

# Códigos LDPC Não Binários Aplicados a Sistemas de Comunicação Cooperativa

Bruna L. R. Melo<sup>1</sup>, Daniel C. Cunha<sup>1,2</sup>, Cecilio Pimentel<sup>3</sup> e Igor M. M. Souza<sup>1</sup>

**Resumo**—Este trabalho realiza uma análise, por meio de simulações computacionais, de sistemas codificados de comunicação cooperativa com um único retransmissor e o protocolo amplifica e encaminha (AF, *amplify-and-forward*). Assume-se que códigos baseados em matrizes de verificação de paridade esparsas (LDPC, *low-density parity-check*) não binários são utilizados na fonte e um algoritmo de decodificação baseado em transformada rápida de Fourier (FFT, *fast Fourier transform*) é empregado no destinatário. O desempenho de um sistema codificado não binário é comparado ao de um sistema codificado binário. Além disso, para o caso não binário, comparações dos sistemas codificados (cooperativo e não cooperativo) são realizadas para alguns cenários típicos de cooperação.

**Palavras-Chave**—Comunicação cooperativa, códigos LDPC não binários, transformada rápida de Fourier.

**Abstract**—This work analyzes, through computer simulations, coded cooperative communication systems with a single relay and using the amplify-and-forward (AF) protocol. Nonbinary low-density parity-check (LDPC) codes are assumed to be used at the source and a fast Fourier transform (FFT)-based decoding algorithm is employed at the destination. The performance of a nonbinary coded system is compared to that of the binary one. In addition, for the nonbinary case, comparisons of the coded systems (cooperative and noncooperative) are carried out for some typical cooperative scenarios.

**Keywords**—Cooperative communications, nonbinary LDPC codes, fast Fourier transform.

## I. INTRODUÇÃO

Os códigos baseados em matrizes de verificação de paridade esparsas (LDPC, *low-density parity-check*) constituem uma classe de códigos de bloco lineares que fornece desempenho próximo ao limitante teórico (de desempenho) estabelecido por Shannon para uma variedade de canais de comunicações, conforme indicado em [1] e nas referências nela contidas. Os primeiros estudos acerca de códigos LDPC não binários (ou  $q$ -ários), definidos no  $GF(q)$ ,  $q \neq 2$  (*Galois field*), foram introduzidos em [2], no qual o algoritmo de decodificação soma-produto (SP, *sum-product*) para códigos LDPC binários foi generalizado para códigos não binários e foi verificado que o desempenho dos códigos LDPC pode ser melhorado se campos de Galois de maior ordem forem empregados.

<sup>1</sup> Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas (PPGES), Universidade de Pernambuco (UPE), Recife-PE, Brasil.

<sup>2</sup> Centro de Informática (CIn), Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Recife-PE, Brasil.

<sup>3</sup> Departamento de Eletrônica e Sistemas, Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Recife-PE, Brasil.

E-mails: brunalaisrochamelo@gmail.com, dcunha@cin.ufpe.br, cecilio@ufpe.br e igor.poli@yahoo.com.br. Este trabalho foi parcialmente financiado pela FACEPE (APQ-1060-3.04/10 e APQ-0683-3.04/12) e pelo CNPq (471729/2012-4).

No entanto, a melhoria de desempenho ocorre ao preço de um aumento na complexidade de decodificação. Apesar disso, o tema tem despertado o interesse da comunidade científica recentemente [3], inclusive para implementação em hardware [4].

A utilização de codificação de canal em sistemas de comunicação cooperativa foi introduzida em [5]. Desde então, diversos trabalhos têm explorado o projeto de códigos LDPC binários em sistemas cooperativos que utilizam protocolos distintos, como o protocolo decodifica e encaminha (DF, *decode-and-forward*) [6] e estima e encaminha (EF, *estimate-and-forward*) [7]. Em se tratando de códigos LDPC não binários, a sua aplicação em sistemas cooperativos não tem sido tão explorada se comparada aos códigos binários. Em [8], foi proposto um esquema cooperativo com um único retransmissor, protocolo DF e códigos LDPC não binários, que utiliza uma versão sub-ótima do algoritmo SP menos complexa. No intuito de reduzir a complexidade do sistema, em [9] foi proposto um esquema de cooperação com códigos LDPC não binários que utiliza o protocolo AF, assume o uso de vários retransmissores e não considera a existência de *link* direto entre fonte e destino.

O presente trabalho realiza uma análise, por meio de simulações computacionais, de sistemas codificados de comunicação cooperativa com único retransmissor e o protocolo AF. A motivação para a escolha do protocolo AF é a redução de complexidade do sistema cooperativo, requisito essencial em aplicações que necessitam de um eficiente gerenciamento de energia, como, por exemplo, redes de sensores sem fio. Além disso, são utilizados códigos LDPC regulares não binários e sistemáticos, definidos no  $GF(4)$ , na fonte e um algoritmo de decodificação baseado em transformada rápida de Fourier (FFT, *fast Fourier transform*) [10] no destinatário. Nesta análise, o desempenho de um sistema codificado não binário é comparado ao de um sistema codificado binário. Adicionalmente, comparações dos sistemas codificados não binários (cooperativo e não cooperativo) são realizadas para cenários típicos de cooperação.

O artigo está organizado como se segue. O modelo do sistema cooperativo e uma breve descrição do algoritmo de decodificação baseado na FFT são descritos na Seção II. Na Seção III, resultados de simulação são apresentados. Por fim, comentários finais são realizados na Seção IV.

## II. DESCRIÇÃO DO SISTEMA

### A. Modelo do Sistema Cooperativo

Considere o sistema de comunicação cooperativa ilustrado na Fig. 1, onde uma fonte (S) envia informação diretamente e

por meio de um retransmissor (R), comumente denominado de *relay*, para um destinatário (D) [11]. Assume-se que a fonte e o *relay* transmitem seus dados por canais ortogonais e que é realizada multiplexação por divisão no tempo. As linhas contínuas na Fig. 1 representam a difusão realizada pela fonte no primeiro intervalo de tempo (Fase 1), enquanto a linha tracejada representa o encaminhamento do *relay* para o destinatário no segundo intervalo (Fase 2).

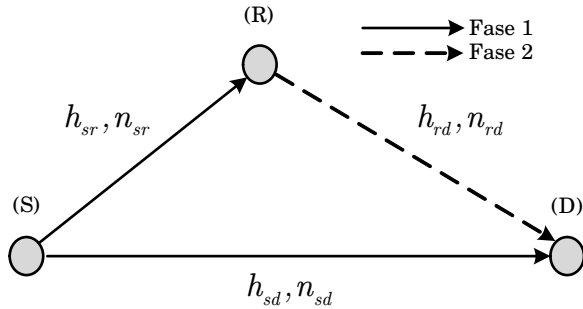


Fig. 1. Modelo do sistema de comunicação cooperativa com retransmissor único.

A Fig. 2 mostra um diagrama em blocos do sistema de comunicação cooperativa adotado neste trabalho. Na primeira fase, a fonte codifica um vetor de  $k$  símbolos de informação  $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_k]$ , por meio de um código LDPC não binário  $C(n, k)$  definido no  $GF(q)$ ,  $q = 2^m$ , em um vetor de  $n$  símbolos codificados  $\mathbf{v} = [v_1, \dots, v_n]$ . Em seguida, a fonte transmite a palavra-código  $q$ -ária  $\mathbf{v}$  (realiza uma difusão) para o *relay* e destinatário. Para cada símbolo codificado  $v_i$ , o seu correspondente vetor binário de  $m$  bits  $\mathbf{x}_i = [x_i^1, \dots, x_i^j, \dots, x_i^m]$  é mapeado em sinais antipodais ( $x_i^j \in \{-1, +1\}$ ) e enviado pelos canais fonte-*relay* (SR) e fonte-destinatário (SD). Para o  $j$ -ésimo bit  $x_i^j$  do  $i$ -ésimo símbolo transmitido, os sinais recebidos no *relay* e no destinatário, denotados por  $y_{sr,i}^j$  e  $y_{sd,i}^j$ , são dados por

$$y_{sr,i}^j = \sqrt{E_s} h_{sr,i}^j x_i^j + n_{sr,i}^j \quad (1)$$

e

$$y_{sd,i}^j = \sqrt{E_s} h_{sd,i}^j x_i^j + n_{sd,i}^j \quad (2)$$

em que  $E_s$  é a energia do sinal transmitido pela fonte e  $n_{sr,i}^j$  e  $n_{sd,i}^j$  representam o ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN, *additive white Gaussian noise*). Em (1) e (2),  $h_{sr,i}^j$  e  $h_{sd,i}^j$  representam os ganhos multiplicativos devido ao desvanecimento plano dos canais SR e SD, respectivamente. Ambos são modelados por variáveis aleatórias (V.A.s) Gaussianas complexas independentes de média zero e variâncias  $\sigma_{sr}^2$  e  $\sigma_{sd}^2$ , respectivamente. Além disso, considera-se que os ganhos  $h_{sr,i}^j$  e  $h_{sd,i}^j$  variam independentemente bit a bit e que são conhecidos no receptor. Sem perda de generalidade, assume-se que  $n_{sr,i}^j$  e  $n_{sd,i}^j$  são modelados como V.A.s Gaussianas complexas de média zero e variância  $N_0$ .

Na segunda fase, o *relay* simplesmente amplifica o sinal analógico recebido  $y_{sr,i}^j$  e o encaminha para o destinatário. O sinal recebido em D (enviado por R) é então dado por

$$y_{rd,i}^j = \beta_i^j h_{rd,i}^j y_{sr,i}^j + n_{rd,i}^j \quad (3)$$

em que  $h_{rd,i}^j$  é o ganho do canal *relay*-destinatário (RD), modelado como uma V.A. Gaussiana complexa de média zero e variância  $\sigma_{rd}^2$ . O termo ruidoso  $n_{rd,i}^j$  também é modelado como uma V.A. Gaussiana complexa de média zero e variância  $N_0$  e  $\beta_i^j$  é o fator de amplificação que caracteriza o protocolo AF.

Assim como  $h_{sr,i}^j$  e  $h_{sd,i}^j$ , o ganho  $h_{rd,i}^j$  é conhecido no receptor e varia de forma independente em intervalos de sinalização. Por essa razão, o protocolo de cooperação assumido neste trabalho é denominado protocolo AF de *ganho variável*, cujo fator de amplificação  $\beta_i^j$  é dado por [11]

$$\beta_i^j = \sqrt{\frac{E_r}{E_s |h_{sr,i}^j|^2 + N_0}}, \quad (4)$$

em que  $E_r$  é energia do sinal transmitido pelo *relay*. O fator  $\beta_i^j$  é aplicado de tal maneira que a energia do sinal  $\beta_i^j y_{sr,i}^j$  se iguala à energia do sinal emitido pelo *relay*, ou seja,  $E[\beta_i^j y_{sr,i}^j]^2 = E_r$  [11], sendo  $E[\cdot]$  o operador esperança matemática.

Substituindo (1) e (4) em (3), podemos obter o modelo equivalente do canal fonte-*relay*-destinatário (SRD), tal que

$$y_{rd,i}^j = (h_{rd,i}^j)' x_i^j + (n_{rd,i}^j)', \quad (5)$$

em que  $(h_{rd,i}^j)'$  é o ganho multiplicativo equivalente, dado por [11]

$$(h_{rd,i}^j)' = \sqrt{\frac{E_s E_r}{E_s |h_{sr,i}^j|^2 + N_0}} h_{rd,i}^j h_{sr,i}^j \quad (6)$$

e  $(n_{rd,i}^j)'$  é o ruído aditivo equivalente, dado por [11]

$$(n_{rd,i}^j)' = \sqrt{\frac{E_r}{E_s |h_{sr,i}^j|^2 + N_0}} h_{rd,i}^j n_{sr,i}^j + n_{rd,i}^j. \quad (7)$$

Uma vez que  $n_{sr,i}^j$  e  $n_{rd,i}^j$  são V.A.s independentes, o ruído equivalente  $(n_{rd,i}^j)'$  é modelado por uma V.A. Gaussiana complexa de média zero e variância  $\rho_e^2$  dada por [11]

$$\rho_e^2 = \left( \frac{E_r |h_{rd,i}^j|^2}{E_s |h_{sr,i}^j|^2 + N_0} + 1 \right) N_0. \quad (8)$$

Definidos os sinais recebidos pelo destinatário ao final de cada fase, quais sejam,  $y_{sd,i}^j$  e  $y_{rd,i}^j$ , dados por (2) e (5), respectivamente, estes são somados via combinador de razão máxima (MRC, *maximum-ratio combining*) [12]. O bloco "A" ilustrado na Fig. 2 representa um bloco de atraso, uma vez que o combinador MRC necessita aguardar as duas fases da transmissão. A saída do combinador MRC é então expressa por  $y_{d,i}^j = \mu_{1,i}^j y_{sd,i}^j + \mu_{2,i}^j y_{rd,i}^j$  em que  $\mu_{1,i}^j$  e  $\mu_{2,i}^j$  são dados por [11]

$$\mu_{1,i}^j = \frac{\sqrt{E_s} (h_{sd,i}^j)^*}{N_0} \quad (9)$$

e

$$\mu_{2,i}^j = \frac{\sqrt{\frac{E_r E_s}{E_s |h_{sr,i}^j|^2 + N_0}} (h_{rd,i}^j)^* (h_{sr,i}^j)^*}{\rho_e^2}, \quad (10)$$

em que  $(h_{wz,i}^j)^*$  representa o complexo conjugado do ganho multiplicativo do canal  $wz$ , com  $w \in \{s, r\}$  e  $z \in \{r, d\}$ .

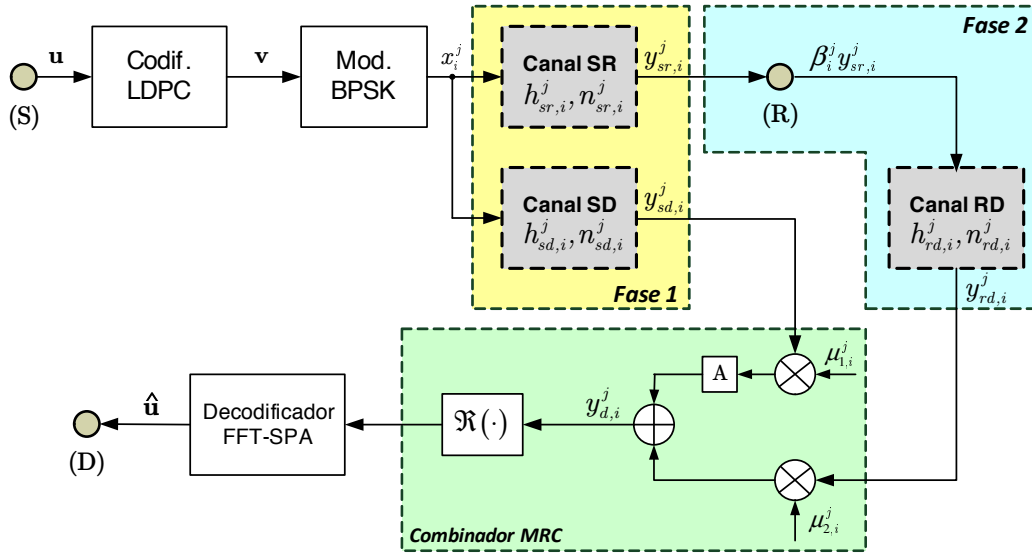


Fig. 2. Diagrama em blocos do sistema codificado de comunicação cooperativa (da saída do modulador até a saída do combinador MRC, o diagrama enfatiza as componentes binárias dos sinais). (S), (R) e (D) representam, respectivamente, fonte, relay e destinatário, enquanto  $\Re(\cdot)$  indica a extração da parte real do sinal  $y_{d,i}^j$ .

Finalizado o processo de combinação MRC, extrai-se a parte real (bloco identificado por “ $\Re(\cdot)$ ” na Fig. 2) do sinal  $y_{d,i}^j$  que será repassada ao decodificador.

### B. Algoritmo de Decodificação Baseado em FFT

O algoritmo SP possui complexidade computacional de ordem  $O(q^2)$  por conta das multiplicações realizadas no cálculo das mensagens dos nós de verificação. Com o intuito de reduzir a complexidade computacional do algoritmo SP para códigos LDPC não binários, MacKay e Davey introduziram a FFT na etapa de cálculo das mensagens dos nós de verificação, reduzindo sua complexidade para  $O(q \log_2 q)$  [13]. Com isso, um novo algoritmo de decodificação iterativa [10] foi proposto e neste trabalho, ele será denotado por algoritmo FFT-SP.

O algoritmo FFT-SP funciona baseado na troca de mensagens (que representam probabilidades *a posteriori* dos símbolos codificados) em um grafo de fatores [14]. No contexto de códigos corretores de erros, os grafos de fatores são representações gráficas que possuem dois tipos de nós: nós de variável, que correspondem aos  $n$  símbolos da palavra-código transmitida  $\mathbf{v}$  e nós de verificação, que correspondem às  $(n - k)$  equações de verificação de paridade do código. As conexões estabelecidas entre os nós de variável e os nós de verificação (ramos) permitem a troca de mensagens (de forma iterativa) que resulta, mediante algum critério de parada, na obtenção da estimativa da palavra-código transmitida.

Denota-se a mensagem enviada a partir de um nó de variável  $v_i$  para um nó de verificação  $f_t$  por  $Q_{it}^a$ , enquanto que a mensagem enviada de um nó de verificação  $f_t$  para um nó de variável  $v_i$  é denotada por  $R_{ti}^a$ , em que  $a \in GF(q)$ . A seguir, o algoritmo FFT-SP será descrito com base em [15].

1) **Inicialização:** O algoritmo é inicializado a partir do cálculo do vetor de probabilidades  $\mathbf{p}_i =$

$[p_i^0, \dots, p_i^a, \dots, p_i^{q-1}]$ , em que  $p_i^a = p(v_i = a)$ ,  $a \in \{0, 1, \dots, q - 1\}$  é a probabilidade do  $i$ -ésimo símbolo transmitido ser igual a cada um dos símbolos do  $GF(q)$  (em ordem crescente), que é obtida por

$$p_i^a = \prod_{j=1}^m p(x_i^j = a^j | y_{d,i}^j), \quad (11)$$

em que  $p(x_i^j = a^j | y_{d,i}^j)$  são as probabilidades *a posteriori* do bit  $x_i^j$ , com  $a^j \in \{-1, +1\}$  sendo o  $j$ -ésimo bit da representação binária do símbolo  $a$ . As probabilidades  $p(x_i^j = a^j | y_{d,i}^j)$  são calculadas de acordo com:

$$p(x_i^j = +1 | y_{d,i}^j) = \frac{1}{1 + \exp(-4\Re(y_{d,i}^j))} \quad (12)$$

e  $p(x_i^j = -1 | y_{d,i}^j) = 1 - p(x_i^j = +1 | y_{d,i}^j)$ . A obtenção de (12) foi realizada com base em cálculos similares àqueles contidos em [16].

Assim, as mensagens  $Q_{it}^a$  são inicializadas tal que  $Q_{it}^a = P_i^a$ . Em seguida, as  $q$  componentes de  $Q_{it}^a$  são permutadas de forma cíclica, gerando as mensagens  $\tilde{Q}_{it}^a$ . Detalhes da permutação podem ser encontrados em [15].

### 2) Atualização das mensagens dos nós de verificação:

Para determinar as mensagens dos nós de verificação permutadas  $\tilde{R}_{ti}^a$ , inicialmente aplica-se a FFT nas mensagens  $\tilde{Q}_{i't}^a$  e, em seguida, calcula-se o produto dessas FFTs. Por fim, calcula-se a FFT inversa do produto de FFTs mencionado anteriormente, tal que

$$\tilde{R}_{ti}^a = F^{-1} \left( \prod_{i' \in V_{ti}} F(\tilde{Q}_{i't}^a) \right), \quad (13)$$

em que  $F(\cdot)$  e  $F^{-1}(\cdot)$  são os operadores FFT e FFT inversa, respectivamente, e  $V_{ti}$  é o conjunto de nós de

variável ligados ao nó de verificação  $f_t$ , com exceção de  $v_i$ .

Para simplificar as operações relacionadas ao cálculo da FFT, recorre-se ao fato, demonstrado em [17], de que a FFT  $F(\cdot)$  sobre  $GF(q)$  reduz-se à transformada rápida de Hadamard (FHT, *fast Hadamard transform*). A FHT, por sua vez, é calculada por meio da matriz de Walsh-Hadamard, de dimensões  $q \times q$ . A matriz de Walsh-Hadamard elementar (em  $GF(2)$ ) é dada por [18]

$$W_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

A partir da matriz  $W_2$ , é possível estabelecer a generalização da matriz de Walsh-Hadamard para qualquer campo  $GF(2^m)$ , definida por [18]

$$W_{2b} = \frac{1}{\sqrt{b}} \begin{bmatrix} W_b & W_b \\ W_b & -W_b \end{bmatrix}, \quad (15)$$

em que  $b \in \{2, 4, 8, 16, \dots\}$ . Sabendo que a inversa de uma matriz de Walsh-Hadamard é ela própria [17], as mensagens  $\tilde{R}_{ti}^a$  passam a ser calculadas da seguinte forma:

$$\tilde{R}_{ti}^a = W_{2b} \left( \prod_{i' \in V_{t|i}} W_{2b} \tilde{Q}_{i't}^a \right). \quad (16)$$

Por fim, aplica-se a depermutação às mensagens  $\tilde{R}_{ti}^a$  (processo inverso à permutação), gerando as mensagens  $R_{ti}^a$  [15].

- 3) **Atualização das mensagens dos nós de variável:** Recebidas as mensagens vindas dos nós de verificação, os nós de variável recalculam suas mensagens de acordo com

$$Q_{it}^a = \lambda_{it} p_i^a \prod_{t' \in C_{i|t}} R_{ti'}^a, \quad (17)$$

em que  $\lambda_{it}$  é uma constante de normalização tal que  $\sum_{a=0}^{q-1} Q_{it}^a = 1$  e  $C_{i|t}$  é o conjunto de nós de verificação ligados ao nó  $v_i$ , com exceção de  $f_t$ . A atualização das mensagens  $Q_{it}^a$  caracteriza uma iteração do algoritmo.

- 4) **Finalização:** Nesta etapa, o algoritmo calcula as pseudo probabilidades *a posteriori*  $Q_i^a$  dadas por

$$Q_i^a = \lambda_i p_i^a \prod_{t \in C_i} R_{ti}^a, \quad (18)$$

em que  $\lambda_i$  é uma constante de normalização tal que  $\sum_{a=0}^{q-1} Q_i^a = 1$  e  $C_i$  é o conjunto de nós de verificação conectados ao nó de variável  $v_i$ . Posteriormente, o decodificador estima qual é o valor mais provável de cada símbolo codificado, tal que  $\hat{v}_i = \arg \max_a Q_i^a$ . Obtida a estimativa da palavra-código transmitida ( $\hat{v}$ ), o algoritmo verifica se  $\hat{v}$  é uma palavra-código válida. Se não for, o algoritmo retorna à Etapa 2, onde as mensagens  $R_{ti}^a$  são novamente calculadas com base nas mensagens  $Q_{it}^a$  (obtidas na Etapa 3). O algoritmo somente será encerrado quando  $\hat{v}$  for uma palavra válida ou quando um número máximo de iterações for atingido.

### III. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Foram realizadas simulações computacionais dos sistemas codificados cooperativo (descrito na Seção II) e não cooperativo para a obtenção de curvas de desempenho de probabilidade de erro de bit  $P_b$  versus relação sinal-ruído (SNR, *signal-to-noise ratio*)  $E_t/N_0$ . Para simplificar a nomenclatura empregada, os sistemas não cooperativos são denominados de sistemas com *link* direto (LD). A variância do ruído AWGN foi considerada unitária (i.e.,  $N_0 = 1$ ) e a variância do ganho do canal SD foi normalizada em 1 (i.e.,  $\sigma_{sd}^2 = 1$ ). O primeiro cenário de cooperação testado considerou que a qualidade dos canais SR e RD são semelhantes, ou seja,  $\sigma_{sr}^2 = \sigma_{rd}^2 = 1$ ; já no segundo cenário, foi assumido que o canal SR possui qualidade superior à do canal RD ( $\sigma_{sr}^2 = 10, \sigma_{rd}^2 = 1$ ). Nos sistemas cooperativos, a energia total de transmissão  $E_t$  foi dividida entre fonte e *relay*, ou seja,  $E_t = E_s + E_r$ , para que a comparação com os sistemas LD fosse justa. Neste trabalho, foi assumido que  $E_s = E_r = E_t/2$ , o que representa uma distribuição equilibrada de potência entre fonte e *relay*. Por fim, em todos os sistemas investigados (cooperativos e LD), o decodificador presente no destinatário utilizou o algoritmo FFT-SP com 4 iterações. A justificativa para este número de iterações foi a redução da complexidade de decodificação.

A Fig. 3 ilustra o desempenho dos sistemas codificados cooperativos e do sistema LD para o primeiro cenário de cooperação ( $\sigma_{sr}^2 = \sigma_{rd}^2 = 1$ ). Para os sistemas cooperativos, foram considerados o código LDPC  $C_1(500, 250)$ , definido no  $GF(4)$ , e o código LDPC binário  $C_2(1000, 500)$  [19]. No caso dos sistemas LD, apenas o código  $C_1(500, 250)$  foi utilizado. É possível observar que, na comparação dos sistemas cooperativos, o código não binário ( $C_1$ ) passou a apresentar melhor desempenho do que o código binário para  $E_t/N_0$  em torno de 6 dB. Isto nos confirma a expectativa de melhor desempenho dos códigos LDPC não binários frente aos códigos binários, um resultado já conhecido da literatura para sistemas ponto a ponto [2]. Por outro lado, a Fig. 3 também nos permite constatar que o sistema LD supera os sistemas cooperativos, atestando que o primeiro cenário investigado ( $\sigma_{sr}^2 = \sigma_{rd}^2 = 1$ ) não favorece a adoção de técnicas de cooperação. De certa forma, este comportamento corrobora uma análise apresentada em [11] acerca de sistemas cooperativos não codificados. Nesta análise, Liu et. al. afirmam que o desempenho de sistemas não codificados que utilizam o protocolo AF é pior do que o desempenho do sistema LD para valores de SNR abaixo de 20 dB.

A Fig. 4 ilustra o desempenho dos sistemas codificados cooperativos e do sistema LD para o segundo cenário de cooperação ( $\sigma_{sr}^2 = 10, \sigma_{rd}^2 = 1$ ). Conforme definido anteriormente, neste cenário o canal SR possui qualidade superior aos demais canais do sistema cooperativo. Foram mantidos os códigos LDPC (binário e não binário) utilizados no primeiro cenário investigado. Assim como na Fig. 3, é possível verificar que o desempenho do código LDPC não binário é superior ao desempenho do código binário, porém a partir de  $E_t/N_0 = 4$  dB. Em se tratando da comparação com o sistema LD, os sistemas cooperativos passaram a

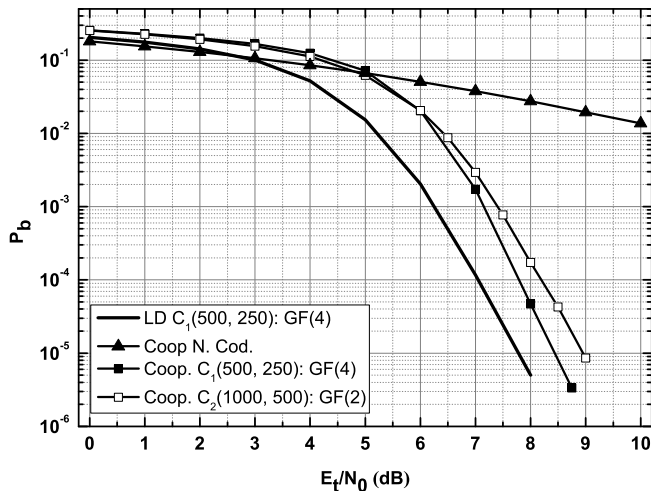


Fig. 3. Desempenho dos sistemas codificados cooperativos e com *link* direto (LD) considerando o uso de modulação binária e canais (SR, RD e SD) com desvanecimento Rayleigh e ruído AWGN. Foi assumido que  $\sigma_{sr}^2 = \sigma_{rd}^2 = \sigma_{sd}^2 = 1$ ,  $N_0 = 1$  e  $E_s = E_r = E_t/2$ .

apresentar melhor desempenho por volta de  $E_t/N_0 = 3$  dB. Em comparação com o primeiro cenário (representado pela Fig. 3), percebe-se claramente que a melhor condição do canal SR no segundo cenário favoreceu o desempenho dos sistemas cooperativos frente ao sistema LD.

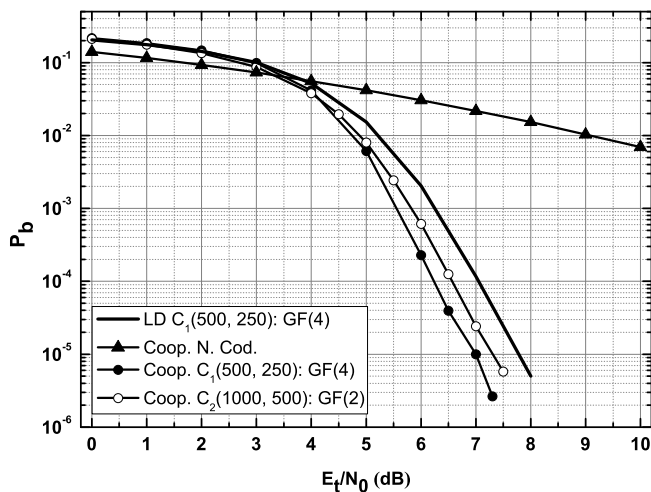


Fig. 4. Desempenho dos sistemas codificados cooperativos e com *link* direto (LD) considerando o uso de modulação binária e canais (SR, RD e SD) com desvanecimento Rayleigh e ruído AWGN. Foi assumido que  $\sigma_{sr}^2 = 10$ ,  $\sigma_{rd}^2 = \sigma_{sd}^2 = 1$ ,  $N_0 = 1$  e  $E_s = E_r = E_t/2$ .

#### IV. COMENTÁRIOS FINAIS

Este trabalho realizou uma análise, por meio de simulações computacionais, do comportamento de sistemas codificados de comunicação cooperativa com único retransmissor e o protocolo AF. Foram empregados códigos LDPC não binários, definidos no  $GF(4)$ , na fonte e um algoritmo de decodificação baseado em transformada rápida de Fourier no destinatário. O desempenho de um sistema codificado não binário foi comparado ao de um sistema codificado binário. Além disso, comparações dos sistemas codificados (apenas para os códigos

LDPC não binários) cooperativo e não cooperativo foram realizadas para alguns modelos típicos de cooperação. Foi observado que a melhoria de desempenho proporcionada pela adoção dos códigos depende da qualidade do canal fonte-relay. Os autores atualmente estão investigando a alocação de potência ótima para a fonte e o *relay*, assim como o impacto desta otimização no desempenho do sistema cooperativo.

#### AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente financiado pela Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE) e pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

#### REFERÊNCIAS

- [1] W. E. Ryan and S. Lin. *Channel Codes: Classical and Modern*. Cambridge University Press, US, 2009.
- [2] M. C. Davey and D. J. C. Mackay, "Low density parity check codes over  $GF(q)$ ," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 2, n. 6, pp. 165-167, 1998.
- [3] G. Sarkis, S. Hemati, S. Mannor and W. J. Gross, "Stochastic decoding of LDPC codes over  $GF(q)$ ," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 61, n. 3, pp. 939-950, 2013.
- [4] W. Sulek, M. Kucharczyk and G. Dziwoki, " $GF(q)$  LDPC decoder design for FPGA implementation," In: *Proc. of the IEEE Cons. Commun. and Networking (CCNC 2013)*, pp. 460-465, Las Vegas, US, 2013.
- [5] T. Hunter and A. Nosratinia, "Diversity through coded cooperation," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 5, n. 2, pp. 283-289, 2006.
- [6] A. Chakrabarti, A. Baynast, A. Sabharwal and B. Aazhang, "Low density parity check codes for the relay channel," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 25, n. 2, pp. 280-291, 2007.
- [7] A. A. Aziz and Y. Iwanami, "A simple symbol estimation for soft information relaying in cooperative relay channels," *Int. J. Commun., Network and Syst. Sciences*, vol. 2011, n. 4, pp. 568-577, 2011.
- [8] V. S. Ganepola et. al., "Low complexity coded cooperation scheme using non binary LDPC codes," In: *Proc. of the 1st Int. Conf. on Wireless Commun., Veh. Tech., Inf. Theory and Aerospace & Electronic Syst. Tech. (Wireless VITAE 2009)*, pp. 742-746, Aalborg, DK, 2009.
- [9] Y. Yan, Y. Guo and M. H. Lee, "Low complexity decoder design of non-binary LDPC codes in amplify-and-forward relay networks with cooperative diversity," In: *Proc. of the IEEE 11th Int. Symp. on Spread Spectrum Tech. and Applic. (ISSSTA 2010)*, pp. 1-5, Taichung, TW, 2010.
- [10] D. J. C. Mackay and M. C. Davey, "Evaluation of Gallager codes for short block length and high rate applications," In: *Codes, Systems and Graphical Models*, vol. 123, pp. 113-130, 1999.
- [11] K. J. R. Liu, A. K. Sadek, W. Su and A. Kwasinski. *Cooperative Communications and Networking*. Cambridge University Press, 2009.
- [12] D. G. Brennan, "Linear diversity combining technique," *Proc. IEEE*, vol. 91, n. 2, pp. 331-356, 2003.
- [13] L. Conde-Canencia, A. Al-Ghouwayel and E. Boutillon, "Complexity comparison of non-binary LDPC decoders," In: *Proc. of ICT Mobile Summit*, pp. 1-8, Santander, ES, 2009.
- [14] F. R. Kschischang, B. J. Frey and H. -A. Loeliger, "Factor graphs and the sum-product algorithm," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, n. 2, pp. 498-519, 2001.
- [15] R. A. Carrasco and M. Johnston. *Non-Binary Error Control Coding for Wireless Communication and Data Storage*. John Wiley & Sons Ltd., 2008.
- [16] H. V. Khuong and H. -Y. Kong, "Performance analysis of cooperative communications protocol using sum-product algorithm for wireless relay networks," In: *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Advanced Commun. Tech. (ICACT 2006)*, pp. 2168-2173, Dublin, IE, 2006.
- [17] X. Li and M. R. Soleymani, "A proof of the Hadamard transform decoding of the belief propagation algorithm for LDPC over  $GF(q)$ ," In: *Proc. of the IEEE 60th Veh. Tech. Conf. (VTC 2004-Fall)*, vol. 4, pp. 2518-2519, Los Angeles, US, 2004.
- [18] V. S. Ganepola et. al., "Performance study of non-binary LDPC codes over  $GF(q)$ ," In: *Proc. of the 6th Int. Symp. on Commun. Syst., Networks and Digital Signal Process. (CNSDP 2008)*, pp. 585-589, Graz, AT, 2008.
- [19] David MacKay's Gallager code resources. Disponível em: <http://www.inference.phy.cam.ac.uk/mackay/CodesFiles.html>. Acesso em 24/07/2013.