

Codificação de Rede na Camada Física via Reticulados para Sistemas OFDM

Bruno Fontana da Silva¹, Didier Le Ruyet², Danilo Silva¹ e Bartolomeu F. Uchôa-Filho¹.

Resumo—Este trabalho apresenta uma estratégia de codificação de rede na camada física (PNC) que estende a técnica computa-e-encaminha baseada em reticulados aninhados de Nazer e Gastpar para sistemas OFDM. A abordagem algébrica de Feng, Silva e Kschischang, para o caso particular da modulação BPSK, é seguida. Cada usuário codifica sua mensagem e espalha a palavra-código no quadro OFDM. Os usuários transmitem simultaneamente, e o *relay* decodifica uma combinação linear das mensagens via decodificação de reticulados. Resultados numéricos mostram um bom desempenho da estratégia em uma rede bidirecional com *relay*.

Palavras-Chave—Codificação de rede na camada física (PNC), reticulados aninhados, canais seletivos em frequência, OFDM.

Abstract—We present a strategy for physical-layer network coding (PNC) that extends the lattice-based compute-and-forward technique of Nazer and Gastpar to OFDM systems. The algebraic approach of Feng, Silva, and Kschischang, for the particular case of BPSK modulation, is followed. Each user encodes its message and spreads the codeword over the OFDM frame. All users transmit simultaneously, and the relay decodes a linear combination of the messages through lattice decoding. Numerical results show a good system performance in a two-way relay network.

Keywords—Physical-layer network coding (PNC), nested lattices, frequency-selective channels, OFDM.

I. INTRODUÇÃO

Codificação de rede foi apresentada por Alshwede *et al.* [1], que demonstraram que, se for permitido aos nós intermediários de uma rede combinar os pacotes recebidos de diversas fontes (em vez de simplesmente utilizar a estratégia de roteamento), é possível maximizar o fluxo de informação da rede (*throughput*) em um cenário *multicast*.

Alguns anos mais tarde, a técnica de *codificação de rede na camada física* (PNC) foi introduzida por Zhang, Liew e Lam [2]. Outros autores em [3] e [4] propuseram trabalhos em uma direção bastante similar. A técnica consistia em utilizar de forma benéfica a superposição de sinais eletromagnéticos em um ambiente sem fio, em vez de tratá-la como uma fonte indesejável de interferência.

Em uma estratégia PNC, dois ou mais usuários transmitem símbolos codificados simultaneamente em uma etapa denominada *múltiplo acesso* (MA). Ao observar o sinal recebido, o qual é composto pela superposição dos símbolos codificados

desses usuários no meio sem fio, o nó intermediário (*relay*) recupera uma combinação linear desses símbolos. Uma etapa subsequente, conhecida como difusão (*broadcast*), consiste na transmissão da mensagem codificada a partir do *relay* em direção a um destino final que fará uso da informação.

Para o caso simples de uma rede bidirecional com *relay* (TWRN), o uso de PNC reduz o número de intervalos de comunicação (*time slots*) de 4 para 2, quando comparado com protocolos de roteamento TDMA tradicionais.

Uma abordagem formal para o PNC foi apresentada por Nazer e Gastpar em [5]. Fundamentada em uma estrutura algébrica consistente e no uso de reticulados, a ideia é tratar a interferência dos usuários em nós *relay* intermediários de forma benéfica em vez de destrutiva, buscando decodificar funções lineares das mensagens transmitidas de acordo com os coeficientes de canal observados. O esquema de codificação de Nazer e Gastpar é denominado computa-e-encaminha, do termo em inglês *compute-and-forward* (CeF).

Feng, Silva e Kschischang apresentaram em [6] uma abordagem algébrica para o problema de codificação de rede na camada física em sistemas práticos de comunicação sem fio. Essa proposta, denominada *codificação de rede via reticulados* (LNC) pelos autores, utiliza como base os resultados da estratégia computa-e-encaminha de Nazer e Gastpar, e os complementa com uma metodologia prática de projeto de códigos de rede sobre anéis comutativos finitos.

As primeiras propostas de PNC concentravam-se em sistemas de portadora única e assumiam apenas canais AWGN ou canais com desvanecimento plano. Uma extensão natural é explorar a superposição do espectro em sistemas multipor-tadora tal como a Multiplexagem Ortogonal por Divisão na Frequência (OFDM), com o objetivo de combater o efeito de canais com desvanecimento de multipercorso seletivo em frequência.

Neste trabalho, apresentamos uma extensão de LNC para sistemas OFDM com modulação BPSK. Cada usuário codifica sua mensagem individualmente e aloca a palavra-código de reticulado resultante em um quadro OFDM. Mostramos que é possível extrair no *relay* uma combinação linear de todos os quadros superpostos. A estratégia é baseada nas ideias do computa-e-encaminha e adaptada para canais seletivos em frequência. Nas seções finais, mostramos alguns resultados numéricos para a rede bidirecional com *relay*.

Para nomenclatura matemática, utilizamos letras minúsculas em negrito para denotar vetores coluna e letras maiúsculas em negrito para denotar matrizes. Como exemplo, o vetor $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$ e a matriz $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times M}$. Ainda, \mathbf{x}^T e \mathbf{x}^H são o transposto e o hermitiano do vetor \mathbf{x} , respectivamente.

¹Bruno Fontana da Silva, Danilo Silva e Bartolomeu F. Uchôa-Filho são do Grupo de Pesquisa em Comunicações (GPqCom) da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, Brasil, E-mails: fontanads@gmail.com, danilo@eel.ufsc.br e uchoa@eel.ufsc.br. ²Didier Le Ruyet é do *Centre d'Etude et De Recherche en Informatique et Communications* (CEDRIC) do *Conservatoire National des Arts et Métiers* (CNAM), Paris, França. E-mail: didier.le_ruyet@cnam.fr. Este trabalho foi financiado pelo CNPq.

II. PNC EM SISTEMAS OFDM

Recentemente, alguns esquemas PNC foram propostos para sistemas OFDM [7], [8], [9]. O primeiro trabalho que mostra resultados práticos de implementação da técnica de PNC com sistemas OFDM foi o de Lu *et al.* [7]. Considerando a rede bidirecional, os autores utilizam a estratégia de extrair o mapeamento XOR da superposição de símbolos no *relay*, conforme a motivação original em [2]. A combinação de PNC com mapeamento XOR no *relay* em conjunto com um sistema multiportadora (especificamente OFDM) foi denominada FPNC pelos autores. A implementação da FPNC em [7] foi demonstrada em uma plataforma conhecida como rádio definido por *software* (USPR) com adaptações do protocolo 802.11a/g OFDM PHY.

Outra abordagem para o uso de PNC no domínio da frequência para a rede bidirecional é baseada no trabalho de Wübben e Lang [8] sobre o método generalizado de decodificação de canal e PNC conjuntas (G-JCNC). O G-JCNC combina o cálculo de probabilidades *a posteriori* para as palavras-código recebidas no *relay* com o algoritmo somaproduto (SPA) [10]. Em [11], Wu *et al.* apresentaram resultados experimentais da técnica G-JCNC com transmissão em tempo real.

III. CONCEITOS BÁSICOS DE OFDM

Considere um quadro consistindo em M símbolos OFDM, cada símbolo com N subportadoras. Seja $a_m[k] \in \mathbb{C}$ o sinal complexo de uma modulação digital na portadora k do m -ésimo símbolo OFDM, com $k = 0, \dots, N-1$ e $m = 0, \dots, M-1$. De acordo com o modelo de sinal multiportadora apresentado em [12], o símbolo complexo transmitido no instante n é:

$$x[n] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} a_m[k] g[n - mN] e^{i \frac{2\pi kn}{N}} \quad (1a)$$

$$= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} a_m[k] \zeta_{k,m}[n] \quad (1b)$$

para $n = 0, \dots, MN-1$, na qual $\zeta_{k,m}[n]$ é a função base de síntese definida como

$$\zeta_{k,m}[n] = g[n - mN] e^{i \frac{2\pi kn}{N}}. \quad (2)$$

e $g[n] = \{1/\sqrt{N} : 0 \leq n \leq N-1\}$ corresponde à janela retangular (nula fora desse intervalo).

Considere um canal de comunicação sem fio seletivo em frequência com resposta ao impulso discreta $h[n] = \{h[0], \dots, h[L_{CP}-1]\} \in \mathbb{C}^{L_{CP}}$, de comprimento $L_{CP} = \lceil \tau_d/T_s \rceil$, em que τ_d e T_s são respectivamente as durações da resposta e de um símbolo complexo transmitido por esse canal. Assume-se que $T_s < \tau_d$.

A largura de banda $B = 1/T_s$ de $h[n]$ é dividida em N subcanais espaçados por $F = B/N$. Caso o espaçamento entre os subcanais seja pequeno o suficiente, pode-se considerar que o desvanecimento em cada subcanal é plano. A duração de um símbolo OFDM é portanto $T = NT_s = 1/F$.

Como resultado do uso de um prefixo cíclico (CP), a convolução da entrada com o canal é transformada em uma

convolução circular, permitindo o uso da seguinte propriedade da transformada discreta de Fourier de comprimento N (DFT_N):

$$Y[k] = \text{DFT}_N(h[k] \otimes x[n]) = H[k] X[k], \quad (3)$$

para $k = 0, \dots, N-1$ e na qual $H[k] = \text{DFT}_N(h[n])$, $X[k] = \text{DFT}_N(x[n])$ e $Y[k] = \text{DFT}_N(y[n])$ são as respostas em frequência amostradas do canal discreto e dos sinais de entrada e saída do canal, respectivamente.

IV. COMPUTA-E-ENCAMINHA

Nesta etapa, direcionamos o leitor às Equações (33) a (37) do trabalho [5] para definições sobre reticulados aninhados, operações de módulo-reticulado ($\text{mod } \Lambda$) e quantização em reticulado $Q_\Lambda(\cdot)$. São conceitos importantes para uma melhor compreensão das Seções IV e V, mas serão omitidos devido à restrição de espaço e por serem amplamente revisados na literatura mencionada.

A. Codificação de Rede na Camada Física

A codificação de rede na camada física não está restrita à rede bidirecional e pode ser generalizada para L usuários tentando se comunicar através de K estações *relay*. Nazer & Gastpar [5] apresentaram uma estrutura genérica, denominada computa-e-encaminha, que explora a interferência mútua dos usuários nas estações *relay* em vez de tratá-la como ruído.

A ideia central é que os nós *relay* devem decodificar $L-1$ combinações lineares independentes das mensagens dos usuários para que essa informação seja transmitida de volta aos usuários (para que eles realizem a troca de mensagens) ou encaminhar L combinações lineares independentes para um destino interessado em decodificar as mensagens. A estratégia CeF considera reticulados aninhados como uma estrutura algébrica linear para o projeto de códigos de rede.

Dentre os principais resultados da estrutura do CeF, destacamos a chamada taxa computacional, R_{comp} , a qual representa um limite superior sobre as taxas de mensagens de cada usuário para o *relay*. Adaptada de [6], a taxa computacional (otimizada) na k -ésima subportadora é dada por

$$R_{\text{comp}}(\mathbf{h}_k, \mathbf{a}_k) = \log_2 \left(\frac{\text{SNR}}{\mathbf{a}_k^H \mathbf{M} \mathbf{a}_k} \right), \quad (4)$$

em que

$$\mathbf{M} = \text{SNR} \mathbf{I}_L - \frac{\text{SNR}^2}{\text{SNR} \|\mathbf{h}_k\|^2 + 1} \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H, \quad (5a)$$

$$\mathbf{h}_k = (H_1[k] \ \dots \ H_L[k])^T, \quad (5b)$$

$$\mathbf{a}_k = (a_1[k] \ \dots \ a_L[k])^T, \quad (5c)$$

\mathbf{I}_L é a matriz identidade $L \times L$, e $H_l[k] \in \mathbb{C}$ e $a_l[k] \in \mathbb{C}$ são o ganho complexo do canal e o coeficiente de combinação linear do l -ésimo usuário na k -ésima subportadora, respectivamente.

B. Codificação via Reticulados

Seguindo [13] e [14], considere os reticulados Λ_f e Λ_c , os quais são denominados reticulados fino e grosso, respectivamente. Esses são ditos aninhados quando $\Lambda_c \subseteq \Lambda_f$. A

estratégia LNC considera o uso de um código de reticulado aninhado \mathcal{L} , definido como o conjunto de todos os líderes de *coset* de Λ_f/Λ_c , ou seja,

$$\mathcal{L}(\Lambda_f, \Lambda_c) = \Lambda_f \bmod \Lambda_c = \{\boldsymbol{\lambda} \bmod \Lambda_c : \boldsymbol{\lambda} \in \Lambda_f\}, \quad (6)$$

Geometricamente, o código de reticulado aninhado pode ser interpretado como a intersecção entre o reticulado fino e a região fundamental de Voronoi do reticulado grosso (\mathcal{V}_{Λ_c}), ou seja, $\mathcal{L}(\Lambda_f, \Lambda_c) = \Lambda_f \cap \mathcal{V}_{\Lambda_c}$.

Para a construção A (complexa) de reticulados aninhados, definimos \mathcal{C} como um código linear binário (n, k) . O reticulado Λ_f é construído sobre um anel comutativo T , da forma

$$\Lambda_f \triangleq \{\boldsymbol{\lambda} \in T^n : \sigma(\boldsymbol{\lambda}) \in \mathcal{C}\}, \quad (7)$$

na qual $\sigma(\cdot)$ é uma projeção natural de T em $T/(2)$. Ainda, o reticulado grosso é definido como $\Lambda_c = 2T^n \subseteq \Lambda_f$. De acordo com [13], é possível mostrar que $\Lambda_f/\Lambda_c \cong (T/(2))^k \cong \mathcal{C}$. Por simplicidade pode-se tratar o espaço de mensagens como sendo o próprio código, definindo o homomorfismo $\varphi : \Lambda_f \rightarrow \mathcal{C}$ dado por $\varphi(\boldsymbol{\lambda}) = \sigma(\boldsymbol{\lambda})$.

V. ESQUEMA PROPOSTO E MODELO DO SISTEMA

A. OFDM Codificado: Modelo Matricial

Considere agora uma rede com L transmissores e um único receptor (*relay*) em uma etapa de múltiplo acesso na qual os canais entre cada transmissor e o *relay* são caracterizados com desvanecimento seletivo em frequência. Para combater o desvanecimento, os usuários adotam o sistema OFDM em todas as suas transmissões e recepções.

Cada usuário deseja transmitir uma mensagem $\mathbf{w}_l \in \mathbb{F}_2^{NK_m}$ e está equipado com um codificador linear $\mathcal{E}_l : \mathbb{F}_2^{NK_m} \rightarrow \mathbb{F}_2^{NM}$. Os valores $N, M \in \mathbb{N}^*$ representam o número de subportadoras e a quantidade de símbolos OFDM do quadro, respectivamente, com $M > K_m$.

Considere K_m, N e M idênticos para todos os usuários; neste caso, todas as fontes transmitem com a mesma taxa de mensagem, R_{men} , definida como

$$R_{\text{men}} = \frac{K_m}{M}. \quad (8)$$

A palavra-código $\mathbf{c}_l = \mathcal{E}_l(\mathbf{w}_l) \in \mathbb{R}^{NM}$ é deslocada por um valor constante (*dither*). Idealmente, o *dither* $\mathbf{d}_l \in \mathbb{R}^{NM}$ é um vetor aleatório que descorrelaciona a mensagem do ruído efetivo na estratégia CeF [5]. Entretanto, por simplicidade, adota-se um vetor fixo que também é usado para ajuste de energia do sinal a ser transmitido. O ruído efetivo será definido no desenvolvimento da Seção V-C.

As entradas do canal de múltiplo acesso são os quadros OFDM codificados dos usuários, descritos por matrizes $\mathbf{X}_l \in \mathbb{R}^{N \times M}$, $l = 1, \dots, L$. Pode-se escrever \mathbf{X}_l como uma sequência de símbolos OFDM:

$$\mathbf{X}_l = (\mathbf{x}_{l,0} \quad \dots \quad \mathbf{x}_{l,M-1}) \quad (9)$$

em que $\mathbf{x}_{l,m}$ é o m -ésimo símbolo OFDM transmitido pelo usuário l . Ainda, o elemento $\mathbf{x}_{l,m}[k]$ desse símbolo representa a amostra transmitida na k -ésima subportadora do usuário l .

O mapeamento entre \mathbf{c}_l e \mathbf{X}_l ocorre com a transformação linear de vetorização, $\text{vec}(\cdot) : \mathbb{R}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{mn}$, a qual empilha

as colunas de uma matriz formando um único vetor. Portanto, \mathbf{X}_l denota matematicamente o resultado da conversão paralelo-série do transmissor OFDM, expressa como:

$$\mathbf{c}_l + \mathbf{d}_l = \text{vec}(\mathbf{X}_l). \quad (10)$$

Da mesma forma, denotamos $\text{vec}^{-1}(\cdot) : \mathbb{R}^{mn} \rightarrow \mathbb{R}^{m \times n}$ como a operação inversa que realiza o mapeamento equivalente à conversão série-paralelo.

A potência de transmissão de cada usuário é limitada, com a restrição $P_l \leq E[\|\mathbf{x}_{l,m}\|^2]/N$, assumindo distribuição uniforme independente e identicamente distribuída para $\mathbf{x}_{l,m}$. Neste trabalho, considera-se que $P_l = P$, para $l = 1, \dots, L$. Definimos então o termo razão sinal-ruído como:

$$\text{SNR} \triangleq \frac{P}{N_0}, \quad (11)$$

em que N_0 é a densidade espectral de potência das entradas do ruído aditivo gaussiano branco (AWGN).

Utilizando a construção A Complexa de reticulados aninhados, particularizamos $\Lambda_f = \{\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{Z}[i]^{MN} : \sigma(\boldsymbol{\lambda}) \in \mathcal{C}\}$ e $\Lambda_c = \{2\mathbb{Z}[i]^{MN} \cup (2\mathbb{Z}[i] + (1+1i))^{MN}\}$. Consideramos neste trabalho que $\mathcal{E}_l(\cdot)$ utiliza códigos convolucionais ou códigos turbo $\mathcal{C}(NM, NK_m)$, embora qualquer codificador linear possa ser implementado.

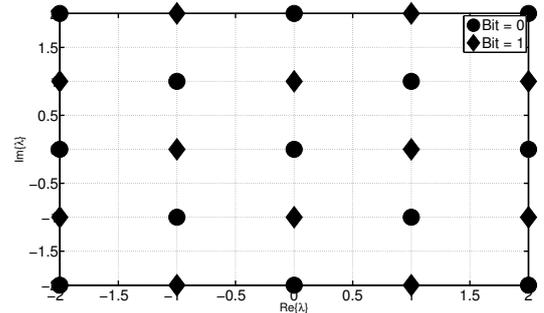


Fig. 1. Reticulados grosso Λ_c (bolas) e fino Λ_f (todos os pontos) sob perspectiva bidimensional e código \mathcal{C} trivial de taxa 1.

A Fig. 1 mostra uma representação unidimensional (complexa) dos reticulados Λ_c e Λ_f . Entretanto, a dimensão da palavra-código associada ao reticulado não é 1, mas NM .

B. Canais de Comunicação

Os canais de comunicação entre os L transmissores e o *relay* são modelados com desvanecimento seletivo em frequência. Os ganhos de cada suportadora do canal (obtidos pela DFT_N da resposta ao impulso) entre o l -ésimo usuário e o *relay* são apresentados na matriz $\mathbf{H}_l = \text{diag}(H_l[0] \dots H_l[N-1])$. De acordo com [7], para que não haja problemas de sincronismo e interferência intersimbólica na etapa de múltiplo acesso, é necessário respeitar a condição denominada pelos autores “espalhamento temporal dentro do prefixo cíclico”. Dados os espalhamentos temporais da resposta ao impulso dos canais dos L usuários, descritos pelo vetor $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \dots, \tau_L]$, o comprimento do prefixo cíclico deve combater o espalhamento

mais longo, tal que

$$L_{CP} \geq \left\lceil \left[\frac{T_s}{\tau[n]} \right] : n = \arg_n \max \tau[n] \right\rceil. \quad (12)$$

C. Recepção e Detecção

O sinal recebido pelo *relay*, após removido o prefixo cíclico, é uma superposição dos quadros OFDM e pode ser descrito como:

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \sum_{l=1}^L \mathbf{H}_l \mathbf{X}_l + \mathbf{Z}, \quad (13)$$

em que $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ é o ruído AWGN modelado como uma matriz aleatória Gaussiana simétrica com entradas independentes e densidade espectral de potência plana e igual a N_0 .

O objetivo do decodificador de reticulado $\mathcal{D}(\mathbf{Y}|\mathbf{H}, \mathbf{A})$ é obter uma equação de reticulado $\mathbf{v} \in \mathbb{Z}[i]^{NM}$. A matriz $\mathbf{A} = (\bar{\mathbf{a}}_1 \dots \bar{\mathbf{a}}_L)$ agrupa os vetores com os coeficientes de combinação linear $\bar{\mathbf{a}}_l \in \mathbb{C}^N$, cujas entradas são definidas como $\bar{\mathbf{a}}_l[k] = a_l[k]$, com $k = 1, \dots, N$. A matriz $\mathbf{H} = (\mathbf{H}_1 \dots \mathbf{H}_L)$ agrupa as matrizes diagonais com os ganhos de canal das subportadoras dos L usuários.

A equação de reticulado é descrita como

$$\mathbf{v} = \left[\sum_{l=1}^L \text{vec}(\bar{\mathbf{a}}_l \otimes \mathbf{1}_M^T) \circ \mathbf{c}_l \right] \text{ mod } \Lambda_c, \quad (14)$$

na qual o operador \otimes corresponde ao produto de Kronecker, \circ corresponde à operação do produto de Hadamard (multiplicação elemento a elemento) e $\mathbf{1}_p$ é um vetor coluna de comprimento p com todas as entradas iguais a 1.

Uma equação de reticulado deve corresponder unicamente à combinação linear de mensagens dos usuários, $\mathbf{t} \in \mathbb{F}_2^{NK_m}$, definida como

$$\mathbf{t} = \bigoplus_{l=1}^L \mathbf{w}_l, \quad (15)$$

na qual \bigoplus é o somatório sobre o espaço de mensagens.

Em nossa proposta, a função φ que realiza esse homomorfismo é definida pela seguinte Equação:

$$\varphi(\mathbf{v}) = (\mathbf{v} \text{ mod } 1 + 1i) \text{ mod } 2 \quad (16)$$

sendo que $\mathcal{C}(\mathbf{t}) = \bigoplus_{l=1}^L \mathbf{c}_l = \varphi(\mathbf{v})$ é possível devido à linearidade da estrutura de reticulados e do código \mathcal{C} .

Aplicando diretamente a estratégia do CeF no contexto do sinal recebido na Equação (13), obtém-se

$$\mathbf{y} = \text{vec}(\boldsymbol{\alpha} \otimes \mathbf{1}_M^T) \circ \text{vec}(\tilde{\mathbf{Y}}) - \sum_{l=1}^L \text{vec}(\bar{\mathbf{a}}_l \otimes \mathbf{1}_M^T) \circ \text{vec}(\mathbf{d}_l \otimes \mathbf{1}_M^T), \quad (17)$$

na qual $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0 \dots \alpha_{N-1})^T$, cujos elementos são otimizados no sentido do mínimo erro médio quadrático (MMSE) de acordo com $\alpha_k = \frac{\text{SNR}}{\|\tilde{\mathbf{h}}_k\|^2 \text{SNR} + 1} \tilde{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{a}_k$, com

$$\tilde{\mathbf{h}}_k = (H_1[k] \dots H_L[k])^T [6].$$

A escolha de $\bar{\mathbf{a}}_l$ é feita de forma a maximizar a taxa computacional (minimizando os termos $\mathbf{a}_k^H \mathbf{M} \mathbf{a}_k$) e garantir uma combinação linear útil a todos os usuários. A existência de soluções em que $\bar{\mathbf{a}}_l$ é não-nulo para $N = 1$ (caso de portadora

simples, considerando canais planos) é apresentada em [6]. Neste trabalho, o mesmo método é adotado, otimizando a taxa computacional por subportadora e garantindo que cada coeficiente $a_l[k] \text{ mod } 1 + i$ seja mapeado em um elemento não-nulo pertencente ao espaço de mensagens.

De [5], mostra-se que a equação de reticulado estimada é

$$\hat{\mathbf{v}} = [Q_{\Lambda_f}([\mathbf{y}] \text{ mod } \Lambda_c)] \text{ mod } \Lambda_c \quad (18a)$$

$$= [Q_{\Lambda_f}([\mathbf{v} + \mathbf{z}_{ef}] \text{ mod } \Lambda_c)] \text{ mod } \Lambda_c, \quad (18b)$$

na qual $\mathbf{z}_{ef} \in \mathbb{C}^{NM}$ é o ruído efetivo. Para o caso apresentado, o ruído efetivo correspondente ao sinal da k -ésima subportadora durante a transmissão do m -ésimo símbolo OFDM é:

$$\mathbf{z}_{ef}[k + (m-1)N] = \sum_{l=1}^L (\boldsymbol{\alpha}[k] \mathbf{H}_l[k, k] - \bar{\mathbf{a}}_l[k]) + \mathbf{Z}[k, m]. \quad (19)$$

O desenvolvimento de (18) é similar ao do trabalho de Nazer & Gastpar [5], e será omitido aqui devido à restrição de espaço.

VI. ANÁLISE DE RESULTADOS

Utilizamos simulações numéricas para avaliar o desempenho da estratégia LNC para OFDM em uma rede com $L = 2$ usuários (bidirecional), $N = 128$ subportadoras e $M = 120$ símbolos OFDM por quadro. Os canais de comunicação entre usuários e o *relay* são modelados com desvanecimento Rayleigh e $L_{CP} = 5$ taps independentes com variância $\sigma_h^2 = 1/L_{CP}$.

O critério avaliado foi a taxa de erro de quadro (FER) na recepção do *relay* (durante a etapa de múltiplo acesso) em função da razão energia de bit por densidade espectral de potência de ruído E_b/N_0 . Para adequar as simulações com diferentes taxas de códigos corretores de erro, definimos $E_b/N_0 = \text{SNR}/R_{\text{men}}$.

Nas simulações, foram utilizados códigos convolucionais com número de memórias $\nu = 3$ e códigos turbo com 6 iterações de decodificação. A estratégia de *interleaving* foi adotada para a codificação turbo, a fim de explorar a diversidade do canal. A Tabela I apresenta os polinômios geradores desses códigos, na forma octal.

TABELA I
PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO

Código	Gerador
Convolutional $R_{\text{men}} = 1/3$	(13, 15, 17) _s
Convolutional $R_{\text{men}} = 1/5$	(17, 17, 13, 15, 15) _s
Turbo $R_{\text{men}} = 1/3$	(13, 15) _s , (13) _s
Turbo $R_{\text{men}} = 1/5$	(25, 33, 37) _s , (25) _s

A Fig. 2 apresenta uma comparação entre os códigos convolucionais e turbo para duas taxas de mensagem diferentes. Adaptado de [14], também é apresentada na Figura uma curva do limitante teórico inferior do CeF (sigla "C&F" nas legendas) considerando *outage* (erro de quadro) para o evento $R_{\text{men}} > \sum_k R_{\text{comp}}(\mathbf{h}_k, \mathbf{a}_k)$.

Observa-se que o código turbo explora bem a diversidade do canal devido ao *interleaving* dos bits codificados ao longo do quadro OFDM, obtendo o mesmo grau de diversidade do

limitante inferior. Em termos de energia de bit, as simulações mostram que o código de taxa $1/5$ traz ganhos em relação ao de taxa $1/3$. O código turbo de taxa $1/5$ está distante de 6.6 dB do limitante inferior para uma FER de 1%. Para o código turbo de taxa $1/3$, essa diferença é de aproximadamente 9.7 dB.

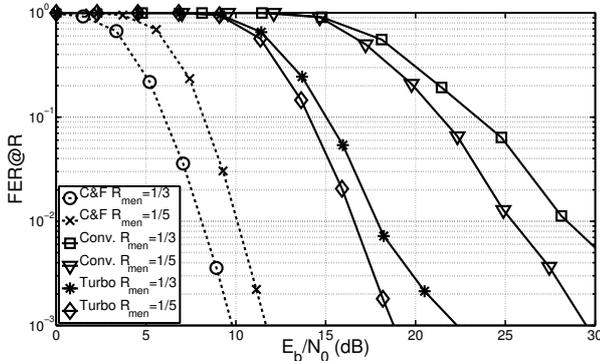


Fig. 2. Taxa de erro de quadro para os códigos convolucional e turbo de taxas $R_{men} = 1/3$ e $R_{men} = 1/5$, com $M = 120$ e $N = 128$.

A Fig. 3 compara a estratégia LNC desenvolvida neste trabalho com as técnicas FPNC [7] e codificação de rede [1] para uma taxa de mensagem fixa ($R = 1/5$). Ressalta-se que, para a simulação das duas últimas, considerou-se o uso dos mesmos códigos com detecção suave baseada na informação das LLRs dos bits considerados. Observa-se que para o código turbo a estratégia LNC apresenta uma perda de desempenho de aproximadamente 3.3 dB em relação à técnica de codificação de rede para o valor de FER de 10%, enquanto o FPNC possui uma perda de aproximadamente 2.5 dB no mesmo caso. Com valores menores de FER, analisando para perda de quadro de 0.1%, a diferença entre as três técnicas é mais próxima, em torno de 1 dB, mantendo a relação de desempenho.

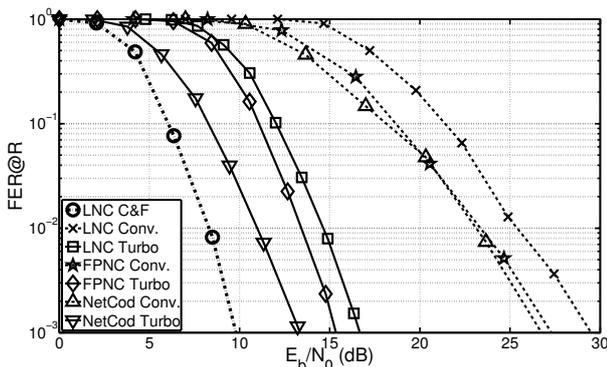


Fig. 3. Comparação de taxa de erro de quadro entre as estratégias OFDM-LNC, FPNC e Codificação de Rede tradicional para um código turbo de taxa $R_{men} = 1/5$ com 6 iterações de decodificação.

Ressalta-se que na rede bidirecional as estratégias LNC e FPNC utilizam apenas um instante de transmissão para a etapa de múltiplo acesso, enquanto a estratégia de codificação de rede necessita de dois instantes de transmissão para comunicação individual de cada usuário com o *relay*. Outro

aspecto a ser destacado é que a técnica LNC foi generalizada para L usuários na etapa de múltiplo acesso, em que a complexidade da decodificação está apenas em encontrar os melhores vetores $\mathbf{a}_k \in \mathbb{C}^L$ que maximizam as taxas computacionais de cada subportadora.

VII. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma generalização da estratégia de codificação de rede na camada física via reticulados para sistemas multiportadora OFDM e canais com desvanecimento de multipercorso seletivo em frequência considerando um código particular de reticulados aninhados. Um modelo matricial da transmissão do quadro OFDM em uma etapa de múltiplo acesso foi apresentado e generalizado para uma rede com L usuários e um *relay*. A estratégia de codificação foi desenvolvida matematicamente e os resultados de simulação mostraram o desempenho do LNC para diferentes códigos e taxas de mensagem, comparando ainda com outras estratégias de codificação de rede. A principal contribuição deste trabalho foi apresentar uma estratégia flexível para PNC em redes com múltiplos nós utilizando o CeF em sistemas OFDM.

REFERÊNCIAS

- [1] R. Ahlswede, N. Cai, S.-Y. R. Li, and R. W. Yeung, "Network information flow", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 46, no. 4, pp. 1204-1216, Jul. 2000.
- [2] S. Zhang, S. C. Liew, and P. P. Lam, "Hot topic: Physical-layer network coding", in *MobiCom '06 Proceedings of the 12th annual international conference on Mobile computing and networking*, 2006, pp. 358-365.
- [3] P. Popovski and H. Yomo, "The anti-packets can increase the achievable throughput of a wireless multi-hop network", in *IEEE International Conference on Communications (ICC)*, 2006. IEEE, June 2006, pp. 3885-3890.
- [4] B. Nazer and M. Gastpar, "Computing over multiple-access channels with connections to wireless network coding", in *IEEE International Symposium on Information Theory*. IEEE, July 2006, pp. 1354-1358.
- [5] B. Nazer and M. Gastpar, "Compute-and-forward: Harnessing interference through structured codes", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 57, no. 10, pp. 6463-6486, October 2011.
- [6] C. Feng, D. Silva, and F. R. Kschischang, "An algebraic approach to physical-layer network coding", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 59, no. 11, pp. 7576-7596, November 2013.
- [7] L. Lu, T. Wang, S. C. Liew, and S. Zhang, "Implementation of physical-layer network coding", in *Proc. IEEE ICC 2012 - Wireless Communications Symposium*. IEEE, June 2012, pp. 4734-4740.
- [8] D. Wubben and Y. Lang, "Generalized sum-product algorithm for joint channel decoding and physical-layer network coding in two-way relay systems", in *IEEE 2010 Global Telecommunications Conference (GLOBECOM 2010)*. IEEE, December 2010.
- [9] M. Wu, S. D. Wubben, and A. Dekorsy, "Physical-layer network coding in coded ofdm systems with multiple-antenna relay", in *Proc. Vehicular Technology Conference (VTC Spring) 2013*. IEEE, June 2013, pp. 1-5.
- [10] F. R. Kschischang, B. J. Frey, and H. A. Loeliger, "Factor graphs and the sum-product algorithm", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, no. 2, February 2001.
- [11] M. Wu, F. Ludwig, M. Woltering, D. Wubben, A. Dekorsy, and S. Paul, "Analysis and implementation for physical-layer network coding with carrier frequency offset", in *18th International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA)*, 2014. VDE, March 2014.
- [12] B. S. Chang, "New precoding and equalization techniques for multicarrier systems", Ph.D. dissertation, Universidade Federal de Santa Catarina, 2012.
- [13] D. Silva, "Codificação de rede na camada física via reticulados", in *XXXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBRt 2013*, September 2013.
- [14] Castro, M. C., Silva, D., and Uchôa-Filho, B. F., "Códigos Turbo para Codificação de Rede na Camada Física sobre Inteiros Gaussianos", in *XXXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBRt 2013*, September 2013.