

# Modelagem matemática da interferência produzida por redes VSAT MF-TDMA

Américo Ariel Rubin de Celis Vidal<sup>1</sup> e José Mauro Pedro Fortes<sup>2</sup>

**Resumo**— Este artigo apresenta um modelo matemático para determinar o comportamento estatístico da interferência produzida pelos enlaces ascendentes de uma rede VSAT MF-TDMA em um enlace vítima de uma rede de satélite vizinha. No modelo, expressões analíticas foram desenvolvidas para levar em conta os efeitos de variações das potências transmitidas, dos tamanhos de antena e dos erros de apontamento das antenas transmissoras. O modelo proposto é suficientemente geral para acomodar diferentes tipos de processos pontuais e pode ser aplicado a situações envolvendo áreas de serviço que contêm vários tipos de distribuição geográfica de estações terrenas. Resultados numéricos obtidos com o modelo proposto são comparados àqueles baseados em valores reais de parâmetros, fornecidos por um operador brasileiro de satélites.

**Palavras-Chave**— Comunicações por satélites, GSO-FSS, Interferências, razão portadora-ruído, Redes VSAT MF-TDMA.

**Abstract**— This paper presents a mathematical model to assess the statistical behavior of the interference produced by MF-TDMA VSAT networks into a victim link of a neighboring satellite network. In the model, analytical expressions were developed to account for the effects of the transmitting powers, antenna sizes, and transmitting antenna pointing errors. The model is general enough to accommodate different types of point processes and can be applied to situations involving service areas containing multiple types of earth station geographical distribution and numerical results obtained with the proposed model are compared to those based on the actual parameter values which were provided by a Brazilian satellite operator.

**Keywords**— Satellite Communications, GSO-FSS, Interference, carrier-to-noise ratio, VSAT MF-TDMA Networks.

## I. INTRODUÇÃO

Na atualidade uma grande maioria de sistemas VSAT (*Very Small Aperture Terminals*) utilizam o protocolo de múltiplo acesso por divisão no tempo e frequência (*multi frequency - time division multiple access* MF-TDMA), para proporcionar serviços de transferência de dados em altas taxas, para usuários residenciais e empresariais. Dependendo de sua localização, da cobertura da antena de recepção do satélite e das condições de propagação, estes terminais podem operar com diferentes tamanhos de antenas transmissoras, diferentes níveis de potência de transmissão, e operam usualmente sob erros de apontamento de suas antenas transmissoras, que variam, em maior ou menor grau, dependendo do terminal considerado. Como consequência, a potência interferente produzida pelos enlaces ascendentes (*uplink's*) da rede VSAT no enlace vítima de um satélite adjacente variam no tempo e precisam ser consideradas para a análise da interferência envolvendo tais

sistemas considerando diversas áreas de serviço com diferentes tipos de distribuição de terminais.

## II. MODELO MATEMÁTICO

A geometria considerada no cálculo de interferências envolvendo redes VSAT que utilizam o protocolo (MF-TDMA), é ilustrada na Figura 1

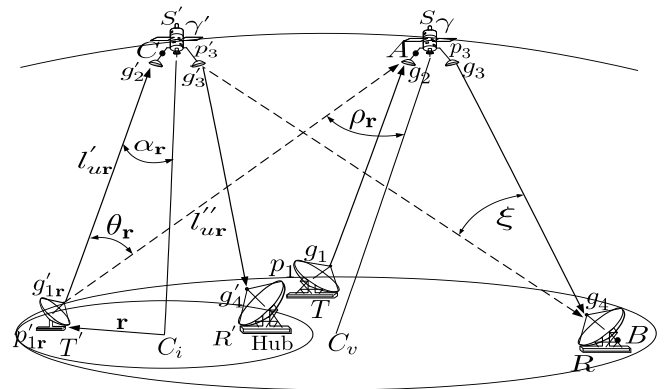


Fig. 1. Geometria associada ao modelo.

Observa-se na Figura 1, duas redes de satélites: uma rede VSAT MF-TDMA interferente que utiliza o satélite  $S'$  com estação transmissora  $T'$  localizada numa posição  $\mathbf{r}$  dentro da área de cobertura do feixe de recepção do satélite interferente  $S'$ , e uma segunda rede vítima que utiliza o satélite  $S$  e na qual considera-se um enlace da estação terrestre transmissora  $T$  para a estação terrestre receptora  $R$ .

Com base na geometria apresentada na Figura 1, as densidades de potência interferente  $i_u(\mathbf{r})$  e  $i_d(\mathbf{r})$  produzidas na estação terrestre vítima  $R$  pelos lances de subida e descida dos enlaces interferentes originados em  $T'$ , expressas em [W/Hz], são dados por

$$i_u(\mathbf{r}) = \frac{e_r g'_{1r}(\theta_r) g_2(\rho_r)}{g'_{1r}(0) l''_{ur}} \gamma \quad (1)$$

e

$$i_d(\mathbf{r}) = \frac{e_r g_2(\alpha_r)}{l'_{ur}} \gamma', \quad (2)$$

onde  $g'_{1r}(\theta_r)$  e  $g'_{1r}(0)$  são os ganhos da antena transmissora do terminal interferente  $T'$  nas direções dos satélites vítima  $S$  e interferente  $S'$  respectivamente,  $g_2(\rho_r)$  e  $g_2(\alpha_r)$  são os ganhos das antenas receptoras dos satélites vítima  $S$  e interferente  $S'$  na direção do terminal interferente  $T'$ ,  $l'_{ur}$  e  $l''_{ur}$  são as perdas de propagação em espaço livre nos percursos entre o terminal  $T'$  e os satélites vítima  $S$  e satélite interferente  $S'$ ,  $\gamma$

Autor 1 e Autor 2, Centro de Estudos em Telecomunicações (CETUC), Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio, Rio de Janeiro-RJ, Brazil, E-mails: arubin@cetuc.puc-rio.br, jmfortes@cetuc.puc-rio.br.

e  $\gamma'$  são, respectivamente, os ganhos de transmissão desde as saídas das antenas receptoras dos satélites  $S$  e  $S'$  até a saída da antena receptora da estação terrena vítima  $R$  (respectivamente pontos A-B e C-B na Figura 1). Ainda em (1) e (2),  $e_r = p'_{1r} g'_{1r}(0)$  denota a densidade espectral de *e.i.r.p.* (*Effective Isotropic Radiated Power*) emitida pelo terminal  $T'$ , expressa em [W/Hz]. Os índices  $\mathbf{r}$  em (1) e (2) foram adicionados para indicar a dependência das quantidades envolvidas com a posição geográfica da estação terrena transmissora interferente  $T'$ .

A densidade de potência interferente total recebida na estação terrena receptora  $R$  do enlace vítima é dada por

$$i = i_u(\mathbf{r}) + i_d(\mathbf{r}). \quad (3)$$

Note que esta densidade de potência depende, dentre outros parâmetros, da posição  $\mathbf{r}$  da estação terrena transmissora interferente  $T'$ , da densidade de *e.i.r.p.* ( $e_r$ ) na direção de máxima radiação de sua antena transmissora e do ângulo *off-axis*  $\theta_r$ . Na modelagem proposta, essas quantidades são caracterizadas por variáveis aleatórias, sendo que a aleatoriedade de  $\theta_r$  se justifica com base nos erros de apontamento das antenas transmissoras dos terminais VSAT. Consequentemente,  $i$  será também uma variável aleatória e sua função densidade de probabilidade pode ser escrita como

$$p_i(I) = \int_{\Omega_r} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_{i|e_r, \theta_r}(I, \mathbf{R}, E, \Theta) dE d\Theta d\mathbf{R} \quad (4)$$

onde  $p_{i|e_r, \theta_r}(I, \mathbf{R}, E, \Theta)$  é a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis  $i$ ,  $e_r$  e  $\theta_r$ .

Considerando-se que, para uma determinada posição  $\mathbf{r}$ , a densidade *e.i.r.p.*  $e_r$  e o ângulo *off-axis*  $\theta_r$ , são estatisticamente independentes, é possível mostrar [1] que (4) se escreve

$$p_i(I) = \int_{\Omega_r} p_r(\mathbf{R}) \int_{-\infty}^{\infty} p_{\theta_r|\mathbf{r}=\mathbf{R}}(\Theta) \int_{-\infty}^{\infty} p_{i|\mathbf{r}=\mathbf{R}, e_r=E, \theta_r=\Theta}(I) p_{e_r|\mathbf{r}=\mathbf{R}}(E) dE d\Theta d\mathbf{R}. \quad (5)$$

Note que, dado  $e_r = E$ ,  $\mathbf{r} = \mathbf{R}$  e  $\theta_r = \Theta_{\mathbf{R}}$ , a variável aleatória  $i$  assume um valor fixo conhecido,  $\mathcal{I}(E, \mathbf{R}, \Theta)$ , com probabilidade um. Consequentemente (5) se escreve

$$p_i(I) = \int_{\Omega_r} p_r(\mathbf{R}) \int_{-\infty}^{\infty} p_{\theta_r|\mathbf{r}=\mathbf{R}}(\Theta) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(I - \mathcal{I}(E, \mathbf{R}, \Theta)) p_{e_r|\mathbf{r}=\mathbf{R}}(E) dE d\Theta d\mathbf{R}. \quad (6)$$

Além disso, considera-se que, dada a posição  $\mathbf{r} = \mathbf{R}$ , a densidade de *e.i.r.p.*  $e_r$  é uma variável aleatória discreta que assume valores num conjunto discreto e finito  $\{E_{j\mathbf{R}}, j = 1, \dots, N_{\mathbf{R}}\}$ , onde cada um dos valores possíveis está relacionado a um determinado tamanho de antena e à posição geográfica  $\mathbf{R}$  do terminal VSAT interferente  $T'$ . Tem-se assim

$$p_{e_r|\mathbf{r}=\mathbf{R}}(E) = \sum_{j=1}^{N_{\mathbf{R}}} P_{j\mathbf{R}} \delta(E - E_{j\mathbf{R}}) \quad (7)$$

onde  $P_{j\mathbf{R}} = P(e_r = E_{j\mathbf{R}} | \mathbf{r} = \mathbf{R})$ . Nesse caso, (6) se escreve

$$p_i(I) = \int_{\Omega_r} p_r(\mathbf{R}) \sum_{j=1}^{N_{\mathbf{R}}} P_{j\mathbf{R}} \int_{-\infty}^{\infty} p_{\theta_r|\mathbf{r}=\mathbf{R}}(\Theta) \delta(I - \mathcal{I}(E_{j\mathbf{R}}, \mathbf{R}, \Theta)) d\Theta d\mathbf{R} \quad (8)$$

A função distribuição de probabilidade da densidade de potência interferente, definida como  $P(i \leq I)$ , é obtida integrando (8), resultando

$$F_i(I) = \int_{\Omega_r} p_r(\mathbf{R}) \sum_{j=1}^{N_{\mathbf{R}}} P_{j\mathbf{R}} H_{\mathbf{R}j}(I) d\mathbf{R} \quad (9)$$

onde

$$H_{\mathbf{R}j}(I) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{\theta_r|\mathbf{r}=\mathbf{R}}(\Theta) u(I - \mathcal{I}(E_{j\mathbf{R}}, \mathbf{R}, \Theta)) d\Theta, \quad (10)$$

com  $u(\cdot)$  denotando a função degrau unitário.

A consideração de alguns pontos permite obter uma expressão analítica para  $H_{\mathbf{R}j}(I)$ . Em primeiro lugar, note que, considerando-se (1), (2) e (3), o valor  $\mathcal{I}(E_{j\mathbf{R}}, \mathbf{R}, \Theta)$  pode ser escrito como

$$\mathcal{I}(E_{j\mathbf{R}}, \mathbf{R}, \Theta) = K_{1j}(\mathbf{R}) g'_{1\mathbf{R}j}(\Theta) + K_{2j}(\mathbf{R}) \quad (11)$$

onde

$$K_{1j}(\mathbf{R}) = \frac{E_{j\mathbf{R}} g_2(\rho_{\mathbf{R}})}{g'_{1\mathbf{R}j}(0) l'_{u\mathbf{R}}} \gamma \quad (12)$$

e

$$K_{2j}(\mathbf{R}) = \frac{E_{j\mathbf{R}} g'_2(\alpha_{\mathbf{R}})}{l'_{u\mathbf{R}}} \gamma'. \quad (13)$$

Em segundo lugar, considera-se, neste trabalho, que o diagrama de radiação  $g'_{1\mathbf{R}j}(\cdot)$  da antena transmissora  $T'$  que aparece em (11) e (12), tem a forma usual

$$g'_{1\mathbf{R}j}(\Theta) = \begin{cases} f_{1\mathbf{R}j}(\Theta) & ; 0 \leq \Theta < \Theta_{1\mathbf{R}j} \\ G_{1\mathbf{R}j} & ; \Theta_{1\mathbf{R}j} \leq \Theta < \Theta_{2\mathbf{R}j} \\ f_{2\mathbf{R}j}(\Theta) & ; \Theta_{2\mathbf{R}j} \leq \Theta < \Theta_{3\mathbf{R}j} \\ G_{2\mathbf{R}j} & ; \Theta_{3\mathbf{R}j} \leq \Theta \end{cases} ; \quad (14)$$

Além disso, considera-se, como em [2], a hipótese usual de que os erros de apontamento (em azimute e elevação) da antena do terminal  $T'$  são modelados por variáveis aleatórias gaussianas, estatisticamente independentes, ambas com média nula e variância  $\sigma^2$ . Sob esta hipótese, é possível mostrar [1][3] que, dado  $\mathbf{r} = \mathbf{R}$ ,  $\theta_r$  tem função densidade de probabilidade de Rice, dada por

$$p_{\theta_r|\mathbf{r}=\mathbf{R}}(\Theta) = \frac{\Theta}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\Theta^2 + A_{\mathbf{R}}^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{\Theta A_{\mathbf{R}}}{\sigma^2}\right) u(\Theta) \quad (15)$$

onde,  $A_{\mathbf{R}} = \sqrt{\phi_{a_{\mathbf{R}}}^2 + \phi_{e_{\mathbf{R}}}^2}$ , com  $\phi_{a_{\mathbf{R}}}$  e  $\phi_{e_{\mathbf{R}}}$  denotando, respectivamente, os ângulos de azimute e elevação da antena transmissora do terminal  $T'$ , quando ela aponta diretamente para o satélite vítima  $S$ .

Finalmente, conforme mostrado em [1][3] as considerações apresentadas em (11) a (15) permitem chegar à uma expressão analítica para  $H_{\mathbf{R}j}(I)$ , dada por

$$H_{\mathbf{R}j}(I) = \begin{cases} 0 & ; I < a_j(\mathbf{R}) \\ Q_1\left(\frac{A_{\mathbf{R}}}{\sigma}, \frac{f_{2\mathbf{R}j}^{-1}\left(\frac{I - K_{2j}(\mathbf{R})}{\sigma}\right)}{\sigma}\right) & ; a_j(\mathbf{R}) \leq I < b_j(\mathbf{R}) \\ Q_1\left(\frac{A_{\mathbf{R}}}{\sigma}, \frac{f_{1\mathbf{R}j}^{-1}\left(\frac{I - K_{2j}(\mathbf{R})}{\sigma}\right)}{\sigma}\right) & ; b_j(\mathbf{R}) \leq I < c_j(\mathbf{R}) \\ 1 & ; c_j(\mathbf{R}) \leq I \end{cases} \quad (16)$$

onde,  $Q_1(\cdot, \cdot)$  é a função *Marcum-Q* generalizada, sendo  $a_j(\mathbf{R}) = G_{2\mathbf{R}j}K_{1j}(\mathbf{R}) + K_{2j}(\mathbf{R})$ ,  $b_j(\mathbf{R}) = G_{1\mathbf{R}j}K_{1j}(\mathbf{R}) + K_{2j}(\mathbf{R})$ , e  $c_j(\mathbf{R}) = f_{1\mathbf{R}j}(0)K_{1j}(\mathbf{R}) + K_{2j}(\mathbf{R})$ .

Os resultados em (9) e (16) foram utilizados em [1] na determinação do comportamento estatístico da densidade de potência interferente produzida por terminais VSAT/ MF-TDMA geograficamente distribuídos ao longo de toda a área de serviço, como um único processo pontual de Poisson homogêneo bi-dimensional (situação em que a área de serviço possui um único tipo de distribuição de terminais). Situações mais complexas nas quais uma área de serviço pode apresentar diferentes tipos de distribuição de terminais são analisadas na seção a seguir.

#### A. Consideração de regiões contendo diferentes características de distribuição de terminais.

Nesta seção, considera-se que a distribuição dos terminais VSAT tem características diferentes em diferentes regiões da área de serviço. Assim, processos pontuais distintos podem ser utilizados na caracterização das posições geográficas dos terminais VSAT em cada uma destas regiões. Estas regiões são aqui representadas por  $\{\mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_M\}$ .

O teorema da probabilidade total permite escrever a função densidade de probabilidade da posição geográfica dos terminais VSAT em função das funções densidade de probabilidade condicionais que modelam a distribuição de terminais VSAT em cada uma das regiões  $\{\mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_M\}$ , ou seja,

$$p_{\mathbf{R}}(\mathbf{R}) = \sum_{m=1}^M P(\mathbf{r} \in \mathcal{R}_m) p_{\mathbf{r}|\mathbf{r} \in \mathcal{R}_m}(\mathbf{R}). \quad (17)$$

Neste caso, (9) se escreve

$$F_i(I) = \sum_{m=1}^M P(\mathbf{r} \in \mathcal{R}_m) \int_{\mathcal{R}_m} p_{\mathbf{r}|\mathbf{r} \in \mathcal{R}_m}(\mathbf{R}) \sum_{j=1}^{N_{\mathbf{R}}} P_{j\mathbf{R}} H_{\mathbf{R}j}(I) d\mathbf{R} \quad (18)$$

Considera-se, neste trabalho, que a função densidade de probabilidade condicional da densidade de *e.i.r.p.*, dada por (7), é a mesma para todas as posições  $\mathbf{R}$  de uma mesma região. Neste caso, para  $\mathbf{R} \in \mathcal{R}_m$  tem-se  $N_{\mathbf{R}} = N_m$ ,  $P_{j\mathbf{R}} = P_{jm}$  e  $E_{j\mathbf{R}} = E_{jm}$  e, conseqüentemente, (18) pode ser reescrita como

$$F_i(I) = \sum_{m=1}^M P(\mathbf{r} \in \mathcal{R}_m) \sum_{j=1}^{N_m} P_{jm} \int_{\mathcal{R}_m} p_{\mathbf{r}|\mathbf{r} \in \mathcal{R}_m}(\mathbf{R}) H_{\mathbf{R}j}(I) d\mathbf{R}. \quad (19)$$

Considera-se ainda que o conjunto de diagramas de radiação  $\{g'_{1\mathbf{R}j}(\theta), j = 1, \dots, N_{\mathbf{R}}\}$  é o mesmo para todas as posições  $\mathbf{R}$  de uma mesma região, ou seja,

$$g'_{1\mathbf{R}j}(\theta) = g'_{1jm}(\theta) \quad , \quad j = 1, \dots, N_m \quad (20)$$

Neste caso, considerando-se (14), tem-se, para  $\mathbf{R} \in \mathcal{R}_m$ , que  $f_{1\mathbf{R}j}(\theta) = f_{1jm}(\theta)$ ,  $f_{2\mathbf{R}j}(\theta) = f_{2jm}(\theta)$ ,  $G_{1\mathbf{R}j} = G_{1jm}$ ,  $G_{2\mathbf{R}j} = G_{2jm}$ ,  $\Theta_{1\mathbf{R}j} = \Theta_{1jm}$ ,  $\Theta_{2\mathbf{R}j} = \Theta_{2jm}$ , e  $\Theta_{3\mathbf{R}j} = \Theta_{3jm}$ . Além disso, para  $\mathbf{R} \in \mathcal{R}_m$ , os parâmetros  $K_{1j}(\mathbf{R})$  e  $K_{2j}(\mathbf{R})$ , definidos em (12) e (13), são escritos como

$$K_{1jm}(\mathbf{R}) = \frac{E_{jm} g_2(\rho_{\mathbf{R}})}{g'_{1jm}(0) l''_{u\mathbf{R}}} \gamma \quad (21)$$

e

$$K_{2jm}(\mathbf{R}) = \frac{E_{jm} g_2'(\alpha_{\mathbf{R}})}{l''_{u\mathbf{R}}} \gamma'. \quad (22)$$

Finalmente a função  $H_{\mathbf{R}j}(I)$ , que em (16) é válida para qualquer ponto  $\mathbf{R}$  da área de serviço, se desdobra em  $M$  funções  $H_{\mathbf{R}jm}(I)$ ,  $m = 1, \dots, M$ , correspondentes a cada uma das regiões consideradas. Obtém-se assim,

$$H_{\mathbf{R}jm}(I) = \begin{cases} 0 & ; I < a_{jm}(\mathbf{R}) \\ Q_1\left(\frac{A_{\mathbf{R}}}{\sigma}, \frac{f_{2jm}^{-1}\left(\frac{I - K_{2jm}(\mathbf{R})}{K_{1jm}(\mathbf{R})}\right)}{\sigma}\right) & ; a_{jm}(\mathbf{R}) \leq I < b_{jm}(\mathbf{R}) \\ Q_1\left(\frac{A_{\mathbf{R}}}{\sigma}, \frac{f_{1jm}^{-1}\left(\frac{I - K_{2jm}(\mathbf{R})}{K_{1jm}(\mathbf{R})}\right)}{\sigma}\right) & ; b_{jm}(\mathbf{R}) \leq I < c_{jm}(\mathbf{R}) \\ 1 & ; c_{jm}(\mathbf{R}) \leq I \end{cases} \quad (23)$$

sendo  $a_{jm}(\mathbf{R}) = G_{2jm}K_{1jm}(\mathbf{R}) + K_{2jm}(\mathbf{R})$ ,  $b_{jm}(\mathbf{R}) = G_{1jm}K_{1jm}(\mathbf{R}) + K_{2jm}(\mathbf{R})$ ,  $c_{jm}(\mathbf{R}) = f_{1jm}(0)K_{1jm}(\mathbf{R}) + K_{2jm}(\mathbf{R})$ .

Com estas considerações, a função distribuição de probabilidade da densidade de potência interferente em (19), se escreve

$$F_i(I) = \sum_{m=1}^M P(\mathbf{r} \in \mathcal{R}_m) \sum_{j=1}^{N_m} P_{jm} \int_{\mathcal{R}_m} p_{\mathbf{r}|\mathbf{r} \in \mathcal{R}_m}(\mathbf{R}) H_{\mathbf{R}jm}(I) d\mathbf{R} \quad (24)$$

### III. CONSIDERAÇÕES E PARÂMETROS DO MODELO

#### A. Considerações específicas para a identificação de regiões.

O cenário abordado considera dois exemplos de rede interferente VSAT MF-TDMA servindo o território brasileiro, operando na faixa de 11-14 GHz (Banda Ku). A identificação de regiões no território brasileiro foi feita baseada em dois elementos: a distribuição demográfica [4], e a distribuição da taxa de precipitação pluvial ao longo do território brasileiro [6]. Ela foi feita de modo que, em cada uma das regiões, a densidade demográfica é aproximadamente uniforme (ou com distribuição uniforme de *clusters*) e, ao mesmo tempo, a variação nas características de precipitação são pequenas. Este critério resultou na identificação das seis regiões ( $M = 6$ ) ilustradas na Figura 2.

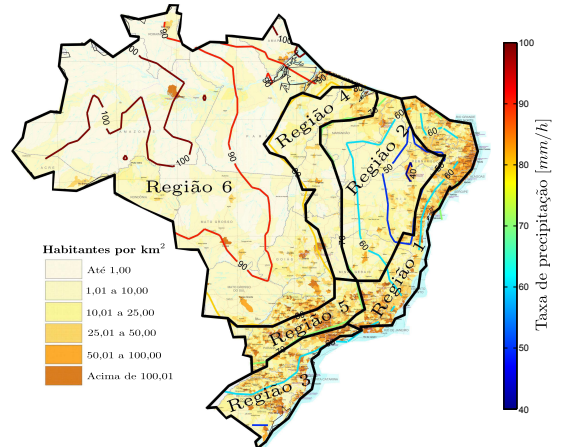


Fig. 2. Taxa de precipitação pluvial [mm/h] e Densidade demográfica [Habitantes por km<sup>2</sup>] do Brasil.

### B. Atenuação por chuva, tamanho de antenas e densidade e.i.r.p. associada por região.

Os cálculos usuais de enlace para redes VSAT/TDMA operando na Banda Ku, indicam que, usualmente, antenas com diâmetros iguais a 0,96 m, 1,20 e 1,80 são respectivamente utilizadas em terminais VSAT localizados em regiões onde as taxas de precipitação variam nos intervalos [40,60], [60,80] e [80,100] mm/h. Observando-se as taxas de precipitação nas regiões identificadas (ver Figura 2), considerou-se que antenas de 0,96 m são utilizadas em terminais de  $\mathcal{R}_1$ , antenas de 0,96 e 1,20 m são utilizadas em terminais de  $\mathcal{R}_2$  e  $\mathcal{R}_3$ , antenas de 1,20 e 1,80 m são utilizadas em terminais de  $\mathcal{R}_4$  e  $\mathcal{R}_5$  e antenas de 1,80 m são utilizadas em terminais de  $\mathcal{R}_6$ . Além disso, foi considerado que, em cada região, antenas com diferentes diâmetros têm a mesma probabilidade de ser utilizada, ou seja,

$$P_{jm} = \frac{1}{N_m}, \quad j = 1, \dots, N_m \quad (25)$$

Considerou-se ainda que os terminais VSAT transmitem a máxima densidade de e.i.r.p. permitida pela Recomendação ITU-R S.728 [7], resultando nos valores de -3,42, -1,11 e 3,29 [dB(W/Hz)] para antenas de 0,96, 1,20 e 1,80 metros, respectivamente.

### C. Distribuição de terminais VSAT/MF-TDMA

As posições geográficas dos terminais em cada uma das regiões consideradas foram modeladas por um Processo Pontual de Poisson (*Poisson Point Process* - PPP) homogêneo. Considerando-se o número total de terminais da rede  $\mathcal{N}_T$  (dado conhecido que depende do tamanho da rede), o número de terminais em cada região  $\{\mathcal{N}_m, m = 1, \dots, M\}$  foi determinado como sendo proporcional à população da região, ou seja,

$$\mathcal{N}_m = \frac{\mathcal{P}_m}{\sum_{m=1}^M \mathcal{P}_m} \mathcal{N}_T \quad ; \quad m = 1, \dots, M \quad (26)$$

onde  $\mathcal{P}_m$  denota a população da região  $\mathcal{R}_m$ . A densidade de terminais em cada região  $\{\lambda_m, m = 1, \dots, M\}$  foi calculada dividindo-se o número de terminais na região por sua área, ou seja,

$$\lambda_m = \frac{\mathcal{N}_m}{\mathcal{A}_m} \quad ; \quad m = 1, \dots, M \quad (27)$$

onde  $\mathcal{A}_m$  denota a área (extensão territorial) da região  $\mathcal{R}_m$ . Os dados relativos a  $\mathcal{P}_m$  e  $\mathcal{A}_m$  foram obtidos em [5].

A determinação da função distribuição de probabilidade da densidade de potência interferente, dada por (24), depende da probabilidade  $P(\mathbf{r} \in \mathcal{R}_m)$  de um determinado terminal VSAT estar na região  $\mathcal{R}_m$ , para  $m = 1, \dots, M$ . Estas probabilidades foram estimadas como a razão entre o número de terminais da rede em cada uma das regiões e o número total de terminais, ou seja,

$$P(\mathbf{r} \in \mathcal{R}_m) = \frac{\mathcal{N}_m}{\mathcal{N}_T} \quad ; \quad m = 1, \dots, M \quad (28)$$

### D. Posições orbitais e diagrama das antenas

No cenário avaliado neste trabalho, o satélite interferente  $S'$  está localizado na posição orbital 65,0°W, e o satélite vítima na posição orbital 62,0°W (separação orbital  $\Delta = 3^\circ$ ). Além disso, considerou-se que a estação terrena vítima  $R$  opera com uma antena receptora de alto ganho, ou seja, o ganho  $g_4(0)$  na direção do satélite  $S$  é muito maior do que o ganho  $g_4(\xi)$  na direção da rede do satélite interferente  $S'$ , sendo então razoável supor que o ganho  $\gamma$  associado com o satélite  $S$  é muito maior do que  $\gamma'$  associado com o satélite  $S'$ . Sob esta hipótese, a densidade de potência interferente  $i_u(\mathbf{r})$  é dominante, o que nos permite desprezar os efeitos da interferência  $i_d(\mathbf{r})$  em (3), ou seja,  $i(\mathbf{r}) \approx i_u(\mathbf{r})$ .

Para a antena receptora  $g_2(\cdot)$  do satélite vítima considerou-se, um feixe circular cobrindo todo o território brasileiro e apontado para a posição (54,9°W,11,7°S) com diagrama de radiação correspondente à Recomendação ITU-R S.672 [8] com parâmetros ( $\psi_0 = 3^\circ$ ,  $a = 3.16$ ,  $b = 6.32$  e  $L_s = -30$  dBi). Para as antenas transmissoras  $g'_{1r}(\cdot)$  dos terminais VSAT utilizou-se o diagrama de radiação da Recomendação ITU-R F.1245-1 [9]. Os erros de apontamento (azimuth  $\phi_a$  e elevação  $\phi_e$ ) das antenas dos terminais VSAT, foram modelados por variáveis aleatórias gaussianas com médias nulas e desvio padrão  $\sigma = \sqrt{0,2}$ .

## IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

Os resultados obtidos são apresentados em termos da densidade de potência interferente normalizada  $i_n = i/I_{ref}$ , sendo o valor de referência  $I_{ref}$  definido por

$$I_{ref} = \max_j I_{refj} \quad (29)$$

onde  $I_{refj}$  é o valor da densidade de potência interferente afetando o enlace vítima quando um terminal interferente VSAT, utilizando uma antena transmissora de diâmetro  $d_j$ , é colocado na posição geográfica da área de serviço do sistema VSAT que corresponde ao maior ganho da antena receptora do satélite vítima (posição mais desfavorável), e os erros de apontamento em azimuth e elevação ( $\phi_a$  e  $\phi_e$ ) são iguais a zero.

É possível mostrar que a função distribuição de probabilidade  $F_{i_{n_{dB}}}(\cdot)$  da variável aleatória  $i_{n_{dB}} = 10 \log i_n$  se escreve

$$F_{i_{n_{dB}}}(\alpha) = P(i_{n_{dB}} \leq \alpha) = F_i \left( 10^{\frac{\alpha + I_{ref_{dB}}}{10}} \right) \quad (30)$$

com  $F_i(\cdot)$  dado por (24) e  $I_{ref_{dB}} = 10 \log(I_{ref})$ .

Os resultados obtidos com o modelo proposto são comparados aos obtidos a partir de dados reais fornecidos por a operadora de satélites *Embratel Star One*. São apresentados dois exemplos de redes interferentes VSAT/MF-TDMA servindo o território brasileiro: uma contendo 211 terminais ( $\mathcal{N}_T = 211$ ) e a outra com 78 terminais ( $\mathcal{N}_T = 78$ ), valores estes escolhidos de modo a possibilitar a comparação dos resultados obtidos a partir de dados reais.

O comportamento estatístico da variável aleatória  $i_{n_{dB}}$ , foi obtido a partir de (24) e (23). Na Tabela I são apresentados os valores dos parâmetros utilizados nos dois exemplos.

TABELA I

Exemplo 1	$\mathcal{R}_1$	$\mathcal{R}_2$	$\mathcal{R}_3$	$\mathcal{R}_4$	$\mathcal{R}_5$	$\mathcal{R}_6$
$\mathcal{N}_m$ [terminais]	84	7	65	9	10	36
$\lambda_m$ [terminais/ $10^5\text{km}^2$ ]	11,27	0,581	13,38	1,248	2,917	0,705
$P(\mathbf{r} \in \mathcal{R}_m)$	0,398	0,033	0,308	0,043	0,047	0,171

Exemplo 2	$\mathcal{R}_1$	$\mathcal{R}_2$	$\mathcal{R}_3$	$\mathcal{R}_4$	$\mathcal{R}_5$	$\mathcal{R}_6$
$\mathcal{N}_m$ [terminais]	31	3	24	3	4	13
$\lambda_m$ [terminais/ $10^5\text{km}^2$ ]	4,167	0,215	4,946	0,461	1,078	0,261
$P(\mathbf{r} \in \mathcal{R}_m)$	0,397	0,038	0,308	0,038	0,051	0,167

Os resultados obtidos, com o modelo proposto, para o comportamento estatístico da densidade de potência interferente normalizada  $i_{n_{\text{dB}}}$  devida a todos os terminais da rede VSAT são apresentados nas Figuras 3 e 4 para os exemplos 1 (Rede 1 - 211 terminais) e 2 (Rede 2 - 78 terminais), respectivamente (linha cheia). A título de comparação, estas figuras incluem também estimativas obtidas diretamente de dados reais fornecidos pela operadora de satélites *Embratel Star One*, para quatro diferentes conjuntos de valores de erro de apontamento de antenas escolhidos aleatoriamente (pontos coloridos ligados por linhas). Observe que, conforme

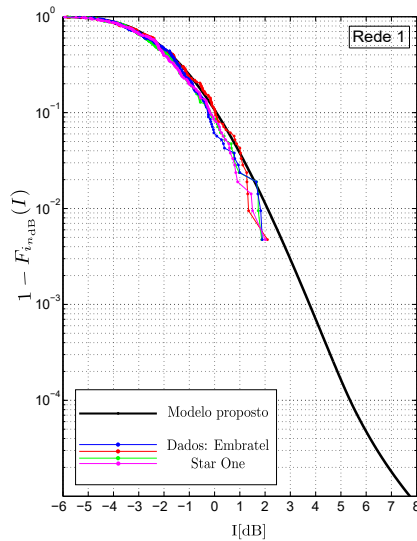


Fig. 3. Função distribuição de probabilidade complementar correspondente à Rede 1, com 211 terminais VSAT, com  $R_{ref}$  ( $54, 90^\circ\text{W}, 9, 70^\circ\text{S}$ ).

esperado, por utilizar num modelo analítico na caracterização do comportamento estatístico do ângulo  $\theta_r$ , o modelo proposto é capaz de fornecer valores da a função distribuição de probabilidade complementar de  $i_{n_{\text{dB}}}$  mesmo para valores bastante ínfimos de  $P(i_{n_{\text{dB}}} > I)$  (na figura estas probabilidade estão limitadas inferiormente por  $10^{-5}$ ).

## V. CONCLUSÕES

O modelo proposto foi aplicado a dois exemplos, num cenário envolvendo uma rede VSAT MF-TDMA com área de serviço abrangendo todo o território brasileiro, o que reflete uma situação envolvendo diferentes tipos de distribuição de terminais. Em cada exemplo, foi determinado o comportamento estatístico da densidade de potência interferente

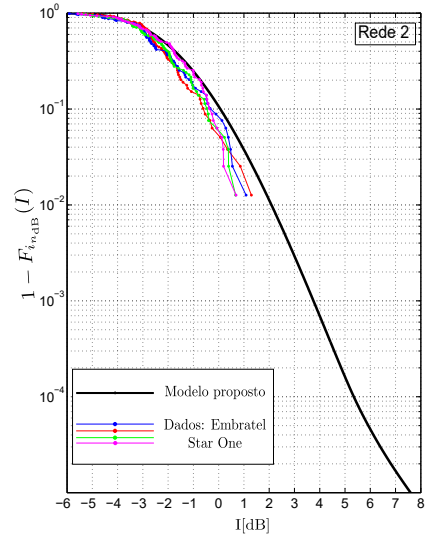


Fig. 4. Função distribuição de probabilidade complementar correspondente à Rede 2, com 78 terminais VSAT, com  $R_{ref}$  ( $54, 90^\circ\text{W}, 9, 70^\circ\text{S}$ ).

afetando um enlace de um satélite vizinho. Os resultados obtidos em ambos os exemplos estão bem próximos daqueles obtidos a partir de dados reais, para as duas redes consideradas (diferença de aproximadamente 0,5 dB), indicando que o modelo proposto, que utiliza apenas no número total de terminais da rede e as distribuições de demográfica e de taxa de chuvas da área de serviço tem um bom desempenho na determinação do comportamento estatístico da densidade de potência interferente.

## REFERÊNCIAS

- [1] A. Rubin, J. M. Fortes, *Statistical behaviour of the interference produced by MF TDMA VSAT networks*, Fourth Conference of Computational Interdisciplinary Science (CCIS 2016), São Jose dos Campos-SP, Novembro 2016.
- [2] *Methodology to estimate the sensitivity of GSO FSS interference levels to the geographical location of earth stations communicating with satellites in the fixed-satellite service in the 14 GHz and 29.5-30 GHz frequency bands*, Annex 21, Doc. 4A/591-E, ITU-R Radiocommunication Study Groups, Geneva, July 2014.
- [3] A. Rubin, *Modelagem Matemática da Interferência Produzida por Redes VSAT/MF-TDMA*, Tese Doutorado, Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro, Abril 2017.
- [4] *Mapas Temáticos: densidade demográfica do Brasil*, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, <http://mapas.ibge.gov.br/tematicos/demografia>, 2010.
- [5] *Estimativas populacionais para os municípios e para as Unidades da Federação brasileiros - julho de 2015*, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, <http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/estimativa2015/default.shtm>, 2015.
- [6] *Characteristics of precipitation for propagation modelling*, Recommendation ITU-R P.837-6, Geneva, 2012.
- [7] *Maximum permissible levels of off-axis e.i.r.p. density from very small aperture terminals (VSAT's)*, Recommendation ITU-R S.728-1, Geneva, 2006.
- [8] *Satellite antenna radiation pattern for use as a design objective in the fixed-satellite service employing geostationary satellites*, Recommendation ITU-R S.672-4, Geneva, 1997.
- [9] *Mathematical model of average and related radiation patterns for line-of-sight point-to-point fixed wireless system antennas for use in certain coordination studies and interference assessment in the frequency range from 1 GHz to about 70 GHz*, Recommendation ITU-R F.1245-2, Geneva, 2012.