# Nova Técnica de Centroide para Sensores de Frente de Onda com Ponto Elongado Usando *Grid Search*

Lucas Edson Lopes Vieira Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brazil lucasvieira@alunos.utfpr.edu.br Alexandre Tuoto Mello Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brazil ajmello@utfpr.edu.br Daniel Rodrigues Pipa Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brazil danielpipa@utfpr.edu.br

Resumo — Na nova geração de telescópios gigantes, com diâmetro superior a 24m, a Óptica Adaptativa tornou-se essencial para a observação científica astronômica. Sistemas de óptica adaptativa requerem uma estrela de referência para o devido funcionamento, comumente uma estrela artificial (estrela guia laser). A imagem desta estrela observada pelo sensor de frente onda é um ponto alongado com intensidade luminosa dependente da densidade do perfil de sódio. O processamento de dados do sensor de frente de onda com estrelas alongadas não é trivial, principalmente na presença de truncamento da imagem. Neste trabalho, propomos um método para determinação do centroide do ponto alongado utilizando *Grid Search*. Esse método além de ter performance semelhante a outros métodos propostos recentemente, apresenta a vantagem da determinação do centroide na presença de truncamento.

# Palavras chaves— Optica Adaptativa; Centroide; Grid Search;

Abstract— In the new generation of large telescopes, with over 24m in diameter, Adaptive Optics has become essential for scientific astronomical observation. Adaptive optics systems require a reference star to function properly, usually an artificial star (laser guide star). The image of this star, observed by the wavefront sensor, is an elongated spot which light intensity depends on the density of sodium profile. Data processing of the wavefront sensor with elongated stars is not trivial, especially in the presence of image truncation. In this work, it's proposed a centroiding technique for wavefront sensors with elongated spots using Grid Search. This method, in addition to performance similar to other methods recently proposed, has the advantage of determining the centroid in the presence of truncation.

# Keywords—Adaptative Optics; Centroiding; Grid Search

# I. INTRODUÇÃO

A astronomia está dominada pela vasta utilização de telescópios terrestres. Porém, a atmosfera, através das propriedades de absorção, dispersão e turbulência, limita a capacidade de utilização destes instrumentos para a observação científica.

A frente de onda da luz vinda de uma estrela é praticamente plana. Ao atravessar regiões turbulentas da atmosfera, partes da frente de onda passam por regiões com diferentes densidades, ocasionando a distorção na forma da frente de onda devido às diferenças nas velocidades de propagação de cada parte. Como a influência da turbulência é diferente a cada instante e são necessárias longas exposições para a observação astronômica, o resultado final é a soma dos efeitos das distorções e dos movimentos, ou seja, uma mancha. O efeito total das distorções causados à frente de onda da luz através das diferentes camadas da atmosfera é conhecido como 'seeing' [1].

Desta forma, percebe-se a necessidade de meios de correção da frente de onda distorcida para obtenção da resolução compatível com o tamanho do telescópio. A essência da óptica adaptativa é a capacidade de medir e corrigir a direção da frente de onda perturbada pela turbulência atmosférica [1].

## II. SISTEMAS DE ÓPTICA ADAPTATIVA

Sistemas de óptica adaptativa clássicos são constituídos da combinação de sensor de frente de onda (sensor) e espelho deformável (atuador) que operam em malha fechada. A figura 1 ilustra, de forma simplificada, este sistema.

As aberrações de alta frequência são corrigidas pela subtração por reflexão da frente de onda reproduzida pelo espelho deformável. Um divisor de feixe de luz divide a luz em duas partes: uma parte é direcionada para o sensor de frente de onda e outra para câmera científica. O sensor de frente de onda mede o erro residual na frente de onda e fornece informações para um computador que processa as deformações do espelho [2].



Figura 1 - Sistema de óptica adaptativa clássica

Como já mencionado, para a determinação da forma da frente de onda é necessário a utilização de sensores de frente de onda. O sensor mais utilizado em sistemas de óptica adaptativa é o sensor de frente de onda Shack–Hartmann, seu funcionamento depende de uma referência que é observada através de uma matriz de lentes. Cada subabertura desta matriz imageia a referência, que normalmente é uma estrela brilhante. Como o Shack-Hartmann é projetado considerando o diâmetro do espelho primário e a força da turbulência atmosférica, cada referência imageada está apenas deslocada e não distorcida. Sendo assim, a combinação das inclinações determinadas, em cada subabertura, gera a perturbação total causada pela turbulência atmosférica [5].

# III. ESTRELA GUIA LASER

Para o devido funcionamento do sistema de óptica adaptativa é necessário que a correção da frente de onda ocorra com tempo inferior a variação da atmosfera. A utilização de estrelas naturais como referência nos sensores de frente de onda é limitada pela necessidade de grande intensidade luminosa, considerando que seria necessária longa exposição em outras estrelas. Quando o campo de observação não possui uma estrela com esta característica, uma estrela artificial com grande intensidade luminosa é utilizada. Esta estrela é conhecida como Estrela Guia Laser (EGL) e é gerada através de um laser focado na camada de sódio presente na atmosfera terrestre. Devido a geometria óptica, a EGL quando imageada pelo Shack–Hartmann gera um ponto alongado e não mais um pequeno ponto, este efeito pode ser observado na figura 2.



Figura 2 - Ponto alongado observado no sensor de frente de onda

A imagem observada no Shack–Hartmann de uma EGL são pontos alongados e radialmente simétricos em relação ao centro da pupila. A alongação angular  $\theta$  pode ser aproximada por:

$$\theta \approx \frac{r\sigma_{na}}{h_0^2} \cos(z) \tag{1}$$

Com r sendo a distância da subabertura até o centro da pupila, espessura média da camada de sódio  $\sigma_{na} \approx 90$ Km e altitude  $h_0 \approx 10$ Km e z o ângulo de Zenith. Analisando (1) e admitindo limitações nas dimensões físicas da subabertura do Shack-Hartmann, é notável que a elongação angular do ponto pode assumir dimensões superiores ao tamanho da subabertura, gerando imagens com ponto alongado truncado.



Figura 3 - EGL imageada apenas deslocada da origem (esquerda) e EGL imageada deslocada da origem e truncada (direita)

#### IV. DETERMINAÇÃO DO CENTROIDE

Devido à natureza da camada de sódio, o perfil de sódio presente é variável no espaço e no tempo. Essa característica associada a elongação do ponto dificultam a determinação do deslocamento da referência imageada e, consequentemente, na determinação da perturbação da frente de onda.

O deslocamento é medido comparando a posição do centroide da referência imageada com a origem da subabertura. Porém, comparações simples entre centroide e origem não geram resultados satisfatórios, sendo necessárias técnicas mais complexas de determinação do centroide, nas quais o perfil da densidade de sódio é considerado no cálculo. O perfil de sódio é obtido através de medidas com equipamentos externos ao telescópio ou determinado através de métodos recursivos de reconstrução de imagem [6].

De acordo com a literatura, foram selecionados três métodos de determinação de centroide para comparação: Correlação [7], Matched Filter [5] e Grid Search, sendo o último proposto pelos autores deste trabalho. Os três métodos foram implementados e comparados considerando que o perfil da densidade de sódio e as características ópticas do telescópio eram conhecidos.

# V. GRID SEARCH

Em observações astronômicas, o número de fótons detectados pelos dispositivos de imageamento (Câmeras CCD) é reduzido. Desta forma, a intensidade medida em diferentes pontos da subabertura é representada por uma variável aleatória com distribuição de Poisson (*shot noise*). O método proposto foi implementado considerando essa característica estatística.

A abordagem para determinação do centroide foi baseada no modelo de observação da equação (2):

$$\boldsymbol{g} = \mathcal{PH}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})\boldsymbol{f} \tag{2}$$

Sendo **f** o perfil da densidade de sódio,  $\mathcal{P}$  a distribuição do ruído de Poisson com média e variância  $\lambda$ , **g** é a referência imageada pela subabertura,  $\mathcal{H}$  o operador que modela todas as transformações que ocorrem durante o processo de aquisição e x e y as coordenadas do centroide a serem determinados pelo método. Considerando a distribuição do ruído de Poisson, a

probabilidade de observação de g dado f é apresentada na equação (3)

$$p(\boldsymbol{g}|\boldsymbol{f}; x, y) = \prod_{i=1}^{p} \frac{[\mathcal{H}(x, y)f]_{i}^{[\boldsymbol{g}]_{i}}}{[\boldsymbol{g}]_{i}!} e^{-[\mathcal{H}(x, y)f]_{i}}$$
(3)

Onde  $[\cdot]_i$  representa o i-ésimo elemento de cada vetor e *P* é o número de pixels no sensor (incluindo todas as subaberturas). Podemos definir a função de máxima verossimilhança

$$\hat{x}, \hat{y} = \arg \max_{x, y} p(\boldsymbol{g} | \boldsymbol{f}; x, y)$$
(4)

A equação (4) é equivalente a minimização da função (minimazing the negative of log-likelihood function)

$$\hat{x}, \hat{y} = \arg\min_{x, y} -\log p(\boldsymbol{g}|\boldsymbol{f}; x, y)$$
(5)

Expandindo a minimização, obtemos a equação (6):

$$\hat{x}, \hat{y} = \arg\min_{\substack{x,y\\ y}} \sum_{i=1}^{M} ([\mathcal{H}(x, y)f]_i - [g]_i \log [\mathcal{H}(x, y)f]_i) + i_c(f) + const.$$
(6)

Onde  $i_c(f)$  representa a restrição não-negativa da solução e apresenta valor 0 para  $f \in \mathbb{R}_+$  e  $\infty$  caso contrário. Para solucionar a minimização, o método escolhido foi Grid Search. Este método baseia-se na varredura exaustiva dos parametros de interesse com passo pré determinado. A escolha do tamanho do passo implica diretamente no tempo de processamento, pois passos menores requerem mais iterações para a varredura completa da imagem. Com o objetivo de otimizar o tempo de execução do método, optou-se por um passo maior (um pixel) associado à interpolação do resultado (empiricamente, foi constatado que esta solução é valida devido a ausencia de variações abruptas na superficie resultante do processo de varredura).

## VI. RESULTADOS

Como o objetivo dos testes é comparar o desempenho na determinação do centroide, o perfil da camada de sódio e as características ópticas do telescópio eram idênticos para os três métodos. Os testes foram divididos em três etapas: deslocamentos em nível subpixel, deslocamentos superiores a unidade sem truncamento e deslocamento associado ao truncamento.

O primeiro teste realizado foi o desempenho dos métodos em relação à variação do nível de ruído de fóton. Para cada nível de ruído de fóton foram utilizadas 1000 imagens diferentes para o cálculo do erro médio. As imagens 4, 5 e 6 apresentam os resultados obtidos.



Figura 4 - Resultado do desempenho dos métodos em relação à variação do nível de fóton e deslocamentos inferiores à unidade. A curvas representam o erro médio presente em 1000 amostras de EGL observada pelo Shack-Hartmann.



Figura 5 - Resultado do desempenho dos métodos em relação à variação do nível de fóton e deslocamentos superiores a unidade e sem truncamento. A curvas representam o erro médio presente em 1000 amostras de EGL observada pelo Shack-Hartmann.



Figura 6 - Resultado do desempenho dos métodos em relação à variação do nível de fóton e deslocamentos superiores a unidade e truncadas. A curvas representam o erro médio presente em 1000 amostras de EGL observada pelo Shack-Hartmann.

Para o segundo teste foram utilizadas 1000 imagens diferentes fixadas ao nível de 100 fótons cada (valor característico em observações espaciais). As imagens 7, 8 e 9 apresentam os resultados obtidos em termos de distribuição do erro médio.



Figura 7 - Distribuição do erro médio presente em 1000 amostras de EGL observada pelo Shack-Hartmann com deslocamentos inferiores a unidade



Figura 8 - Distribuição do erro médio presente em 1000 amostras de EGL observada pelo Shack-Hartmann com deslocamentos superiores a unidade e sem truncamento



Figura 9 - Distribuição do erro médio presente em 1000 amostras de EGL observada pelo Shack-Hartmann com deslocamentos superiores a unidade e truncadas

O último teste realizado é o tempo de processamento. Neste teste foram utilizadas 1000 imagens diferentes fixadas ao nível de 100 fótons cada. A tabela 1 apresenta os resultados obtidos.

| nosti as de LGL observada pero Snack Hartmann |                        |
|---|------------------------|
| Método - Centroide                            | Tempo de execução [ms] |
| Correlação                                    | 1,061                  |
| Filtro casado ( <i>matched filter</i> )       | 19,761                 |

Tabela 1 - Resultado do tempo de execução testado em 2000 amostras de EGL observada pelo Shack-Hartmann

## CONCLUSÃO

15,927

Grid search

Neste trabalho foi proposto um método de determinação do centroide de EGL quando observados pelo Shack-Hartmann. Os testes foram realizados de forma a simular um sistema de óptica adaptativa implementado em telescópios gigantes terrestres e apresentou resultados superiores quando comparados aos outros dois métodos. Além disso, o método proposto apresentou robustez ao truncamento das EGL, podendo ser utilizado em sistemas que apresentam esta característica, característica essa que o diferencia dos outros métodos.

Trabalhos futuros incluem reduzir o tempo de processamento, possibilitando a redução dos erros através do aumento da interpolação da matriz resultante no método de *Grid Search* e a validação do método em bancada óptica.

# REFERÊNCIAS

 Hardy, J. W. Adaptive optics for astronomical telescopes. New York: Oxford University Press, 1998. ISBN 0195090195.

[2] Saha, S. K. Diffraction-Limited Imaging with Large and Moderate Telescopes. 2007.

[3] Racine, R. et al. Profiles of nighttime turbulence above Mauna Kea and isoplanatism extension in adaptive optics. In: Proceedings of SPIE. Bellingham WA: SPIE, 1995. v. 2534, p. 248–257.

[4] Buscher, D. F. et al. Interferometric seeing measurements on Mt. Wilson: power spectra and outer scales. Applied optics, v. 34, n. 6, p. 1081–96, fev. 1995.

[5] Gilles, L. and Ellerbroek, B., "Shack–Hartmann wavefront sensing with elongated sodium laser beacons: centroiding versus matched filtering," Appl. Opt. 45, 6568–6576 (2006)

[6] Mello, A. J. T. S. and Pipa, D. R., "Improving centroiding by superresolution reconstruction of sodium layer density in Shack–Hartmann wavefront sensors", Applied Optics, Vol. 55, Issue 14, pp. 3701-3710 (2016)

[7] Michau, V.; Conan, J. -M; Fusco, T.; Nicolle, M.; Robert, C et al. "Shack-Hartmann wavefront sensing with extended sources", Proc. SPIE 6303, Atmospheric Optical Modeling, Measurement, and Simulation II, 63030B