminais móveis.

O canal foi modelado usando a variável aleatória Gaussiana complexa com média zero e variância unitária. Definiu-se que o intervalo de coerência abrange tanto o *uplink* quanto o *downlink*, de forma de o canal do segundo é a versão transposta do primeiro.

O ruído foi modelado usando a distribuição Gaussiana complexa com variância unitária. No modelo, a SNR é usada para variar diretamente a energia dos símbolos.

Neste trabalho, foram avaliados os esquemas de modulação BPSK (*Binary Phase Shift Keying*) e em quadratura (*Quadrature Amplitude Modulation* – QAM) dos tipos 16-QAM, 64-QAM e 256-QAM.

### A. Uplink

Seja  $\mathbf{S}$  a matriz de sinais modulados transmitidos pelos  $K$  terminais móveis da célula,

$$\mathbf{S} = [s_1 \quad \dots \quad s_K]^T, \quad (1)$$

e  $\mathbf{H}$  a matriz de canal,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{1K} \\ \dots & \dots & \dots \\ h_{M1} & \dots & h_{MK} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

a matriz de sinais recebidos pelas  $M$  antenas da ERB é dada por

$$\mathbf{Y}_u = [y_1 \quad \dots \quad y_M]^T = \sqrt{\rho_u} \mathbf{H} \mathbf{S} + \mathbf{N}, \quad (3)$$

em que  $\rho_u$  é a SNR de *uplink*,  $\mathbf{N}$  é a matriz de ruído nas antenas receptoras. Os *bits* usados para produzir os sinais modulados foram gerados usando a distribuição de Bernoulli.

Neste trabalho, a recuperação do sinal transmitido é feita usando os três métodos de equalização linear [7]. Cada método

de equalização linear é realizado com o uso de uma matriz de equalização  $\mathbf{A}$ , cujo hermitiano deve ser multiplicado pela matriz  $\mathbf{Y}_u$  para obter uma estimativa de  $\mathbf{S}$ . Assim,

$$\mathbf{S}_{est} = \mathbf{A}^H \mathbf{Y}_u. \quad (4)$$

Em seguida, os símbolos estimados são demodulados. Vale ressaltar que os elementos da matriz  $\mathbf{A}$  são compostos pelos elementos da matriz de canal  $\mathbf{H}$ . Por esse motivo, o uso de tais métodos requer que o estado do canal seja conhecido na recepção. Essa informação pode ser obtida por meio da transmissão de sinais-piloto antes dos símbolos portadores de informação [10].

### B. Downlink

No *downlink*, a equalização acontece antes da transmissão do sinal. Para tanto, a ERB utiliza a CSI obtida durante o *uplink*. Isso é válido porque, em sistemas com duplexação por divisão de tempo, há reciprocidade entre os canais de *uplink* e de *downlink* durante o intervalo de coerência [6]. Nesse caso, a matriz do canal de descida será a de subida transposta. Estando os sinais destinados aos  $K$  terminais móveis reunidos em uma matriz  $\mathbf{W}$ , a matriz de equalização pode ser usada para condicionar os sinais transmitidos pelas  $M$  antenas da ERB, de forma que

$$\mathbf{X} = \sqrt{\alpha} \mathbf{T} \mathbf{W}. \quad (5)$$

A matriz  $\mathbf{T}$  é conhecida como matriz de pré-codificação (*precoding*) ou de ponderação;  $\alpha$  é a constante de normalização usada para fazer com que a norma de Frobenius do sinal pré-codificado seja igual a 1, ou seja,  $E(\|\mathbf{X}\|_F^2) = 1$ .

No *downlink*, a matriz de sinais recebidos pelos  $K$  terminais móveis é

$$\mathbf{Y}_d = \sqrt{\rho_d} \mathbf{H}^T \mathbf{X} + \mathbf{Z}, \quad (6)$$

em que  $\mathbf{Z}$  é a matriz de ruído e  $\rho_d$  é a SNR de *downlink*.

## III. EQUALIZAÇÃO E PRÉ-CODIFICAÇÃO

Os três métodos de equalização linear usados neste trabalho são o *maximum-ratio combining* (MRC) [11], o *Zero-forcing* (ZF) [12] e o *Minimum Mean Square Error* (MMSE) [7]. O método não linear por máxima verossimilhança também foi comparado aos lineares.

### A. Maximum-Ratio Combining

O método MRC maximiza a SNR, mas não considera a existência de sinais interferentes. Por esse motivo, ele não funciona bem na presença de interferência multiusuário [6]. A matriz de equalização desse método é a própria matriz de canal  $\mathbf{H}$ .

Na pré-codificação por *Maximum-Ratio Transmission* (MRT), a matriz de pré-codificação  $\mathbf{T}$  é o conjugado complexo da matriz  $\mathbf{H}$ . Assim como a MRC, a MRT não tem um desempenho satisfatório na presença de interferência multiusuário.

### B. Zero-Forcing

Este método é capaz de suprimir os sinais interferentes. Entretanto, dependendo da atenuação do canal, o ruído pode ser excessivamente amplificado [13]. Nesse caso, a matriz de recepção  $\mathbf{A}$  é dada por

$$\mathbf{A} = \mathbf{H}(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}. \quad (7)$$

Com esse método, a interferência multiusuário é totalmente anulada [6].

Na pré-codificação, a matriz de ponderação é  $\mathbf{T} = \mathbf{H}^*(\mathbf{H}^T \mathbf{H}^*)^{-1}$ .

### C. Minimum Mean-Square Error

Neste método, a matriz de equalização é projetada de forma a reduzir o erro método quadrático entre o sinal estimado e o transmitido. Ele maximiza a relação sinal-interferência-ruído (*Signal-to-Interference-plus-Noise* – SINR). A matriz de equalização é dada por [7]

$$\mathbf{A} = \mathbf{H}(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{\mathbf{I}_K}{\rho_u})^{-1}, \quad (8)$$

em que  $\mathbf{I}_K$  é a matriz identidade de ordem  $K$ .

Na pré-codificação MMSE, a matriz de ponderação é  $\mathbf{T} = \mathbf{H}^*(\mathbf{H}^T \mathbf{H}^* + \frac{K}{\rho_d} \mathbf{I}_K)^{-1}$ . O fator  $\frac{K}{\rho_d}$  foi escolhido para maximizar a SINR.

### D. Máxima Verossimilhança

A equalização por máxima verossimilhança (*Maximum likelihood* – ML) é um método não linear. Diferentemente dos métodos lineares, ele não requer uma matriz de equalização. No entanto, necessita-se de um dicionário contendo todas as combinações de símbolos possíveis. Juntamente com o sinal recebido e o CSI, o dicionário é usado para decidir qual combinação de sinais transmitidos (pelos terminais móveis) é mais provável. Por exemplo, em um sistema com  $M = 2$  e  $K = 2$  (2x2), a estimativa escolhida seria o par de símbolos,  $s_1$  e  $s_2$ , que minimizasse o erro, dado por

$$|y_1 - \sqrt{\rho_u}[h_{11}s_1 + h_{12}s_2]|^2 + |y_2 - \sqrt{\rho_u}[h_{21}s_1 + h_{22}s_2]|^2. \quad (9)$$

A maior desvantagem da máxima verossimilhança é o esforço computacional, o qual depende da ordem da modulação.

## IV. ESTIMAÇÃO DE CANAL EM SISTEMAS MIMO

Em sistemas MIMO, o canal pode ser estimado por treinamento com símbolos-piloto. Idealmente, cada usuário recebe uma sequência de símbolos  $\Psi$  exclusiva. Todas as sequências pertencentes a um mesmo conjunto devem ser ortogonais entre si, o que significa que  $\Psi_1^H \Psi_2 = 0$ . Os dois principais métodos de estimação de canal por treinamento são o de mínimos quadrados (LS - *Least Squares*) e por minimização do erro médio quadrático (MMSE). Neste trabalho, foi analisado apenas o primeiro, cuja equação de estimação [10] é dada por

$$\mathbf{H}_{Est} = \mathbf{Y}\mathbf{S}^H(\mathbf{S}\mathbf{S}^H)^{-1}. \quad (10)$$

## V. RESULTADOS

Todos os resultados relacionados à equalização foram obtidos com 10.000 pacotes de 100 símbolos para cada valor de SNR, entre 0 e 20 dB. Assumiu-se o conhecimento de CSI pelo receptor e operação com TDD e reciprocidade. O desvanecimento de Rayleigh foi considerado em todos os casos.

Neste trabalho, a maioria das avaliações foi realizada com no máximo  $M = K = 3$  (3x3). No entanto, o equacionamento é válido para cenários mais povoados, porque não depende da ordem das matrizes

As curvas de *uplink* obtidas usando a modulação BPSK e os três métodos de equalização linear estão ilustradas na Figura 2. Como esperado, as curvas do esquema MRC com  $M = K = 1$  (1x1) e ZF 2x2 coincidiram, porque o segundo é capaz de anular sinais interferentes. O desempenho dos esquemas MRC com  $M > 1$  e  $K = 1$  foi superior, devido à maximização da SINR. O esquema MMSE 2x2 se mostrou superior ao ZF 2x2, pois, graças à maximização da SINR, foram necessários 3dB de SNR a menos para alcançar 0,01 de BER. Finalmente, a curva de BER da equalização por máxima verossimilhança 2x2 ficou muito próxima da curva do MRC 2x1.

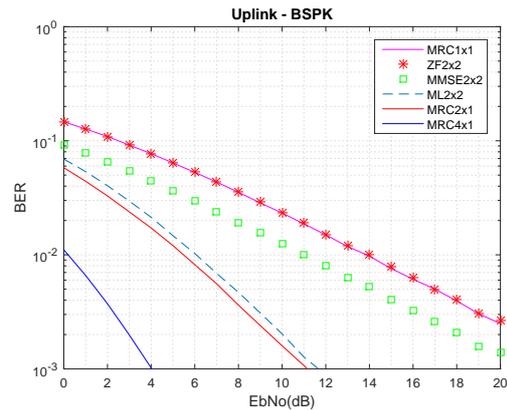


Fig. 2. Curvas de BER de *Uplink* com modulação BPSK e desvanecimento de Rayleigh.

Na Figura 3, encontram-se ilustradas as curvas de *uplink* usando a modulação 16-QAM. Nesse caso, as curvas ZF 2x2 e 1x1 coincidiram, demonstrando a capacidade de cancelar sinais interferentes independentemente da ordem do esquema de modulação. No entanto, a curva do esquema MMSE com 2x2 sofreu deslocamento na direção das duas anteriores. Observou-se, também, que as curvas do esquema 2x1 usando os métodos ZF e MRC coincidiram.

Nas Figuras 4 e 5, ilustram-se as curvas de *uplink* correspondentes às modulações 64-QAM e 256-QAM. Nos dois casos, observa-se que a curva de BER do esquema MMSE 2x2 se sobrepôs às curvas ZF 2x2, o que indica que a qualidade da equalização por esse método tende a se assemelhar à do ZF quando a ordem da modulação aumenta. Quanto ao esquema MRC 2x1, no caso da 64-QAM, a BER ainda permanece abaixo daquela obtida com a modulação BPSK 1x1. Isso não acontece com a 256-QAM, cuja curva de BER alcança 0,01 com cerca de 17dB de SNR.

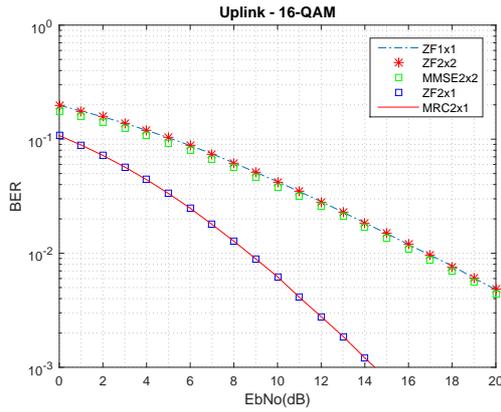


Fig. 3. Curvas de BER de *uplink* com modulação 16-QAM e desvanecimento de Rayleigh.

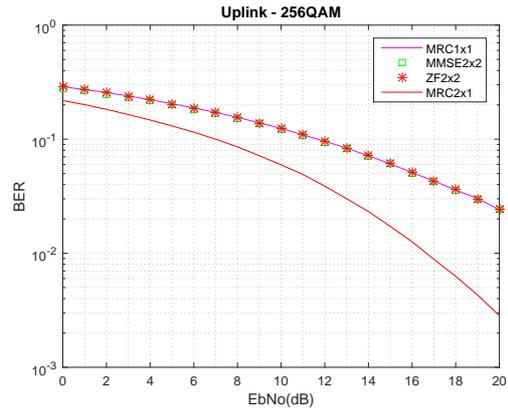


Fig. 5. Curvas de BER de *uplink* com modulação 256-QAM e desvanecimento de Rayleigh.

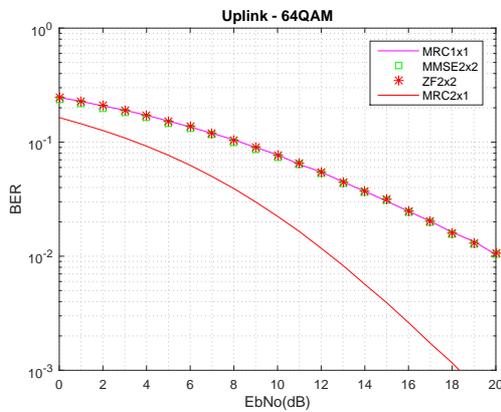


Fig. 4. Curvas de BER de *uplink* com modulação 64-QAM e desvanecimento de Rayleigh.

entre os feixes destinados aos dois terminais.

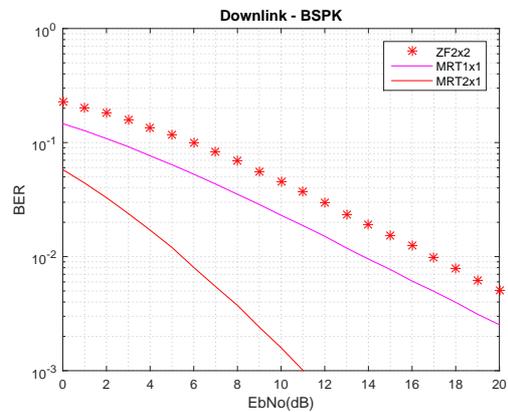


Fig. 6. Curvas de BER de *downlink* com modulação BPSK e desvanecimento de Rayleigh.

As curvas de *downlink* obtidas com a modulação BPSK estão ilustradas na Figura 6. Devido à constante de normalização, a potência unitária transmitida pela ERB se divide igualmente entre os dois terminais móveis no esquema de pré-codificação ZF 2x2. Isso faz com que a BER seja a mesma obtida pelo MRT 1x1 e SNR 3dB menor. A curva de BER do esquema MMSE ficou deslocada à esquerda da curva ZF por cerca de 4dB. Quanto à curva MRT 2x1, esta coincide com a sua equivalente no esquema MRC.

No caso do *downlink* com modulação 16-QAM, o método ZF foi simulado nas configurações 2x2 e 3x3. A divisão da potência entre os terminais móveis fez com que as curvas ficassem deslocadas 3dB e aproximadamente 4,77dB à direita da curva do esquema MRT simples. O aumento do número de antenas da ERB no MRT novamente forneceu resultados semelhantes àqueles obtidos no *uplink*. Relativamente à modulação BPSK, a curva do MMSE 2x2 se aproximou da ZF com modulação 16-QAM. Essas curvas estão ilustradas na Figura 7.

Nas Figuras 8 e 9, encontram-se ilustradas as curvas de *downlink* obtidas com as modulações 64-QAM e 256-QAM. Em ambas, as curvas de BER dos esquemas MMSE e ZF 2x2 se sobrepuseram. Relativamente à curva MRT 1x1, elas estão deslocadas por 3dB à direita, devido à divisão da potência

Finalmente, na Figura 10, encontram-se ilustradas as curvas do erro médio quadrático da estimação de canal obtida por mínimos quadrados com 4, 8, 12, 20 e 40 símbolos-piloto. Nela, constata-se a tendência de redução do erro com o aumento da sequência. Também fica clara a relação existente entre a SNR e a qualidade da estimativa.

## VI. CONCLUSÕES

Nas simulações com *uplink*, observou-se como a ordem da modulação influencia a taxa de erro de *bit* nas técnicas de equalização. Apesar de o método MMSE apresentar BER menor que a do *zero-forcing* no caso da modulação BPSK, elas tendem a se igualar nos esquemas de modulação de ordem superior. Uma vez que o ZF não exige que se conheça a SNR do sinal recebido, além de requerer um número menor de operações, conclui-se que o uso desse método é mais vantajoso.

O desempenho do método MRC é comprometido quando há sinais interferentes. Entretanto, como foi observado nas simulações com 16-QAM, quando o número de elementos de antena no arranjo da ERB é maior que o número de terminais móveis da célula, o ZF se comporta como o MRC, e o mesmo

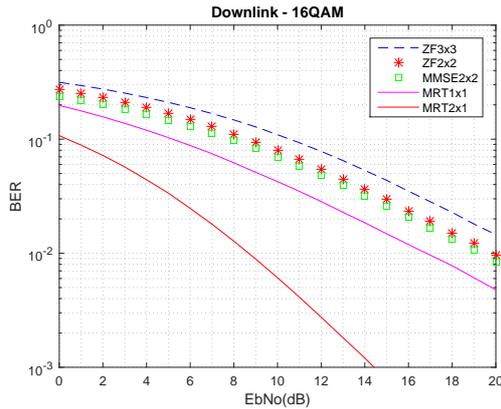


Fig. 7. Curvas de BER de *downlink* com modulação 16-QAM e desvanecimento de Rayleigh.

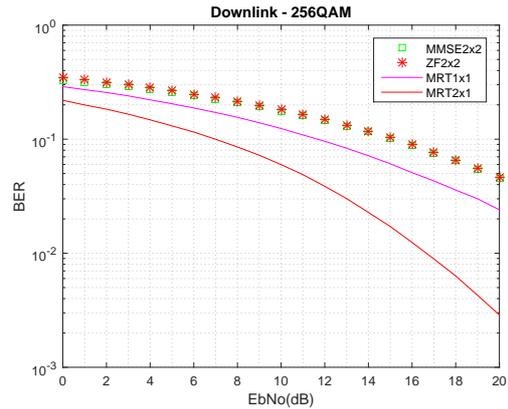


Fig. 9. Curvas de BER de *downlink* com modulação 256-QAM e desvanecimento de Rayleigh.

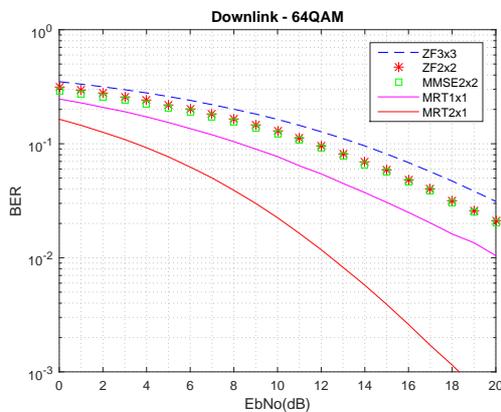


Fig. 8. Curvas de BER de *downlink* com modulação 64-QAM e desvanecimento de Rayleigh.

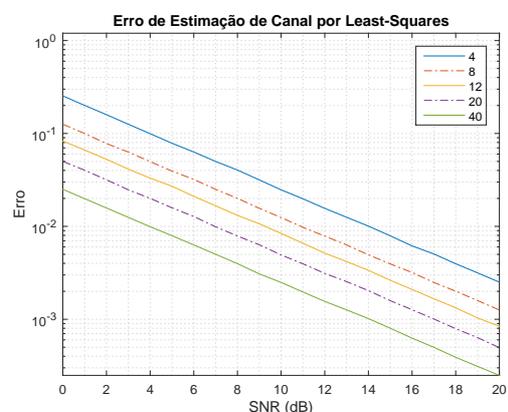


Fig. 10. Curvas de erro médio quadrático da estimação do canal estimado por mínimos quadrados usando entre 4 e 40 símbolos-piloto.

ocorre com o MMSE. Conclui-se que esses dois últimos métodos são mais adequados em sistemas com múltiplos usuários.

As curvas de erro obtidas com a estimação de canal por mínimos quadrados revelaram o impacto positivo do uso de seqüências e SNRs maiores sobre os erros de estimação. Em regra, o comprimento das seqüências deve ocupar poucos períodos de um *frame*. Logo, essas curvas podem ser usadas para definir a combinação mais viável entre a SNR e o comprimento da seqüência-piloto em cada caso.

O próximo passo dessa pesquisa consiste em expandir o modelo para um MU-MIMO multicelular, a fim de analisar o impacto da interferência sobre a estimação de canal.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES, à UFCG, ao CNPq, ao Iecom e à Copele por apoiarem esta pesquisa.

#### REFERÊNCIAS

[1] S. M. Alamouti, "A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications". *IEEE Journal on Select Areas in Communications*, v. 16, no. 8, pp. 1451–1458, 1998.  
 [2] F.A.P de Figueiredo, F. A.C.M Cardoso, I. Moerman, G. Fraidenaich, "Channel Estimation for Massive MIMO TDD Systems Assuming Pilot Contamination and Frequency Selective Fading". *IEEE Access*, v. 5, pp. 17733–17741, 2017.

[3] T. L. Marzetta, "Noncooperative Cellular Wireless with Unlimited Numbers of Basestation Antennas". *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 9, no. 11, pp. 3590–3600, 2010.  
 [4] H.Q. Ngo, A. Ashikhmin, H. Yang, E.G. Larsson, T. Marzetta, "Cell-Free Massive MIMO Versus Small Cells". *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 16, no. 3, pp. 1834–1850, 2017.  
 [5] M. Sarajlic, L. Liu, O. Edfors, "An Energy Efficiency Perspective on Massive MIMO Quantization". *Proceedings of the 50th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 2017.  
 [6] H. Q. Ngo, *Massive MIMO: Fundamentals and System Designs*. Dissertação (Linköping University), Suécia, 2015.  
 [7] H. Q. Ngo, E. G. Larsson, T. L. Marzetta, "Energy and Spectral Efficiency of Very Large Multiuser Systems". *IEEE Transactions on Communications*, v. 61, no. 4, pp. 1436–1443, 2013.  
 [8] J. Hoydis, S. T. Brink, M. Debbah, "Massive MIMO in the UL/DL of Cellular Networks: How Many Antennas Do We Need?". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 31, no. 2, pp. 160–170, 2013.  
 [9] F. Rusek, D. Persson, B. K. Lau, E. G. Larsson, T. L. Marzetta, O. Edfors, F. Tufvesson, "Scaling Up MIMO: Opportunities and challenges with Very Large Arrays". *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 30, no. 1, pp. 40–60, 2013.  
 [10] M. Biguesh, A. B. Gershman, "Training-Based MIMO Channel Estimation: A Study of Estimator Tradeoffs and Optimal Training Signals". *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 54, no. 6, pp. 884–893, 2006.  
 [11] L. Kahn, "Ratio Squarer". *Proceedings of IRE (correspondence)*, v. 42, pp. 1074, 1954.  
 [12] R. W. Lucky, "Automatic equalization for digital communication". *Bell System Technical Journal*, v. 44, pp. 547–588, 1965.  
 [13] T. S. Rappaport, *Comunicações sem Fio: Princípios e Práticas*. Ed. Pearson, Ed.2, 2009.