

Filtro Adaptativo de Projeção Afim em Subbandas

Mariane R. Petraglia, Diego B. Haddad e Elias L. Marques

Resumo— Estruturas em subbandas são adequadas para melhorar as propriedades de convergência de algoritmos de filtragem adaptativa, especialmente para sinais de entrada coloridos. Este artigo propõe uma nova estrutura em subbandas com subfiltros esparsos para o algoritmo adaptativo de projeções afins, o qual emprega o princípio da perturbação mínima com otimização de múltiplas restrições. Apresentamos também o novo algoritmo com determinação automática de sua ordem de projeção por um método evolutivo. O método evolutivo pode aumentar ou diminuir o número de projeções através da comparação do erro de saída com limiares. Resultados de simulações mostram que os algoritmos propostos apresentam desempenho próximo ao do algoritmo APA em termos de taxa de convergência e menor desvio quadrático médio normalizado (NMSD) dos coeficientes em regime permanente.

Palavras-Chave— Filtragem Adaptativa, estruturas em subbandas, processamento em multitaxas, algoritmo de projeção afim.

Abstract— Subband structures are suitable for improving the convergence properties of adaptive filtering algorithms, especially for colored input signals. This article proposes a new structure in subband with subfilters sparse for the affines projections adaptive algorithm, which employs the principle of minimal disturbance with multiple constraints optimization. We also present a new algorithm with automatic determination of your projection order by an evolutionary method. The evolute method increases or decreases the number of projections through the comparison of the error to a threshold. Simulation results show that the proposed algorithms have performance close to APA algorithm in terms of convergence rate and lower normalized root mean square deviation (NMSD) coefficients in steady state..

Keywords— Adaptive filtering, subbands structures, multirate processing, affine projection algorithm (APA).

I. INTRODUÇÃO

Filtros adaptativos têm sido utilizados numa variedade de aplicações, tais como equalização de canal e cancelamento de eco acústico. O algoritmo adaptativo mais popular é o *Normalized Least-Mean-Square* (NLMS), devido a sua baixa complexidade computacional e desempenho robusto. No entanto, o NLMS apresenta uma convergência lenta com sinais de entrada coloridos, uma vez que vetores de entrada consecutivos são quase paralelos, implicando pequenas melhorias nos coeficientes ao longo de várias iterações [2]. O algoritmo de projeção afim (APA - *Affine Projection Algorithm*) foi proposto para contornar este problema [3]. Ele executa a atualização dos coeficientes adaptativos baseado em múltiplos vetores de entrada. O filtro adaptativo normalizado em subbandas (NSAF) também foi introduzido com o objetivo de acelerar a

convergência do algoritmo NLMS [5]. Ele emprega vetores de entrada em múltiplas subbandas para atualizar os coeficientes dos filtros em banda cheia. Outros algoritmos adaptativos em subbandas têm sido propostos com o benefício adicional da redução da complexidade computacional [6].

Este artigo apresenta um novo algoritmo adaptativo em subbandas, denominado APSAF (*Affine Projection Subband Adaptive Filter*), que é derivado da estrutura proposta em [1] usando a abordagem otimizada das projeções afins. Os subfiltros são esparsos e responsáveis tanto por identificar o sistema desconhecido quanto por reconstruir o sinal de saída. O APSAF emprega o princípio da perturbação mínima dos coeficientes adaptativos e o cancelamento de um número selecionado das mais recentes amostras dos erros *a posteriori* nas subbandas decimados, de sorte a promover a adaptação em uma taxa inferior à do sinal de entrada. Diferentemente do APA em subbandas de [7] e [9], o APSAF emprega uma abordagem de subbandas na qual o erro global e todos os coeficientes adaptativos são simultaneamente considerados na função custo de otimização. É proposto também um novo algoritmo adaptativo em subbandas utilizando variação automática do número de projeções, que denominamos de E-APSAF (*Evolute Affine Projection Subband Adaptive Filter*).

II. APA EM SUBBANDAS COM FILTROS ESPARSOS

A estrutura proposta deriva da estrutura em malha fechada [10] mostrada na Fig. 1, que utiliza um banco de filtros de análise $\{H_i(z)\}$, seguido por banco de filtros esparsos $\{G_i(z^M)\}$, para $i = 0, 1, \dots, M - 1$. Os bancos de filtros e o número de coeficientes de cada subfiltro são escolhidos de sorte a garantir a propriedade da reconstrução perfeita de qualquer sistema com resposta ao impulso finita (FIR). A função de transferência de banda cheia pode ser expressa como $H(z) = \sum_{i=0}^{M-1} H_i(z)G_i(z^M)$. Para a identificação de um sistema FIR de comprimento N , o número de coeficientes de adaptação de cada subfiltro deve ser pelo menos¹ $D = (N + N_p)/M$, onde N_p é o comprimento dos filtros de análise $H_i(z)$ e M é o número de subbandas. Em vez de usar o erro global $e(n)$ como em [1], decompos o erro em subbandas, usando um banco de filtros de análise $H_i(z)$ paraunitário, o que garante a equivalência entre a soma dos erros quadráticos em cada subbanda e o erro quadrático em banda completa [14]. O propósito de tratarmos o erro em subbanda é de obtermos um incremento na taxa de convergência e melhoria no desajuste em regime permanente, por contemplarmos as peculiaridades de cada subbanda. Assumindo que os subfiltros adaptativos variam lentamente, podemos mover estes filtros para o lado esquerdo de $G_i(z)$, como mostra a Fig. 2.

Mariane R. Petraglia, Diego B. Haddad e Elias L. Marques, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós Graduação e Pesquisa de Engenharia, Programa de Engenharia Elétrica - COPPE, UFRJ, e Coordenação de Telecomunicações, CEFET-RJ, Campus Nova Iguaçu, E-mails: mariane@pads.ufrj.br, diegohaddad@gmail.com e lawrence@inpi.gov.br.

¹Por simplicidade de notação, assumiu-se que $N + N_p$ é um múltiplo de M .

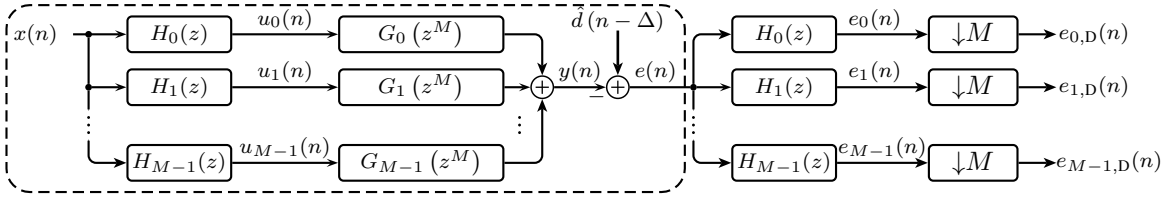


Fig. 1

ESTRUTURA EM SUBBANDAS COM SUBFILTROS ESPARSOS $G_i(z^M)$ E FILTROS DE ANÁLISE $\{H_i(z)\}$, $i = 0, 1, \dots, M - 1$. UMA ADAPTAÇÃO DA ESTRUTURA ORIGINAL [1] É INDICADA PELO QUADRO TRACEJADO. A DECOMPOSIÇÃO DO SINAL DE ERRO $e(n)$ PELOS FILTROS $H_i(z)$ É O PRIMEIRO PASSO PARA A OBTENÇÃO DO ALGORITMO PROPOSTO.

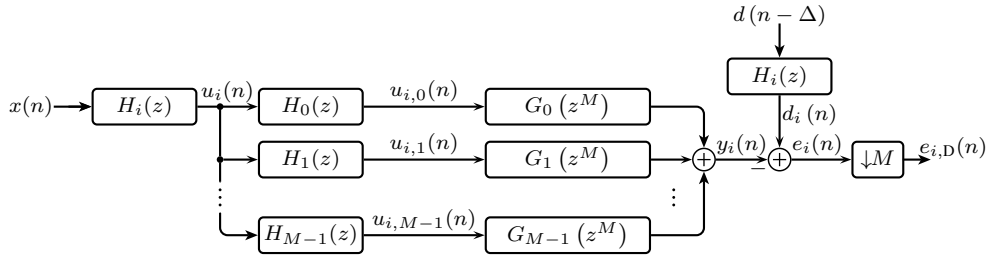


Fig. 2

i -ÉSIMO RAMO DA ESTRUTURA PROPOSTA.

Para esta estrutura, assumimos que a taxa de amostragem dos sinais na subbandas seja crítica, isto é, o número de subbandas é igual ao fator de amostragem. A fim de minimizar a complexidade computacional, as iterações são realizadas em uma taxa M vezes menor do que a taxa de amostragem do sinal de entrada, empregando uma função de custo dos erros de subbanda maximamente decimados $e_{i,D}(n)$. Definindo os vetores de entrada e dos coeficientes do i -ésimo subfiltro como

$$\mathbf{u}_{i,j}(n) \triangleq [u_{i,j}(n) \ u_{i,j}(n-M) \ \dots \ u_{i,j}(n-(D-1)M)]^T, \quad (1)$$

e

$$\mathbf{g}_i(n) = [g_i(0) \ g_i(1) \ \dots \ g_i(D-1)]^T, \quad (2)$$

respectivamente, pode-se escrever $y_i(nM) = \mathbf{u}_i^T(nM)\mathbf{g}(n)$, onde

$$\mathbf{u}_i(n) = [\mathbf{u}_{i,0}^T(n) \ \mathbf{u}_{i,1}^T(n) \ \dots \ \mathbf{u}_{i,M-1}^T(n)]^T, \quad (3)$$

e

$$\mathbf{g}(n) = [\mathbf{g}_0^T(n) \ \mathbf{g}_1^T(n) \ \dots \ \mathbf{g}_{M-1}^T(n)]^T. \quad (4)$$

Com base no princípio da perturbação mínima [11], podemos promover uma redução progressiva do erro da estrutura adaptativa por meio da anulação das K_i amostras dos erros *a posteriori* decimados da i -ésima subbanda:

$$\epsilon_{i,k}(nM) = \hat{d}_i(nN - kM) - \mathbf{u}_i^T(nM - kM)\mathbf{g}(n+1), \quad (5)$$

para $k = 0, 1, \dots, K_i - 1$.

Definamos a i -ésima matriz de entrada em subbandas (de dimensões $DM \times K_i$) como:

$$\mathbf{U}_i(n) = [\mathbf{u}_i(n) \ \mathbf{u}_i(n-1) \ \dots \ \mathbf{u}_i(n-K_i+1)] \quad (6)$$

e o i -ésimo vetor desejado (de dimensões $K_i \times 1$) nas subbandas:

$$\hat{\mathbf{d}}_i(n) = [\hat{d}_i(n) \ \hat{d}_i(n-1) \ \dots \ \hat{d}_i(n-K_i+1)]^T. \quad (7)$$

Para garantir uma redução progressiva dos erros da estrutura adaptativa, empregamos uma estratégia de otimização que anula os erros *a posteriori* em cada subbanda $e_{p,i}(nL) = d_i(nL) - \mathbf{u}_i^T(nL)\mathbf{g}(n+1)$, sob a égide do *princípio da mínima perturbação*. Assim, pretendemos resolver o seguinte problema:

$$\min \|\mathbf{g}(n+1) - \mathbf{g}(n)\|^2, \text{ sujeito a } d_i(nM) - \mathbf{u}_i^T(nM)\mathbf{g}(n+1) = 0, \quad (8)$$

para $i = 0, 1, \dots, M - 1$. Pelo uso dos multiplicadores de Lagrange, a otimização (8) pode ser reformulada como a minimização da função custo $J[\mathbf{g}(n+1)]$, definida como:

$$J[\mathbf{g}(n+1)] = \|\mathbf{g}(n+1) - \mathbf{g}(n)\|^2 + \boldsymbol{\lambda}^T [\hat{\mathbf{d}}(nM) - \mathbf{U}^T(nM)\mathbf{g}(n+1)], \quad (9)$$

onde $\boldsymbol{\lambda}$ é o vetor com multiplicadores de Lagrange,

$$\mathbf{U}(n) = [\mathbf{U}_0(n) \ \mathbf{U}_1(n) \ \dots \ \mathbf{U}_{M-1}(n)] \quad (10)$$

e

$$\hat{\mathbf{d}}(n) = [\hat{\mathbf{d}}_0^T(n) \ \hat{\mathbf{d}}_1^T(n) \ \dots \ \hat{\mathbf{d}}_{M-1}^T(n)]^T. \quad (11)$$

Zerando o gradiente de $J[\mathbf{g}(n+1)]$ em relação a $\mathbf{g}(n+1)$ e recorrendo à imposição de que os erros *a posteriori* nas subbandas sejam nulos para derivar $\boldsymbol{\lambda}$, obtém-se

$$\mathbf{g}(n+1) = \mathbf{g}(n) + \beta \mathbf{U}(nM) \overbrace{[\mathbf{U}^T(nM)\mathbf{U}(nM)]^{-1}}^{\triangleq \mathbf{u}(nM)} \mathbf{e}(nM), \quad (12)$$

onde $e(nM) = \hat{\mathbf{d}}(nM) - \mathbf{U}^T(nM)\mathbf{g}(n)$. A inserção do tamanho do passo β permite equilibrar a taxa de convergência e o desajuste no estado estacionário do algoritmo adaptativo [11].

Empregando filtros seletivos $H_i(z)$, de modo que as repostas de frequência de filtros não-adjacentes não se sobreponham, temos $u_{i,j}(n) \approx 0$ para $|i - j| > 1$, e as linhas da matriz $\mathbf{U}_i(nM)$ definida em (10) assumem a forma

$$\left[\mathbf{0}^T \mathbf{u}_{i,i-1}^T(nM-kM) \mathbf{u}_{i,i}^T(nM-kM) \mathbf{u}_{i,i+1}^T(nM-kM) \mathbf{0}^T \right]^T, \quad (13)$$

apresentando no máximo $3M$ elementos diferentes de zero. À semelhança do que é relatado em [5] e [12], pode ser demonstrado que as correlações cruzadas $\mathbf{u}_i^T(nM)\mathbf{u}_j(nM - kM)$ são desprezíveis para $i \neq j$. Portanto, temos $\mathbf{U}_i^T(nM)\mathbf{U}_j(nM) \approx \mathbf{0}$, para $i \neq j$, e podemos aplicar a aproximação

$$\mathbf{U}(nM) \approx \text{blk-diag} \{ \mathbf{U}_i(nM) \}, \quad (14)$$

onde o operador blk-diag $\{ \mathbf{U}_i(nM) \}$ mantém apenas os blocos diagonais (de dimensões $K_i \times K_i$) de $\mathbf{U}_i(nM) = \mathbf{U}_i^T(nM)\mathbf{U}_i(nM)$, zerando os demais elementos.

O algoritmo APSAF proposto é resumido na Tabela I, juntamente com o número de multiplicações requeridas para implementar cada um dos seus passos. Também é explicitado o cálculo do sinal de erro em banda cheia, que é exigido no cancelamento de eco acústico². A j -ésima linha $\left[\mathbf{f}_{0,j}^T \cdots \mathbf{f}_{N_p-1,j}^T \right]$ da matriz \mathbf{F} de dimensões $M \times N_p$ é formada pelos coeficientes da j -ésima componente polifásica dos filtros de síntese $F_i(z) = \sum_{n=0}^{N_p-1} f_i(n)z^{-n}$, sendo $\mathbf{f}_{i,j} = [f_i(j) \ f_i(j+M) \ \cdots \ f_i(j+(N_p/M-1))]^T$. Parâmetros de regularização δ_i foram empregados para evitar problemas numéricos. Em [16], uma expressão ótima para o parâmetro de regularização do APA, expressa por $\delta = M\sigma_u^2(1 + \sqrt{1 + \text{SNR}})/\text{SNR}$, foi obtida, onde $\text{SNR} = \sigma_d^2/\sigma_v^2(n)$, $\sigma_d^2 = E[d^2(n)]$ é a variância do sinal desejado e $\sigma_v^2 = E[v^2(n)]$ a variância do ruído de medição. A derivação apresentada em [16] pode ser facilmente estendida para o APSAF, resultando em

$$\delta_i = M\sigma_{x_i}^2 \left(1 + \sqrt{1 + \text{SNR}_i} \right) / \text{SNR}_i, \quad (15)$$

onde $\text{SNR}_i = \sigma_{d_i}^2/\sigma_{v_i}^2$, $\sigma_{d_i}^2 = E[d_i^2(n)]$ é a variância do sinal desejado e $\sigma_{v_i}^2 = E[v_i^2(n)]$ é a variância do ruído de medição na i -ésima subbanda. O emprego de parâmetros de regularização distintos, calculados usando a energia de entrada e a razão sinal-ruído em cada subbanda, pode ser vantajoso para as propriedades de convergência do algoritmo. As variâncias dos ruídos em subbandas podem ser estimadas *a priori*, ou obtidas recursivamente ou por meio de blocos [15].

III. COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

Uma vez que no APSAF os coeficientes são atualizados apenas a cada M amostras, a Tabela I mostra o número de multiplicações necessárias para implementar cada passo

²Para outras aplicações, a estimativa do sinal de referência é usualmente necessária, podendo ser obtida por meio de um procedimento similar.

TABELA I
ALGORITMO APSAF

Passos $n = 1, 2, \dots, N;$ $i = 0, 1, \dots, M-1$	Multiplicações M amostras de entrada
$\mathbf{u}_{i,i}(nM) = \mathbf{h}_{i,i}^T \mathbf{u}_{2N_p-1}(nM)$	$2N_p M$
$\mathbf{u}_{i,i+1}(nM) = \mathbf{h}_{i,i+1}^T \mathbf{u}_{2N_p-1}(nM)$	$2N_p M$
$\hat{\mathbf{d}}_i(nM) = \mathbf{h}_i^T \hat{\mathbf{d}}_P(nM)$	$N_p M$
$\mathbf{e}_i(nM) = \hat{\mathbf{d}}_i(nM) - \mathbf{U}_i^T(nM)\mathbf{g}(n)$	$3M \left(\sum_{i=0}^{M-1} K_i \right)$
$\mathbf{U}_i(nM) = \mathbf{U}_i^T(nM)\mathbf{U}_i(nM) + \delta_i \mathbf{I}$	$3 \left(\sum_{i=0}^{M-1} 2K_i \right)$
$\tilde{\mathbf{e}}_i(nM) = \beta \mathbf{U}_i^{-1}(nM)\mathbf{e}_i(nM)$	$\sum_{i=0}^{M-1} \mathcal{O}(K_i^3)$
$\mathbf{g}(n+1) = \mathbf{g}(n) + \mathbf{U}(nM)\tilde{\mathbf{e}}(nM)$	$3D \left(\sum_{i=0}^{M-1} K_i \right)$
$\mathbf{e}(nM-j) = \sum_{i=0}^{M-1} \mathbf{f}_{i,j}^T \mathbf{e}_i(nM)$	$N_p M$

onde

$\mathbf{h}_{i,j}$: $(2N_p - 1) \times 1$ vetor com coeficientes de $H_i(z)H_j(z)$

$\mathbf{u}_{2N_p-1}(nM) = [u(nM) \ u(nM-1) \ \cdots \ u(nM-2N_p+1)]^T$

\mathbf{h}_i : $(N_p - 1) \times 1$ vetor com coeficientes de $H_i(z)$

$\hat{\mathbf{d}}_{N_p}(nM) = [d(nM-D) \ d(nM-D-1) \ \cdots \ d(nM-D-N_p+1)]^T$

$\hat{\mathbf{d}}_i(n)$, $\mathbf{U}_i(nM)$, $\mathbf{U}(n)$: definido, respectivamente, em (10), (11), (12)

$\tilde{\mathbf{e}}(nM) = [\tilde{e}_0^T(nM) \ \tilde{e}_1^T(nM) \ \cdots \ \tilde{e}_{M-1}^T(nM)]^T$

$\mathbf{e}(nM) = [e(nM) \ e(nM-M) \ \cdots \ e(nM-N_p+1)]^T$

\mathbf{F} : matriz $M \times P$ formada pelos componentes polifásicos dos filtros de síntese $F_i(z)$

$\mathbf{e}_i(nM) = [e_i(nM) \ e_i((n-1)M) \ \cdots \ e_i((nM-N_p/M+1)N)]^T$

$\tilde{\mathbf{e}}(nM) = [\tilde{e}_0^T(nM) \ \tilde{e}_1^T(nM) \ \cdots \ \tilde{e}_{M-1}^T(nM)]^T$

para cada M amostras de entrada. A forma simplificada de $\mathbf{U}_i(n)$, foi empregada no cálculo de $\mathbf{e}_i(nM)$ e de $\mathbf{U}(nM)$, e a aproximação de diagonais em bloco de [18] foi empregada na equação de atualização. Como em [21], assume-se que $\mathbf{U}_i(n)$ é calculado recursivamente e que $\tilde{\mathbf{e}}(nM)$ é obtido pela solução direta do sistema linear de K_i equações.

A Tabela II apresenta o número de multiplicações por amostra de entrada exigido pelo APSAF, considerando que a mesma ordem de projeção K é empregada em todas as subbandas. Esta expressão foi obtida substituindo $D = (N + N_p)/M$ e $K_i = K$ nos termos da segunda coluna da Tabela I, adicionando-os, e dividindo o resultado por N . Para efeito de comparação, os números de multiplicações requeridas pelo APA, dados em [21], são também mostrados na Tabela II. Nas principais aplicações de algoritmos adaptativos em subbandas, tais como cancelamento de eco, $N \gg M$ e $N \gg N_p$. Quando K é suficientemente pequeno para que o primeiro termo de cada expressão da Tabela II seja muito maior do que os outros, a complexidade computacional do APA é cerca de $2KN$, enquanto que a do APSAF é de $6KN/M$. Portanto, o APSAF proposto reduz a complexidade computacional por um fator $M/3$. Quando K não é tão pequeno, os segundos termos, que são iguais para o APA e o APSAF, devem ser levados em consideração.

Com a introdução da filtragem recursiva, os primeiros termos das expressões da Tabela II são $(3K+1)(N+N_p)/M + K^2 + 2$ para o APSAF e $(K+1)N + K^2 + 2$ para o APA, resultando para $N \gg K$ uma redução de duas vezes no número de multiplicações para os três algoritmos.

TABELA II
 COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

Algoritmo	Multiplicações por amostra de entrada
APSAF	$6K(N + N_p)/M + \mathcal{O}(K^3) + 6N_p + 6K$
APA	$2KN + \mathcal{O}(K^3) + 3K$

IV. APSAF EVOLUTIVO (E-APSAF)

Conforme [17], [18], o número de vetores de entrada afeta a convergência do algoritmo APA, isto é, um K elevado garante uma maior taxa de convergência às custas da degradação do MSE em regime permanente. Por outro lado, para K pequeno, observa-se um MSE baixo em regime permanente, bem como uma taxa de convergência menor no transiente. Então, a fim de atingir uma maior taxa convergência e um menor MSE em estado estacionário, adotamos um K variável, ou seja, ajustamos a ordem de projeção ao longo da adaptação. Assim, no estágio inicial, usam-se muitos vetores de entrada para acelerar a convergência. À medida que se aproxima o regime permanente, adotamos poucos vetores de entrada, tendo em vista um erro estacionário pequeno.

Empregando um método que determina automaticamente o número de vetores de entrada de acordo com os estados do filtro adaptativo, tem-se

$$K(n) \triangleq f(e^2(n), K(n-1)) \quad (16)$$

onde $K(n)$ é o número de vetores de entrada usados na iteração n . A Eq. (16) implica que o número de novos vetores de entrada é determinado através do método evolutivo, o qual é função do erro médio quadrático e do número anterior de vetores de entrada. O método evolutivo proposto em [8] para algoritmo em banda cheia é dado por

$$K(n) = \begin{cases} \min(K(n-1) + 1, K_{\max}), & \text{se } \eta(n) < e^2(n) \\ K(n-1), & \text{se } \theta_n < e^2(n) \leq \eta(n) \\ \max(K(n-1) - 1, 1) & \text{se } e^2(n) \leq \theta(n) \end{cases} \quad (17)$$

onde $\eta(n)$ e $\theta(n)$ denotam os limiares superiores e inferiores do erro quadrático para se manter a ordem do APA inalterada na iteração n e K_{\max} é o limite superior para $K(n)$. Portanto, $K(n) \in \mathbb{N}$ satisfaz os limites $1 \leq K(n) \leq K_{\max}$.

Assumindo que o ruído é estatisticamente independente da matriz de regressão dos vetores de entrada $\mathbf{U}(n)$ e esta matriz de regressão é estatisticamente independente de $e(n)$ no estado estacionário, em [20] é demonstrado que o MSE do APA, em regime estacionário, converge para:

$$\text{MSE} = \frac{\beta\sigma_v^2}{2-\beta} \text{Tr}(\mathbf{R}_u) E \left[\frac{K(n)}{\|\mathbf{u}(n)\|^2} \right] + \sigma_v^2 \quad (18)$$

onde $\mathbf{R}_u = E[\mathbf{u}(n)^T \mathbf{u}(n)]$. Da Eq. (18), observa-se que o MSE é proporcional ao número de vetores de entrada utilizados na atualização dos coeficientes. Esse resultado pode ser usado para escolher o valor apropriado de K para melhorar o desempenho do APA. Uma vez que não é possível calcular o valor exato do MSE em (18), emprega-se a sua estimativa instantânea. Para D grande, $E[K(n)/\|\mathbf{u}(n)\|^2]$ pode ser

aproximado como [19]

$$E \left[\frac{K(n)}{\|\mathbf{u}(n)\|^2} \right] \approx \frac{K(n)}{E[\|\mathbf{u}(n)\|^2]} \quad (19)$$

Uma vez que $\text{Tr}(\mathbf{R}_u) = E[\|\mathbf{u}(n)\|^2]$, a Eq. (18) pode ser simplificada para

$$\text{MSE} \approx \frac{\beta\sigma_v^2 K(n)}{2-\beta} + \sigma_v^2 = \sigma_v^2 \frac{\beta(K(n)-1)+2}{2-\beta} \triangleq \varepsilon(K(n)) \quad (20)$$

Aplicando a Eq. (20) no algoritmo em subbandas proposto, assumindo-se que as correlações entre sinais em diferentes subbandas são desprezíveis, tem-se:

$$\text{MSE}_i = \sigma_{\nu_i}^2 \frac{\beta(K_i(n)-1)+2}{2-\beta} \triangleq \varepsilon(K_i(n)) \quad (21)$$

Pela Eq. (21) pode-se dizer que o MSE relativo à i -ésima subbanda, cuja ordem de projeção é $K_i(n)$, convergirá para $\varepsilon(K_i(n))$ no estado estacionário. De (17) conclui-se que se $e_i^2(n)$ for menor que $\varepsilon(K_i(n-1))$, $K_i(n)$ devemos decrementar $K_i(n-1)$, para obter um menor erro no estado estacionário. Por outro lado, quando $e_i^2(n)$ for maior que $\varepsilon(K_i(n-1))$, $K_i(n)$ deve ser $K_i(n-1)$ deve ser incrementado. A seguir, apresentamos os limiares a serem utilizados na Eq. (17) para a i -ésima subbanda:

$$\eta_i(n) = \varepsilon(K_i(n-1) + 1) = \sigma_{\nu_i}^2 \frac{\beta(K_i(n-1) + 1) + 2}{2-\beta} \quad (22)$$

e

$$\theta_i(n) = \varepsilon(K_i(n-1)) = \sigma_{\nu_i}^2 \frac{\beta(K_i(n-1) - 1) + 2}{2-\beta} \quad (23)$$

Portanto, incorporando-se as Eqs. (17), (22) e (23) ao algoritmo APSAF da Tabela I, obtém-se o algoritmo E-APSAF (APSAF evolutivo).

V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para verificar o desempenho dos algoritmos em subbandas propostos, uma comparação com os algoritmos em banda completa foi efetuada. Os resultados das simulações realizadas são apresentados nas Figs. 3 e 4. A Fig. 3 apresenta o resultado da simulação dos algoritmos APA e APSAF e a Fig. 4, o resultado da simulação dos algoritmos APA com Ordem Evolutiva (E-APA) [8] e o E-APSAF. Os desempenhos dos algoritmos são comparados através da evolução do desvio quadrático médio normalizado $\text{NMSD} = 10 \log_{10} \|\mathbf{g}(n)\|^2 / \|\mathbf{g}^o\|^2$, onde os vetores $\mathbf{g}(n)$ e \mathbf{g}^o contém, respectivamente, os coeficientes da função de transferência de banda completa e os coeficientes ótimos \mathbf{g}^o do sistema desconhecido. Nessa comparação foi considerado um problema de identificação de sistemas, cuja função de transferência é o modelo 4 de [22], com $N = 512$ e o sinal de entrada é gerado filtrando uma sequência de ruído branco e gaussiano, de média zero e variância unitária, por $F(z) = \frac{10,5z^{-1} + 0,81z^{-2}}{1 - 0,59z^{-1} - 10,4z^{-2}}$. Usamos o parâmetro de regularização $\delta = 10^{-6}$. Adicionamos a $d(n)$ um ruído branco e gaussiano $\nu(n)$, com variância $\sigma_v^2 = 10^{-3}$. O desvio quadrático médio (MSD) foi obtido a partir da média de 80 ensaios independentes. Os algoritmos apresentaram

convergências semelhantes, portanto, os algoritmos propostos obtiveram melhores resultados quanto ao desajuste em regime permanente. Além disso, o o APA demandou 38.472 multiplicações, enquanto APSAF, 23.568 multiplicações por amostra de entrada, obtendo uma redução aproximada de 40 por cento na complexidade computacional.

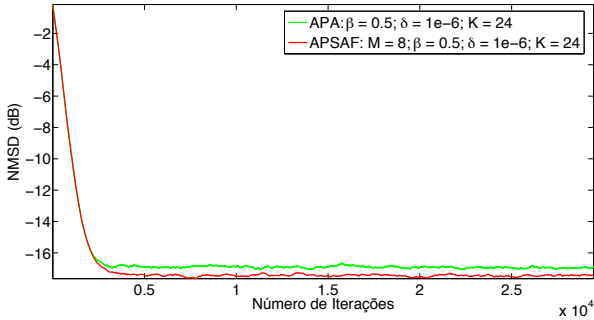


Fig. 3

EVOLUÇÃO DO NMSD PARA ALGORITMOS APA E APSAF.

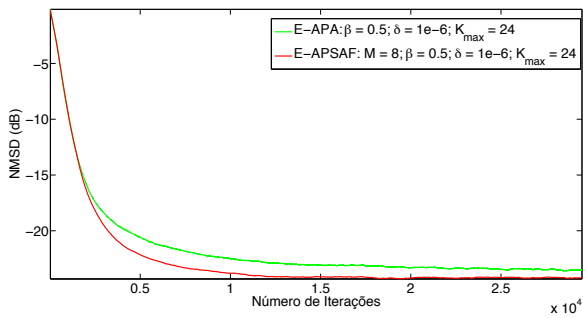


Fig. 4

EVOLUÇÃO DO NMSD PARA ALGORITMOS E-APA E E-APSAF.

VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho, um novo algoritmo de projeções afins em subbandas é proposto, o qual emprega subfiltros esparsos e uma configuração de erro em malha fechada. A equação de atualização foi derivada por meio de uma abordagem de minimização da perturbação do filtro adaptativo, acrescida de restrições de cancelamento dos erros *a posteriori* nas subbandas, empregando uma função que considera todos os coeficientes adaptativos e componentes de erro nas subbandas simultaneamente. Devido à atualização na menor taxa e à propriedade decorrelação dos sinais nas subbandas, significativa redução da complexidade computacional é obtida com o algoritmo proposto, quando comparado com o APA em banda completa.

REFERÊNCIAS

[1] M. R. Petraglia and S. K. Mitra, *Adaptive FIR filter structure based on the generalized subband decomposition of FIR filters*, IEEE Signal Processing Letters, v. 40, n. 6, pp 354-362, Jun. 1993,

[2] G. Sundar and A. A. Sankaran, *Normalized LMS Algorithm with Orthogonal Correction Factors*, IEEE Signal, Systems and Computers, v. 2, pp 1670-1673, Nov. 1997,

[3] K. Ozeki and T. Umeda, *An adaptive filtering algorithm using orthogonal projection to an affine subspace and its properties*, Electron. Commun. Jpn., v. 67-A, n. 5, pp 19-27, 1984,

[4] M. R. Petraglia, R. G. Alves and P. S. Diniz, *New structure for adaptive filtering in subbands with critical sampling*, IEEE Trans. Signal Process., v. 48, n. 12, pp 3316-3327, Dec. 2000,

[5] K. A. Lee and W. Ga, *Improving convergence of the NLMS algorithm using constrained subband updates*, IEEE Signal Process. Lett., v. 11, n. 9, pp 736-739, Sept. 2004,

[6] K. Lee, W. Gam and S. M. Kuo, *Subband Adaptive Filtering - Theory and Implementation*, Natick, MA, publisher John Wiley & Sons, edition 4, v. 1, 2009.

[7] J. D. Gordy and A. H. Goubran, *Fast system identification using affine projection and a critically sampled subband adaptive filter*, IEEE Trans. Inst. Measurement, v. 55, n. 4, pp 1242-1249, Aug. 2006,

[8] Seong-Eun Kim, Se-Jin Kong and Woo-Jin Song, *An Affine Projection Algorithm With Evolving Order*, IEEE Signal Processing Letters, v. 16, n. 11, pp 937-940, Nov. 2009,

[9] R. G. Alves and M. R. Petraglia and J. A. Apolinario Jr., *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementations*, IEEE Int. Symp. Circuits Syst., v. 3, pp 257-260, May 2004,

[10] P. S. R. Diniz, *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementations*, Boston, MA, edition 4, Springer, 2013,

[11] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, edition 3, Prentice-Hall, 2002,

[12] Y. G. Yang and N. I. Cho and S. U. Lee, *On the performance analysis and applications of subband adaptive digital filters*, Signal Processing, v. 41, pp 295-307, Feb. 1995,

[13] M. R. Petraglia and R. G. Alves, *New results on adaptive filtering using filter banks*, Circuits and Systems, IEEE International Symposium on, v. 4, pp 2321-2324, Jun. 1997,

[14] P. P. Vaidyanathan, *Multirate Systems and Filter Banks Englewood Cliffs*, New Jersey, Prentice-Hall, 1993,

[15] C. Paleologu and J. Benesty and S. Ciochina, *A variable step-size affine projection algorithm designed for acoustic echo cancellation*, IEEE Trans. Audio, Speech, Language Process, v. 16, n. 8, pp 1466-1478, Aug. 2008,

[16] C. Paleologu and J. Benesty and S. Ciochina, *Regularization of affine projection algorithm*, IEEE Trans. Circuits Syst. II: Express Briefs, v. 58, n. 6, pp 366-370, Jun. 2011

[17] S. G. Sankaran and A. A. (L). Beex, *Convergence behavior of affine projection algorithms*, IEEE Trans. Signal Process, v. 48, n. 4, pp 1086-1096, 2000,

[18] H. C. Shin and A. H. Sayed, *Mean-square performance of a family of affine projection algorithms*, IEEE Trans. Signal Process, v. 152, n. 1, pp 90-102, Jan. 2004,

[19] A. Tandon and M. N. S. Swamy and M. O. Ahmad, *Partial-update L_∞ -norm based algorithms*, IEEE Trans. Circuits and Systems I, v.54, n. 2, pp 411-419, Feb. 2007,

[20] H. C. Shin, A. H. Sayed and W. J. Song, *Variable step-size NLMS and affine projection algorithms*, IEEE Signal Processing Lett., v. 11, n. 2, pp 132-135, 2004,

[21] F. Yang and M. Wu and P. Ji and J. Yang, *An improved multiband-structured subband adaptive filter algorithm*, IEEE Signal Process. Lett., v.19, n. 10, pp 647-650, 2012,

[22] T. Q. Nguyen, *Digital networks echo cancellers - Recommendation G.168*, Tech. Rep. G.168, ITU, 2004,