

Modelagem de Processos Multifractais Baseada em uma Nova Cascata Conservativa Multiplicativa

Jeferson Wilian de Godoy Stênico, Lee Luan Ling

Resumo - Neste Trabalho, nós propomos um novo modelo de tráfego multifractal para as redes modernas. Este modelo está baseado em uma nova proposta de construção de cascata multiplicativa. Nosso objetivo é mostrar que este modelo é capaz de capturar as principais características (função escala e o fator de momento) do processo multifractal. Nós também derivamos expressões analíticas para a média e variância deste processo e sua função de autocorrelação correspondente, que é responsável por capturar dependência de longa duração. Finalmente, avaliamos o desempenho do nosso modelo com um traço de tráfego real, resultando em um modelo preciso e robusto.

Palavras-Chave — *Cascata Multiplicativa, Processos Multifractais, Tráfego de Redes.*

Abstract — In this paper we propose a new multifractal traffic model for modern networks. This model is based on a new construction for multiplicative cascade. Our goal is to show that this model can capture the main characteristics (scaling function and the moment factor) of the multifractal process. We also derive analytical expression for the mean and variance of this process and its corresponding autocorrelation function, which is responsible for capture long-range dependent. Finally, we evaluate the performance of our model with a real traffic trace, resulting in an accurate and robust model.

Keywords — *Multiplicative Cascade, Multifractal Processes, Network Traffic.*

I. INTRODUÇÃO

Um modelo de tráfego preciso é capaz de capturar importantes características do tráfego, melhorando sua compreensão e permitindo o estudo dos efeitos dos parâmetros do modelo no desempenho das redes.

A constatação da presença da auto-similaridade no tráfego de rede [1], inadequadamente descrita por modelos clássicos, tais como, modelos Markovianos e Poissonianos, foi seguida imediatamente pelo desenvolvimento de modelos fractais de tráfego.

O movimento Browniano fracionário (fBm) e seu processo de incrementos, denominados ruído Gaussiano fracionário (fGn), tornaram-se os processos mais amplamente utilizados na modelagem do tráfego auto-similar. Entretanto, principalmente em escalas de tempo reduzidas, os sinais de tráfego exibem auto-similaridade e dependência de longa duração, mas também correlações de curta duração e comportamento multi-escala, que são fenômenos incoerentes com modelos monofractais.

Neste sentido, foram propostos modelos mais completos, baseados na análise multifractal, dentre os quais podem ser destacados: o Multifractal Wavelet Model (MWM), um modelo baseado na transformada wavelet que utiliza a wavelet Haar e garante que o sinal de saída seja positivo através da

modelagem dos coeficientes wavelets [2], o Modelo Adaptativo Multifractal baseado em wavelet (Adaptive Wavelet Based Multifractal Mode - AWMM), modelo este, simplifica o processo de síntese do modelo MWM, ao incorporar o conhecimento dos parâmetros das funções de escala e do fator de momento de um processo multifractal [3], o Variable Variance Gaussian Multiplier Model (VVGMM), modelo que utiliza a estimação da variância dos multiplicadores em cada estágio i de uma cascata multiplicativa binomial [4], e ao movimento Browniano multifracionário (multifractional Brownian motion, mBm) [5]. Este último generaliza a definição do movimento Browniano fracionário com expoente H , para o caso onde H não é mais uma constante, mas sim uma função dependente do tempo [6].

Neste trabalho, nós propomos uma nova forma de geração de cascata conservativa multiplicativa além de um novo modelo multifractal baseado nessa cascata multiplicativa, que utiliza a expressão do binômio de Newton para a sua construção. O modelo proposto visa capturar as propriedades multifractais representadas pelas funções de escala e pelo fator de momento de séries reais de tráfego, possuindo uma estrutura adequada para modelagem adaptativa de sinais.

O artigo está organizado da seguinte forma: Na Seção 2 fazemos uma breve descrição da construção da cascata multiplicativa binomial, bastante conhecida na literatura, e propomos uma nova forma de construção baseada na expressão do Binômio de Newton. Na Seção 3 apresentamos o novo modelo Multifractal baseado na cascata conservativa multiplicativa proposta. Na Seção 4 são derivados parâmetros do modelo proposto tais como expressões para a média, a variância e sua função de autocorrelação. Na Seção 5 fizemos comparações do modelo proposto usando a nova maneira de construção de cascata multiplicativa com um modelo que utiliza a construção clássica de cascata como pode ser visto em [12], em seguida validamos o modelo proposto através da geração de um tráfego sintético além da análise em uma série de tráfego real. E finalmente na Seção 6 nós apresentamos nossas conclusões.

II. CASCATA MULTIPLICATIVA

Definição1: Cascata Multiplicativa é um processo em que um dado conjunto é dividido em porções sucessivamente menores obedecendo a uma regra geométrica, a distribuição dos pontos é produzida através de um processo aleatório iterativo e multiplicativo.

Modelos de cascatas multiplicativas são construções matemáticas apropriadas para capturar o comportamento intermitente e altamente irregular.

As Cascatas multiplicativas foram inicialmente propostas por Kolmogorov para modelagem de turbulência [7]. Atualmente, o modelo de cascatas multiplicativas tem

encontrado aplicações em diversas áreas que necessitam de modelar fenômenos não-lineares e que apresentam estrutura multiplicativa, tais como modelagem de tráfego [8], os preços das ações [9], fenômenos geofísicos [10], evolução do DNA[11], etc.

a. Cascata Conservativa Binomial Clássica

A cascata binomial é o método mais simples de se obter um processo multifractal, consistindo de um procedimento iterativo no intervalo compacto [0,1]. Assume-se que a medida inicial é preservada em todos os estágios. Dessa forma, sejam $m_0 = r$ e $m_1 = 1 - r$, multiplicadores da cascata, dois números positivos cuja soma é 1. No estágio $n = 0$ da cascata, obtemos a medida inicial, denotada por μ_0 , do processo com valor aleatório entre [0,1]. Conforme pode ser visto pela Figura 1, no estágio $n = 1$, a medida μ_1 distribui massa, sendo, m_0 no subintervalo $[0,1/2]$ e massa igual a m_1 em $[1/2,1]$. Em $n = 2$, o intervalo $[0,1/2]$ é subdividido em $[0,1/4]$ e $[1/4,1/2]$, da mesma forma para $[1/2,1]$, obtendo as seguintes medidas[9]:

$$\begin{aligned} \mu_2[0,1/4] &= m_0 m_0 & \mu_2[1/4,1/2] &= m_0 m_1 \\ \mu_2[1/2,3/4] &= m_1 m_0 & \mu_2[3/4,1] &= m_1 m_1 \end{aligned}$$

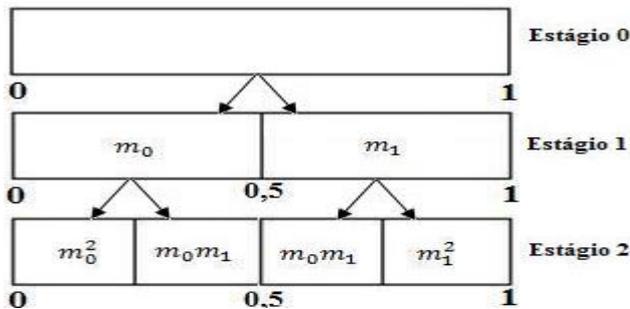


Fig. 1. Processo de construção de cascata binomial clássica

Com a repetição desse processo podemos gerar a sequência de medidas μ_k , que converge então para o processo multifractal μ .

Considere o intervalo diádico $[t, t + 2^{-k}]$ e sejam φ_0 e φ_1 as frequências relativas de 0's e 1's, respectivamente, no desenvolvimento da cascata. A medida μ no intervalo diádico $t, t + 2^{-k}$ é dada por :

$$\mu[t, t + 2^{-k}] = \mu[\Delta_k] = m_0^{k\varphi_0} m_1^{k\varphi_1}$$

Este processo de divisão preserva em cada estágio a massa dos intervalos diádicos, e por isso também recebe o nome de cascata conservativa ou microcanônica [4].

b. Cascata Determinísticas

Cascata Determinística é uma caso especial de cascata conservativa ou microcanônica, em que nós atribuímos um valor fixo para o multiplicador $m_0 \in (0,1/2]$, e no primeiro estágio da construção atribuímos massa Mm_0 para o intervalo $[0,1/2]$, e $M(1 - m_0)$ para o intervalo $[1/2,1]$, para maiores detalhes ver [18].

c. Cascata Conservativa Multiplicativa Proposta

Baseado na definição 1 apresentada no inicio desta seção, nós propomos através da expressão do binômio de Newton, uma nova construção de uma cascata conservativa multiplicativa.

Consideramos o intervalo inicial I_0 tal que $\mu[I_0] = 1$, essa medida é dividida em dois conjuntos I_{00} e I_{01} , para $m_0 = r$ e $m_1 = 1 - r$ onde r é uma variável aleatória com distribuição uniforme e $m_0 + m_1 = 1$, em seguida dividimos novamente o conjunto em quatro conjuntos $I_{0,00}, I_{0,01}, I_{0,11}, I_{0,10}$, obedecendo à seguinte regra baseada na expressão do Binômio de Newton $m_1^{2^n} = \binom{2^n}{k} (r)^{2^n-k} (1-r)^k$, dessa forma fazemos a iteração para n estágio, preservando a medida inicial para cada estágio.

Seja o k -ésimo estágio a massa é fragmentada em intervalos de dois em dois. Com isso a medida de um intervalo I_k qualquer, será igual a:

$$\mu[I_k] = c m_0^{n_0} m_1^{n_1} \tag{1}$$

onde c é uma constante advinda do binômio de Newton m_0 e m_1 são os multiplicadores, $n_0 + n_1 = 2^n$, sendo que $n_0 = 2^n - k$ e $n_1 = k$, dessa forma temos:

$$\mu[I_k] = \binom{2^n}{k} (r)^{2^n-k} (1-r)^k \tag{2}$$

Para um ponto próximo de 0 (zero) no intervalo $I = [0,1]$ a medida do intervalo para o estágio $n \geq 2$ é :

$$\mu[0, 2^{-n}] = [(r)^{2^n} + (1-r)^k] \tag{3}$$

Com $n \rightarrow \infty, k = 2^n$, sendo assim temos:

$$\mu[0, 2^{-N}] = [(r)^{2^N} + (1-r)^{2^N}] \tag{4}$$

A vantagem de se usar essa expressão é que podemos não ficar restrito a cascata conservativa em que a divisão será realizada de dois em dois e sim construir qualquer tipo de cascata multiplicativa, bastando apenas à mudança do algoritmo "2" para um valor desejado, ou seja, se trocarmos para o valor 3 teremos uma divisão de três em três, para o valor 4 teremos uma divisão de quatro em quatro e assim por diante.

Para ilustrar melhor a proposta, a Figura 2 mostra o processo de construção da cascata conservativa multiplicativa e a medida dos subintervalos do primeiro do segundo e do terceiro nível, tal que as expressões para os multiplicadores são:

$$\begin{aligned} m_0^{2^2} &= \binom{2^2}{0} (r)^{2^2-0} (1-r)^0 + \binom{2^2}{4} (r)^{2^2-4} (1-r)^4, \\ m_1^{2^2} &= \binom{2^2}{1} (r)^{2^2-1} (1-r)^1, \quad m_2^{2^2} = \binom{2^2}{2} (r)^{2^2-2} (1-r)^2 \text{ e} \\ m_3^{2^2} &= \binom{2^2}{3} (r)^{2^2-3} (1-r)^3, \text{ para o segundo estágio da cascata. Para o terceiro estágio teremos:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_0^{2^3} &= \binom{2^3}{0} (r)^{2^3-0} (1-r)^3 + \binom{2^3}{8} (r)^{2^3-8} (1-r)^8, \\ m_1^{2^3} &= \binom{2^3}{1} (r)^{2^3-1} (1-r)^1, \quad m_2^{2^3} = \binom{2^3}{2} (r)^{2^3-2} (1-r)^2, \\ m_3^{2^3} &= \binom{2^3}{3} (r)^{2^3-3} (1-r)^3, \quad m_4^{2^3} = \binom{2^3}{4} (r)^{2^3-4} (1-r)^4, \\ m_5^{2^3} &= \binom{2^3}{5} (r)^{2^3-5} (1-r)^5, \quad m_6^{2^3} = \binom{2^3}{6} (r)^{2^3-6} (1-r)^6, \\ \text{e } m_7^{2^3} &= \binom{2^3}{7} (r)^{2^3-7} (1-r)^7 \text{ as expressões mas os multiplicadores.} \end{aligned}$$

Nesta seção apresentamos a forma clássica da construção de cascata multiplicativa binomial, além de uma nova proposta que pode ser generalizada para a obtenção de vários tipos de cascatas conservativa multiplicativas, não apenas a binomial.

Segundo [4] os multiplicadores obtidos usando uma cascata multiplicativa binomial clássica, podem ser modelados usando

uma distribuição gaussiana com média igual a (0,5). Para analisar tal fato e uma simples comparação, traçamos na Figura 3 os valores dos multiplicadores em função da densidade de probabilidade no estágio entre 6 e 7, para ambos os modelos. Podemos observar que para o modelo proposto também apresenta uma forma gaussiana centrada em (0,5).

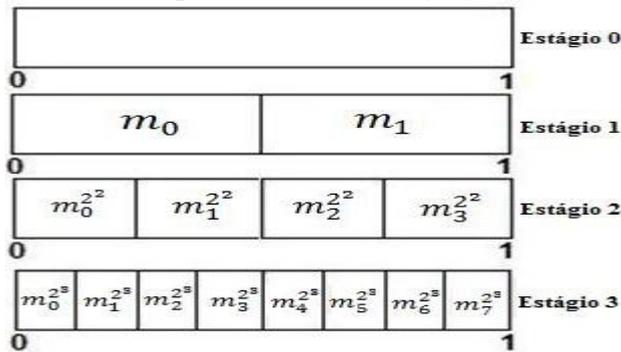


Fig. 2. Novo processo de construção de 3 níveis da cascata conservativa

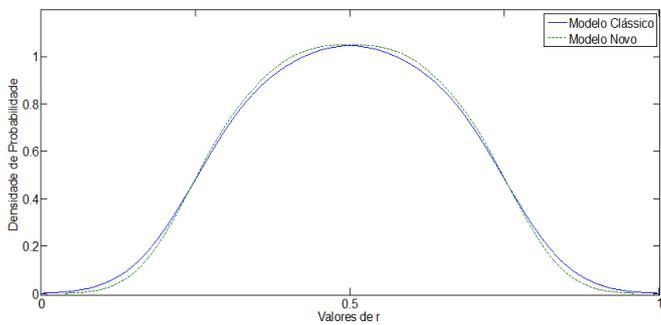


Fig. 3. Distribuição dos multiplicadores das cascatas entre os estágios 6 e 7

Nosso objetivo agora é apresentar um modelo de tráfego multifractal com base na formulação proposta para cascata conservativa multiplicativa. Para esse fim, antes de tudo, apresentamos a seguinte definição de um processo multifractal.

III. MODELO DE TRÁFEGO MULTIFRACTAL.

Definição 1: Um processo estocástico $X(t)$ é chamado multifractal se possui incremento estacionário e satisfaz a seguinte equação:

$$E(|Z(t)|^q) = c(q)t^{\tau(q)+1}, \forall t \in T, q \in Q \quad (5)$$

onde T e Q são intervalos de números reais, $\tau(q)$ (função de escala) e $c(q)$ (fator de momento) são funções com o domínio Q . Além disso, assume-se que T e Q possuem comprimentos não nulos, e que $0 \in T, [0,1] \subseteq Q$. A função $\tau(q)$ também é chamada de função de escalonamento de processo multifractal ou função de partição. Trata-se de uma função côncava com $\tau(0) = -1$ [9].

O modelo proposto objetiva capturar tanto a função de escala como o fator de momento do processo a ser analisado. Segundo os autores em [12], isto pode ser obtido pelo produto de uma cascata e uma variável aleatória i.i.d. positiva Y . Dessa forma, o modelo multifractal resultante pode ser visto como o produto da taxa de pico do fluxo Y , pela medida de rajada $\mu(\Delta t_N)$ na escala de tempo aplicada Δt_N . A variável Y é independente da medida da cascata $\mu(\Delta t_k)$, então a série obtida denotada por $X(\Delta t_N)$ satisfaz a seguinte relação:

$$E((X\Delta t_N)^q) = E(Y^q)E(\mu(\Delta t_N)^q) = E(Y^q)\Delta t_N^{\tau_0(q)} \quad (6)$$

Analisando a equação (2) junto à definição de processos multifractais, Equação (1) pode observar que as variáveis R e Y devem ser:

$$\begin{cases} -\log_2(E(R)^q) = \tau_0(q) \\ E(Y^q) = c(q) \end{cases} \quad (7)$$

A medida $\mu(\Delta t_N)$ tem um valor pequeno uma vez que ela é o produto de N multiplicadores ($\mu(\Delta t_N) = R(\eta_1)R(\eta_1\eta_2) \cdot \dots \cdot R(\eta_1, \dots, \eta_N)$), onde $0 < R(\eta_1, \dots, \eta_i) < 1$ e i indica o estágio da cascata. Assim, por conveniência, e sem perda de generalidade, multiplicamos os valores de $\mu(\Delta t_N)$ da cascata por 2^N . Uma vez que $E(\mu(\Delta t_N)) = 2^{-N}$, esta multiplicação normaliza o processo, fazendo com que o mesmo tenha média 1. Outro artifício usado é considerar a unidade de intervalo de tempo como unitária (denotada por Δt_0) no estágio N da cascata ao invés de $\Delta t_N = 2^{-N}$. Após estas modificações, tem-se [12]:

$$E((X\Delta t_0)^q) = E(Y^q)2^{N[q+\log_2 E(R^q)]}\Delta t_0^{-\log_2 E(R^q)} \quad (8)$$

As variáveis R e Y agora devem ser escolhidas de forma a atender ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} -\log_2(E(R)^q) = \tau_0(q) \\ \log E(Y^q) = \log c(q) - (q + \log_2(E(R^q)))N\log 2 \end{cases} \quad (9)$$

A função de escala $\tau(q)$ pode ser precisamente modelada assumindo que R é uma variável aleatória em $[0,1]$ com distribuição beta, $Beta(\alpha, \beta)$, para $\alpha = 2^n - k + 1$ e $\beta = k + 1$. Assim, a função $\tau_0(q) := \tau(q)+1$ relacionada à função de escala $\tau(q)$, pode ser explicitamente escrita como:

$$\tau_0(q) = \log_2 \frac{\Gamma(\alpha+\beta-1)\Gamma(\alpha+q)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\alpha+\beta-1+q)} \quad (10)$$

onde $\Gamma(\cdot)$ corresponde à função Gama.

Considerou-se que a variável aleatória Y como tendo uma distribuição lognormal definida pelos parâmetros m e v e, portanto, possuindo momento $E(Y^q) = e^{mq+v^2q^2/2}$. Assim, segundo o sistema de equações (5), as variáveis m e v devem obedecer à seguinte equação:

$$e^{mq+v^2q^2/2} = \log c(q) - (q + \log_2(E(R^q)))N\log 2 \quad (11)$$

A Equação (11) permite expressar analiticamente o fator de momento pela seguinte relação:

$$c(q) = e^{mq+v^2q^2/2} 2^{N(\log_2 \frac{\Gamma(\alpha+\beta-1)\Gamma(\alpha+q)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\alpha+\beta-1+q)})} \quad (12)$$

Dessa forma, analisando-se as equações (10) e (12), verifica-se que o modelo multifractal proposto é caracterizado por apenas dois parâmetros (m, v), provindos das expressões analíticas para a função de escala $\tau(q)$ e o fator de momento $c(q)$.

IV. PROPRIEDADES ESTATÍSTICAS

Propriedades estatísticas de cascatas conservativa multiplicativas são muito estudadas na literatura [13][14]. Neste trabalho nos estendemos as propriedades para 2^N amostras de nosso modelo multifractal, assumindo que $X(\Delta t_0) = 2^N \cdot Y \cdot R(\eta_1) \cdot R(\eta_1\eta_2) \cdot \dots \cdot R(\eta_1, \dots, \eta_N)$, para $N \gg 1$.

- A média do processo $X(\Delta t_0)$, onde Δt_0 denota o intervalo de tempo unitário da série a ser modelada, é dada por:

$$E[X(\Delta t_0)] = E[Y] = e^{m+v^2/2} \quad (13)$$

- A variância do processo $X(\Delta t_0)$ é dada por:

$$\begin{aligned} \text{var}[X(\Delta t_0)] &= E[Y^2]2^{2N}E[R^2]^N - E[X(\Delta t_0)]^2 = \\ &= e^{2m+2v^2} \cdot 2^{2N} \cdot \left(\frac{(\alpha+\beta)(\alpha+\beta-1)}{(\alpha+1)\alpha}\right)^N \cdot e^{2m+v^2} \end{aligned} \quad (14)$$

- $X(\Delta t_0)$ tem estrutura de dependência de longo prazo. Considere a covariância $\text{cov}[X(\Delta t_0)_n, X(\Delta t_0)_{n+l}]$, onde $l = 2^p, p = 1, 2, 3, \dots$ no qual pode ser descrito como:

$$\text{cov}[X(\Delta t_0)_n, X(\Delta t_0)_{n+l}] = E(Y)^2 \{2^{2N} E[\mu(\Delta t_N)_n \cdot \mu(\Delta t_N)_{n+l}] - 1\} \quad (15)$$

As medidas $\mu(\Delta t_N)_n$ e $\mu(\Delta t_N)_{n+1}$ tem origem no estágio $N - p - 1$, podem ser expressas em função de $\mu(\Delta t_{N-p-1})$, da seguinte forma, $\mu(\Delta t_N)_n = \mu(\Delta t_N)_{N-p-1} \cdot r_{N-p} \prod_{i=N-p+1}^N r_{i,j_1}$ and $\mu(\Delta t_N)_{n+1} = \mu(\Delta t_N)_{N-p-1} \cdot (1 - r_{N-p}) \prod_{i=N-p+1}^N r_{i,j_2}$ onde $r_{i,j}$ representa o multiplicador no estágio i da cascata, assim temos:

$$\begin{aligned} E[\mu(\Delta t_N)_n \cdot \mu(\Delta t_N)_{n+l}] &= E[\mu(\Delta t_{N-p-1})^2] E[r_{N-p} (1 - r_{N-p} E^{i=N-p+1} N r_{i,j_1} r_{i,j_2} = \\ &= E(R^2)^{N-p-1} [1/2 - E(R^2)] (1/2)^{2p}. \end{aligned}$$

Inserindo na equação (11) obtemos a função de autocorrelação para o modelo proposto

$$\text{COV} = e^{2m+v^2} \left(\frac{2^2\alpha(\alpha+1)}{(\alpha+\beta)(\alpha+\beta-1)}\right)^{N-p} \left(\frac{(\alpha+\beta)(\alpha+\beta-1)}{2\alpha(\alpha+1)} - 1\right) - e^{2m+v^2} \quad (16)$$

V. ANALISE

Nesta seção nós examinaremos a eficiência do modelo proposto na geração de série de tráfego sintético, além da comparação do modelo proposto em [12] que utilizada à forma clássica na construção de cascata conservativa multiplicativa binomial. A análise também se estende com a modelagem de uma série de tráfego real, com origem de Digital Equipment Corporation denominada dec_pkt_3[15].

a. Geração de tráfego

Iniciaremos a validação do modelo proposto pela análise das estatísticas (média e variância). A Figura 4a exibe a série de tráfego dec_pkt_3_512ms com 7030 amostras e com escala de agregação de 512ms a Figura 4b mostra sua série sintética correspondente, gerada a partir do modelo proposto em [12] que se baseia na forma clássica de construção de cascata conservativa multiplicativa binomial, descrito acima, e a Figura 4c apresenta uma série sintética usando o nosso modelo proposto que utiliza a construção de cascata conservativa multiplicativa através da expressão do binômio de Newton.

A Tabela I mostra dados estatísticos referentes aos tráfegos acima, por este teste preliminar, pode-se perceber que alguns parâmetros estatísticos básicos dos dados sintéticos gerados segundo o modelo de cascata multiplicativa proposta se aproximam e possui uma melhora dos da série de tráfego utilizando a construção clássica de cascata multiplicativa proposto em [12] além série real dec_pkt_3_512ms.

TABELA I: MÉDIA, VARIÂNCIA

	Media	Variância
Série real	9.2496e+004	7.0060e+008
Clássico	1.4144e+005	6.7623e+009
Proposto	1.2532e+005	5.2278e+009

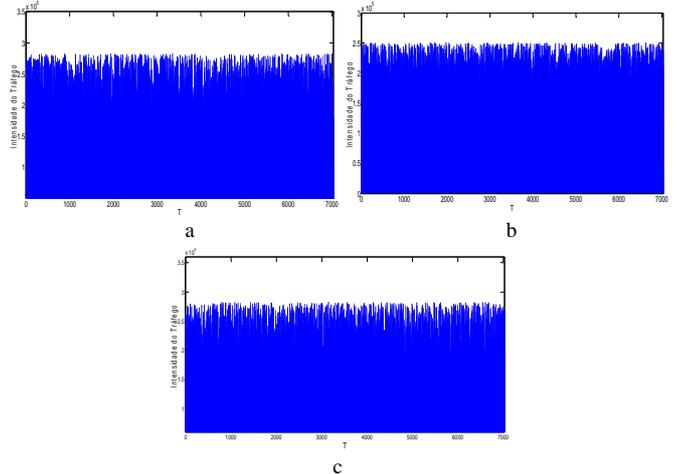
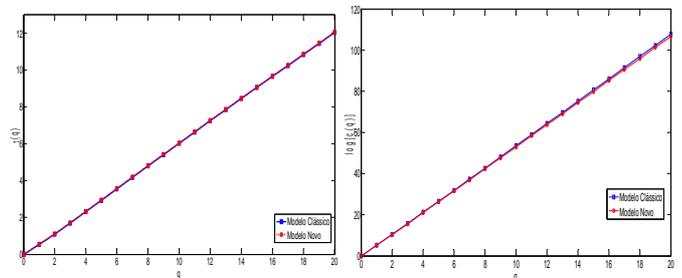


Fig. 4. Representação da Série real e das Sereis Sintéticas Série Sintética

b. Função Escala e Fator de Momento

Assim como a definição de multifractal descrita anteriormente, a estimação da característica multifractal apresenta duas abordagens. A primeira abordagem é baseada na estimação da Função Escala e do Fator de Momento do processo, enquanto a segunda está ligada a estimação da regularidade do processo, ou seja, ao seu espectro multifractal. A Figura 5 mostra respectivamente (a) Função Escala (b) Fator de Momento, utilizando as equações (10) e (12) respectivamente para a série de tráfego dec_pkt_3_512ms, além do modelo proposto em [12]. Para processos multifractais a função $\tau(q)$ é não linear. Tipicamente, o valor da derivada da função $\tau(q)$ varia muito pouco, estando normalmente no intervalo $[1/2; 2]$, levando o gráfico de $\tau(q)$ parecer quase linear, como pode ser visto na Figura 7a. Sendo assim, uma análise feita apenas através de inspeção visual da função $\tau(q)$ pode levar a falhas. Portanto, a análise feita através do espectro multifractal é geralmente mais informativa.



(a) Função Escala (b) Função Momento
Fig.5. Estimação da Função Escala e Função de Momento

c. Espectro Multifractal

Existem varias formas de obtermos o espectro multifractal de um sinal, porém o espectro de grandes desvios, o espectro de Hausdorff e espectro de Legendre [16] são os mais conhecidos e utilizados.

Basicamente, qualquer um dos três espectros provê informações sobre quais singularidades ocorrem em um sinal, e quais são as singularidades que predominam. O espectro é uma curva unidimensional, normalmente com um perfil côncavo, onde a abscissa representa os expoentes de Hölder [17] que efetivamente existem no sinal, e a ordenada está relacionada

com a quantidade de pontos onde uma dada singularidade é encontrada.

Para este trabalho, nós utilizamos o espectro de Legendre, pois normalmente permite estimar o espectro multifractal de maneira mais simples e robustas, embora para alguns sinais específicos [8], o espectro de Legendre omite algumas informações possíveis de serem obtidas através do espectro de grandes desvios.

A Figura 6 mostra respectivamente os espectros Multifractais de (a) série real dec_pkt_3_512ms, (b) série sintética, gerada a partir o modelo proposto e (c) série sintética gerada a partir do modelo que utiliza de cascata multiplicativa clássica [12]. Podemos observar o perfil côncavo das séries, mostrando que em todas possui características multifractais.

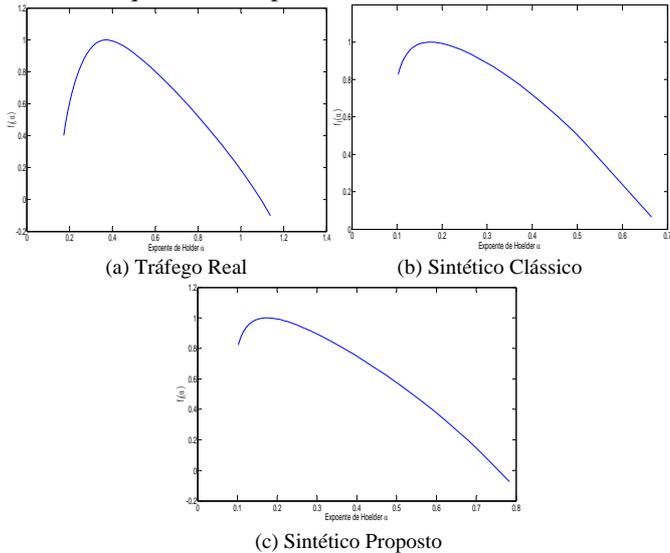


Fig. 6. Espectro Multifractal

d. Função Autocorrelação

Pode-se constatar pela função de autocorrelação de um processo, a presença ou não de dependência de longo prazo. Além disso, a função de autocorrelação reflete a estatística de segunda ordem de uma série temporal.

A Figura 7 ilustra a função de autocorrelação para a série de tráfego dec_pkt_3_512ms, calculado pela Equação (16), assim com a expressão proposta no modelo que utiliza cascata conservativa multiplicativa binomial clássica[12].

Observando a Figura 7 pode-se notar que a função de autocorrelação do modelo expressa pela Equação (16) apresenta dependência de longa duração. Portanto, o modelo descrito neste trabalho captura também a dependência de longa duração.

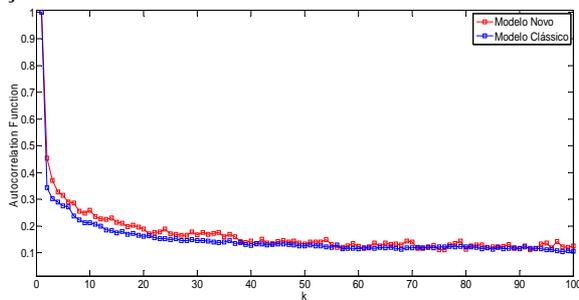


Fig. 7. Função Autocorrelação

VI. CONCLUSÃO

Uma nova forma de construção de cascata conservativa multiplicativa foi introduzida neste trabalho, além de um novo modelo multifractal de tráfego. O modelo de tráfego consegue capturar as principais características da definição de um processo multifractal, tais com a função escala e o fator de momento. Nós também estudamos em detalhes as propriedades estatísticas do modelo e podemos constatar a dependência de longo prazo uma propriedade importante em tráfego real WAN.

O novo modelo de tráfego foi aplicado a uma serie real de tráfego onde são encontradas estruturas multifractais, e comparado com outro modelo existente na literatura [12] e concluímos que nosso modelo é uma boa alternativa para a modelagem multifractal de tráfego.

REFERENCIAS

- [1] Leland W., Taqqu M., Willinger W., & Wilson D., On the self-similar nature of Ethernet traffic (extended version), IEEE/ACM Transactions on Networking, v.2,n.1, pp 1-15, Feb 1994.
- [2] Riedi, R. H. Crouse, M. S. Ribeiro, V.J. and Baraniuk, R.G. A Multifractal Wavelet Model with Application to Network Traffic. IEEE Transactions on Information Theory. (Special Issue on Multiscale Signal Analysis and Modeling), vol. 45, pp. 992-1018, April 1999.
- [3] Vieira, F.H.T. and Lee L.L. AdaptiveWavelet Based Multifractal Model Applied to the Effective Bandwidth Estimation of Network Traffic Flows. IET Communications. pp. 906 - 919 June 2009.
- [4] Krishna, P. M. Gadre, V. M. and Desai, U. B. Multifractal based network traffic modeling, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 2003.
- [5] Peltier, R. and Véhel, J. L. Multifractal Brownian motion: definition and preliminary results. Technical Report 2695, INRIA, 1995.
- [6] Bianchi G. R. & Lee L.L. Um Modelo Multifractal Aplicado a Predição de Tráfego de Redes, Proposta e Avaliação. 2005
- [7] Kolmogorov, A. N. A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid a high Reynolds number. J.Fluid Mech., 13, 82–85, 1962.
- [8] Riedi, R. H. and Véhel, J. L. Multifractal Properties of TCP Traffic : A Numerical Study, INRIA research report 3129, Feb -1997
- [9] Mandelbrot, B. B. Calvet, L. and Fisher, A. Large deviations and the distribution of price changes. Discussion paper No 1165 of the Cowles Foundation for Economics at Yale University 1997.
- [10] Gupta, V. and Waymire, E. (1993). A statistical analysis of mesoscale rainfall as a random cascade. Journal of Applied Meteorology, 32, 251–267, 1993.
- [11] Bickel, D. R. and West, B. J. Multiplicative and fractal processes in DNA evolution. Fractals, 6, 211–217, 1998.
- [12] Dang, T. D. Molnár, S. and Maricza, I. Queuing performance estimation for general multifractal traffic. Int. J. Commun. Syst., vol 16 no 2, pp 117–136, 2003.
- [13] Gao, J. and Rubin, I. Multiplicative multifractal modelling of long-range dependent network traffic, International Journal of Telecommunication Systems, vol 14, pp 783-801, 199.
- [14] Waymire, E. and Williams, S. Multiplicative cascades: Dimension spectra and dependence. Jour. Fourier Anal. and Appl.(Kahane Special), 589–609, 1995.
- [15] <http://ita.ee.lbl.gov/html/traces.html>.
- [16] Falconer, K. Fractal geometry: mathematical foundations and applications. Nova York: John Wiley and Sons 1990.
- [17] Daoudi, K., Lévy-Véhel, J. and Meyer, Y. Construction of continuous functions with prescribed local regularity. Journal of constructive approximation, vol 14 no 3, pp 349–385, 1998.
- [18] Arneodo, A. Wavelet analysis of fractals: From the mathematical concept to experimental reality,” in Wavelets: Theory and Application. New York: Oxford Univ. Press, pp. 349–502, 1996.