# BEP do Esquema $M$-QAM sob Desvanecimento $\eta$-$\mu$ com o Combinador MRC

Danilo B. T. Almeida, Wamberto J. L. Queiroz, Marcelo S. Alencar e Hugerles S. Silva.

***Resumo*— Este artigo apresenta uma análise da transmissão de sinais modulados digitalmente utilizando esquemas de modulação em amplitude e quadratura $M$-ários ($M$-QAM), em canais sujeitos ao desvanecimento $\eta$-$\mu$ e ruído aditivo gaussiano branco (AWGN). Novas expressões exatas para o cálculo da probabilidade de erro de *bit* (BEP) do esquema $M$-QAM para sistemas de entrada e saída únicas (SISO) e para o receptor de combinação por razão máxima (MRC) são apresentadas. Além disso, são apresentadas curvas de BEP em função da relação sinal-ruído para diferentes ordens da constelação $M$-QAM, parâmetros do desvanecimento e número de ramos ($L$) do combinador.**

***Palavras-Chave*— Desvanecimento $\eta$-$\mu$, Combinação por Razão Máxima, Probabilidade de Erro de *Bit*.**

***Abstract*— This paper analyzes the transmission of digitally modulated signals using $M$-ary amplitude and quadrature modulation schemes ($M$-QAM), for channels subject to $\eta-\mu$ fading and Additive White Gaussian Noise (AWGN). New exact expressions to compute the Bit Error Probability (BEP) of the $M$-QAM scheme for Single Input and Single Output (SISO) systems, and for the Maximum Ratio Combiner (MRC) receiver are described. In addition, BEP curves are presented, as a function of the signal-to-noise ratio, for different orders of the $M$-QAM constellation, different fading parameters and selected number of branches (L) at the combiner.**

***Keywords*— $\eta-\mu$ fading, Maximum Ratio Combine, Bit Error Probability.**

## I. INTRODUÇÃO

A modelagem do canal de comunicações figura como uma importante tarefa na avaliação do desempenho dos sistemas de comunicações. Os sinais, ao se propagarem pelo meio, estão sujeitos a difrações, reflexões e multipercursos que provocam variações rápidas na amplitude e na fase do sinal recebido, chamadas de desvanecimento em pequena escala [1].

Na literatura são propostas algumas distribuições para caracterizar matematicamente o desvanecimento em pequena escala, a exemplo das distribuições Rayleigh, Nakagami-$m$, Hoyt, entre outras. Entretanto, em [2], é apresentada uma distribuição de desvanecimento generalizada capaz de incorporar, como casos especiais, as clássicas distribuições Rayleigh, Nakagami-$m$ e Hoyt, além de modelar cenários por elas não contemplados.

Usualmente, o desempenho dos sistemas de comunicações sujeitos ao ruído e desvanecimento é medido por meio de parâmetros como probabilidade de erro de símbolos (*Symbol Error Probability* – SEP) e de *bits* (*Bit Error Probability* – BEP). Esses parâmetros são afetados pela escolha do modelo de canal e têm sido amplamente reportados na literatura [3], [4], [5] e [6].

Neste trabalho, expressões exatas para a probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação $M$-QAM, de sistemas de entrada e saída únicas (SISO) e para o receptor de combinação por razão máxima (MRC), com o canal de comunicações sujeito aos efeitos conjuntos do desvanecimento $\eta$-$\mu$ e do ruído aditivo gaussiano branco (*Additive White Gaussian Noise* – AWGN) são apresentadas. As expressões obtidas neste artigo são escritas em termos da representação integral da série hipergeométrica de Apell. Para determinação das novas expressões da probabilidade de erro de *bit*, os resultados apresentados por Cho e Yoon foram utilizados. Em [7], Cho e Yoon propuseram uma expressão exata para o cálculo da probabilidade de erro de *bit* do esquema QAM com ordem da constelação arbitrária, considerando um canal com ruído AWGN.

Outros trabalhos descritos na literatura também apresentam expressões matemáticas para determinação da probabilidade de erro de *bit* do esquema $M$-QAM com o canal de comunicações sujeito ao desvanecimento e ruído. Em [8], por exemplo, expressões para a BEP do esquema de modulação $M$-QAM em um canal com desvanecimento Nakagami-$m$ e ruído AWGN sobreposto a uma componente de ruído impulsivo são apresentadas. Queiroz *et al* mostraram que a presença do ruído impulsivo faz com que a BEP permaneça praticamente constante à medida que a relação sinal ruído (*Sinal-to-Noise Ratio*–SNR) aumenta. Isso ocorre porque o ruído impulsivo torna-se predominante em relação ao ruído AWGN. Em [9] são desenvolvidas expressões matemáticas para a SEP dos esquemas de modulação MFSK (*$M$-ary Frequency Shift Keying*) e DBPSK (*Differential Binary Phase Shift Keying*) em canais sujeitos ao ruído AWGN e desvanecimento $\eta$-$\mu$ utilizando o receptor MRC. Conforme apontam os resultados obtidos em [9], tanto o aumento no número de ramos ($L$) do combinador quanto o aumento do parâmetro $\mu$ diminuem a probabilidade de erro de símbolo.

Outro recente trabalho é o Badarner e Aloqlah [10], que apresentam expressões matemáticas para a SER de diversos esquemas de modulação, em um canal com ruído AWGN e desvanecimento modelado pela distribuição de generalizada $\alpha$-$\eta$-$\mu$. As expressões obtidas são escritas em termos da função generalizada H-Fox. Alternativamente, são fornecidas expressões assintóticas para a SER, que apresentam uma boa aderência aos resultados simulados para elevados valores de SNR.

Além desta seção introdutória, este artigo encontra-se di-

Danilo B. T. Almeida¸ Wamberto J. L. Queiroz, Marcelo S. Alencar, Hugerles S. Silva Centro de Engenharia Elétrica e Informática, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande-PB, E-mails: danilo.almeida@ee.ufcg.edu.br, wamberto@dee.ufcg.edu.br, malencar@dee.ufcg.edu.br e hugerles.silva@ee.ufcg.edu.br.

vidido em mais cinco seções. Na Seção II é apresentado o modelo matemático do sinal recebido. A Seção III descreve o modelo de desvanecimento utilizado e o cálculo função geratriz de momentos da distribuição $\eta$-$\mu$. A Seção IV é dedicada ao desenvolvimento das expressões da BEP do esquema $M$-QAM em um canal sujeito ao ruído AWGN e desvanecimento $\eta$-$\mu$, de sistemas SISO e para o receptor MRC. Na Seção V, análises dos resultados das curvas de probabilidade de erro de *bit* em função da relação sinal ruído para o esquema $M$-QAM são apresentadas e, por fim, a Seção VI expõe as conclusões.

## II. Modelo Matemático do Sinal Recebido

O modelo matemático para o sinal recebido $r(t)$, na saída de um filtro casado no receptor, pode ser escrito como [1]

$$r(t) = \alpha(t)s(t) + n(t), \tag{1}$$

em que $s(t)$ é uma variável aleatória complexa que representa o símbolo $M$-QAM transmitido, $n(t)$ representa o ruído no canal, caracterizado por um processo AWGN complexo de média nula e variância $\sigma_n^2/2$ por componente e $\alpha(t)$ é uma variável aleatória complexa que denota o desvanecimento.

A variável aleatória, $\alpha(t)$, representa conjuntamente a fase e a envoltória do desvanecimento, sendo expressa por

$$\alpha(t) = g(t)e^{j\theta(t)}, \tag{2}$$

em que $g(t)$ e $\theta(t)$ denotam a envoltória e a fase do desvanecimento $\eta$-$\mu$, respectivamente.

## III. Desvanecimento em Pequena Escala Modelado pela Distribuição $\eta - \mu$

A distribuição $\eta - \mu$ caracteriza desvanecimento em pequena escala na ausência de LoS (*Line of Sigh*). Enquanto o parâmetro $\mu$ caracteriza o número de agrupamentos de múltiplos percursos, o parâmetro $\eta$ representa a razão entre as potências das componentes em fase e em quadratura [2].

A função densidade de probabilidade (FDP) do modelo $\eta$-$\mu$ é dada por [2]

$$p_G(g) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}g^{2\mu}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp\left(-g^2\frac{2\mu h}{\Omega}\right) \times \mathrm{I}_{\mu-\frac{1}{2}}\left(g^2\frac{2\mu H}{\Omega}\right), \tag{3}$$

em que $\Gamma(\cdot)$ representa a função Gama, $\mathrm{I}_v(\cdot)$ a função de Bessel de primeira espécie e ordem $v$,

$$H = \frac{\eta^{-1} - \eta}{4}, \tag{4}$$

$$h = \frac{2 + \eta^{-1} + \eta}{4}, \tag{5}$$

com $0 < \eta < \infty$ e $\mu \geq 0$.

Assim, se $X$ é uma variável aleatória proveniênte da transformação $X = G^2$, então, a FDP de $X$ é dada por

$$p_X(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}p_G(\sqrt{x}), \quad x \geq 0. \tag{6}$$

Dessa forma,

$$p_X(x) = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}x^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp\left(-x\frac{2\mu h}{\Omega}\right) \times \mathrm{I}_{\mu-\frac{1}{2}}\left(x\frac{2\mu H}{\Omega}\right). \tag{7}$$

Sabendo que a Função Geratriz de Momentos (FGM) de uma variável aleatória $\Gamma$ é definida como [11]

$$M_\Gamma(s) = \int_0^\infty e^{-s\gamma}p_\Gamma(\gamma)d\gamma, \tag{8}$$

a FGM da variável aleatória $X$ é então, de acordo com (8) e [12], dada por

$$M_X(s) = \left[\frac{4\mu^2 h}{(2(h-H)\mu + s\Omega)(2(h+H)\mu + s\Omega)}\right]^\mu. \tag{9}$$

## IV. Probabilidade de Erro de *Bit* do Esquema $M$-QAM em um Canal Sujeito ao Ruído AWGN e Desvanecimento $\eta$-$\mu$

A probabilidade de erro de *bit*, $P_b$, para o esquema de modulação $M$-QAM, com mapeamento Gray, em um canal com ruído aditivo gaussiano branco pode ser expressa por [7]

$$P_b = \frac{1}{\log_2\sqrt{M}}\sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}} P_b(k), \tag{10}$$

em que $P_b(k)$ representa a probabilidade de erro do $k$-ésimo *bit* e pode ser escrita como

$$P_b(k) = \frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i,k,M) \times \operatorname{erfc}\left(\sqrt{a(i,M)\gamma}\right), \tag{11}$$

em que $\operatorname{erfc}(\cdot)$ representa a função erro complementar,

$$a(i,M) = \frac{3(2i+1)^2\log_2 M}{2(M-1)}, \tag{12}$$

$$w(i,k,M) = (-1)^{\left\lfloor\frac{i2^{k-1}}{\sqrt{M}}\right\rfloor}\left(2^{k-1} - \left\lfloor\frac{i2^{k-1}}{\sqrt{M}} + \frac{1}{2}\right\rfloor\right), \tag{13}$$

$\lfloor x \rfloor$ denota o maior inteiro menor que $x$ e $M$ a ordem da constelação $M$-QAM.

### A. Sistemas SISO

O efeito do desvanecimento na probabilidade de erro de *bit* pode ser introduzido ao se definir a SNR instantânea por

$$\gamma = g^2\gamma_b, \tag{14}$$

em que $g$ representa o ganho do canal, modelado neste artigo pela distribuição de probabilidade $\eta - \mu$ e $\gamma_b$ denota a relação sinal-ruído por *bit*.

A probabilidade de erro do $k$-ésimo *bit* condicionada à envoltória do desvanecimento $g$ pode ser escrita como

$$P_b(k|G^2) = \frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i,k,M) \times \operatorname{erfc}\left(\sqrt{g^2 a(i,M)\gamma_b}\right). \tag{15}$$

A probabilidade de erro do $k$-ésimo *bit* para o esquema de modulação $M$-QAM em um canal com ruído AWGN e desvanecimento modelado pela distribuição $\eta$-$\mu$ pode ser obtida tomando a média de (15) pela função densidade de probabilidade de $G$. Ou seja,

$$P_b(k) = \int_{-\infty}^{\infty} P_b(k|a)p_A(a)da. \tag{16}$$

Desta forma, representando a função erro complementar por [13]

$$\mathrm{erfc}(x) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp\left(-\frac{x^2}{\mathrm{sen}^2\theta}\right)d\theta \tag{17}$$

e utilizando o resultado expresso em (16), é possível escrever $P_b(k)$ como

$$P_b(k) = \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i,k,M)f(i,M,\gamma_b), \tag{18}$$

em que

$$f(i,M,\gamma_b) = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\infty} \exp\left(-x\gamma_b\frac{a(i,M)}{\mathrm{sen}^2\theta}\right)p_X(x)dxd\theta \tag{19}$$

e $X = G^2$ é uma transformação da variável aleatória $G$.

A partir de (8) e (19) obtem-se

$$f(i,M,\gamma_b) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_X\left(\gamma_b\frac{a(i,M)}{\mathrm{sen}^2\theta}\right)d\theta \tag{20}$$

que, utilizando o resultado apresentado em (9), pode ser escrita na forma

$$\begin{aligned} f(i,M,\gamma_b) &= \frac{\beta_i}{2}\frac{\Gamma(2\mu+\frac{1}{2})\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(2\mu+1)} \\ &\quad\times F_1\left(2\mu+\frac{1}{2},\mu,\mu,2\mu+1;\alpha_1,\alpha_2\right), \end{aligned} \tag{21}$$

em que $F_1(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot;\cdot,\cdot)$ denota a representação integral da série hipergeométrica de Appell [14],

$$\beta_i = \left(\frac{4\mu^2 h}{\Omega^2 a^2(i,M)\gamma_b^2}\right)^{\mu}, \tag{22}$$

$$\alpha_1 = \frac{2(H-h)\mu}{\Omega\gamma_b a(i,M)} \tag{23}$$

e

$$\alpha_2 = -\frac{2(H+h)\mu}{\Omega\gamma_b a(i,M)}. \tag{24}$$

Assim, a probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação $M$-QAM, com mapeamento Gray, sob ruído aditivo gaussiano branco e desvanecimento modelado pela distribuição $\eta$-$\mu$, pode ser expressa por

$$\begin{aligned} P_b &= \frac{\Gamma(2\mu+\frac{1}{2})\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(2\mu+1)\pi\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \\ &\quad\times \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}}\sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \beta_i w(i,k,M) \\ &\quad\times F_1\left(2\mu+\frac{1}{2},\mu,\mu,2\mu+1;\alpha_1,\alpha_2\right). \end{aligned} \tag{25}$$

### B. Receptor MRC

No receptor MRC, o sinal é captado por $L$ antenas afastadas umas das outras de uma distância $d$. Desta forma, é possível definir a SNR instantânea como

$$\gamma = \gamma_b\sum_{l=1}^{L} g_l^2. \tag{26}$$

Assim, a probabilidade de erro do $k$-ésimo *bit* do esquema $M$-QAM pode ser escrita como

$$\begin{aligned} P_b(k) &= \int_0^{\infty}\cdots\int_0^{\infty} P_b(k|\gamma)p_{G_1,\cdots,G_L}(g_1,\cdots,g_L) \\ &\quad\times dg_1\cdots dg_L. \end{aligned} \tag{27}$$

Considerando o sinal captado por meio dos $L$ canais entre o transmissor e cada ramo do receptor independentes e identicamente distribuidas (i.i.d) é possível escrever

$$P_b(k) = \frac{2}{\pi\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i,k,M)f(i,M,\gamma_b), \tag{28}$$

em que

$$\begin{aligned} f(i,M,\gamma_b) &= \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\int_0^{\infty}\exp\left(-x\gamma_b\frac{a(i,M)}{\mathrm{sen}^2\theta}\right)p_X(x)dx\right]^L d\theta \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_X^L\left(\gamma_b\frac{a(i,M)}{\mathrm{sen}^2\theta}\right)d\theta, \end{aligned} \tag{29}$$

ou ainda

$$\begin{aligned} f(i,M,\gamma_b) &= \frac{\beta_i^L}{2}\frac{\Gamma(2L\mu+\frac{1}{2})\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(2L\mu+1)} \\ &\quad\times F_1\left(2L\mu+\frac{1}{2},L\mu,L\mu,2L\mu+1;\alpha_1,\alpha_2\right). \end{aligned} \tag{30}$$

Por fim, a probabilidade de erro de *bit* para o esquema de modulação $M$-QAM, que utiliza o receptor MRC, com mapeamento Gray, afetado por ruído aditivo gaussiano branco, sujeito ao desvanecimento $\eta$-$\mu$, pode ser expressa como

$$\begin{aligned} P_b &= \frac{\Gamma(2L\mu+\frac{1}{2})\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(2L\mu+1)\pi\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \\ &\quad\times \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}}\sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \beta_i^L w(i,k,M) \\ &\quad\times F_1\left(2L\mu+\frac{1}{2},L\mu,L\mu,2L\mu+1;\alpha_1,\alpha_2\right). \end{aligned} \tag{31}$$

## V. Análise dos Resultados

Esta seção apresenta as curvas da probabilidade de erro de *bit* (BEP) para o esquema de modulação $M$-QAM obtidas por meio de (25) e (31), corroboradas pela taxa de erro de *bit*s obtida por simulação.

As simulações foram baseadas no método de Monte Carlo para geração das variáveis aleatórias da distribuição $\eta$-$\mu$. Em cada simulação, um número de $N = 5\times10^6$ *bits* equiprováveis foi gerado e transmitido. A taxa de erro de *bits*, definida como a razão entre o número total de *bits* errados durante a transmissão e $N$, foi calculada para cada valor de $\gamma_b = E_b/N_0$ e comparada com a BEP teórica, dada por (25) e (31).

Na Figura 1 é possível observar as curvas da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação $M$-QAM em um canal com desvanecimento $\eta$-$\mu$ e ruído AWGN em função da relação sinal ruído por *bit* $\gamma_b = E_b/N_0$ (dB), sob diferentes valores da ordem $M$ da constelação, com $\eta = 0,9$ e $\mu = 1,7$. Nota-se, como esperado, que a probabilidade de erro de *bit* diminui de forma monotônica à medida que a relação sinal-ruído aumenta. Para um valor fixo de $E_b/N_0$, percebe-se que a BEP cresce com o aumento da ordem da constelação. Embora constelações mais densas apresentem uma maior eficiência espectral, suas regiões de decisão são menores, tornando-as mais susceptíveis aos efeitos do ruído. Verifica-se também que uma BEP da ordem de $10^{-4}$ é obtida com 17,7 dB para a constelação 16-QAM ao passo que é obtida com 26,3 dB para a constelação 256-QAM.

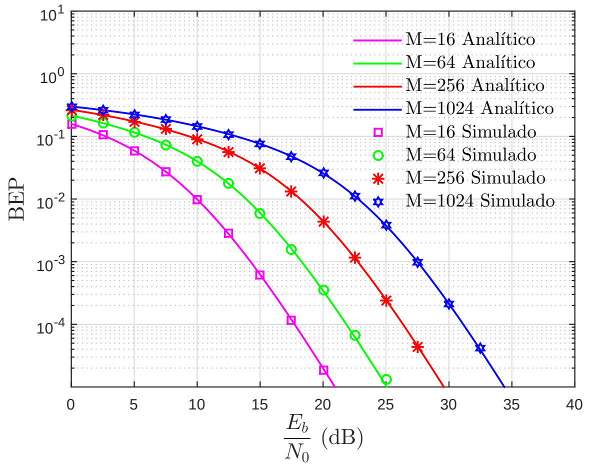


Fig. 1. Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação $M$-QAM sob os efeitos do ruído AWGN e desvanecimento $\eta$-$\mu$ para diferentes valores de $M$.

Na Figura 2 são apresentadas as curvas da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM em um canal com desvanecimento $\eta$-$\mu$ e ruído AWGN, com $\eta = 1,5$ e diferentes valores de $\mu$. É possível notar que o aumento do parâmetro $\mu$ implica uma menor probabilidade de erro de *bit* para um valor de $\gamma_b = E_b/N_0$ fixo, pois maiores valores de $\mu$ são utilizados para modelar canais com desvanecimento mais brando. Para $\mu = 2,5$ por exemplo, a BEP de $10^{-4}$ é obtida com $E_b/N_0 = 20$ dB, enquanto para $\mu = 0,5$ a mesma BEP é conseguida com $E_b/N_0 = 40$ dB.

Na Figura 3 é possível observar as curvas de probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 256-QAM em um canal com desvanecimento $\eta$-$\mu$ e ruído AWGN, com $\mu = 2,5$ e $\eta$ variando. Nota-se que a probabilidade de erro de *bit*, para um dado valor de $E_b/N_0$, apresenta um comportamento descendente à medida que $\eta$ se aproxima de 1, atingindo, por exemplo, uma BEP de $10^{-4}$ em torno de 24,5 dB para $\eta = 0,9$ e 28,5 dB para $\eta = 0,00$ (equivalente ao modelo Nakagami-$m$, com $m = 2,5$). Isso pode ser explicado ao se observar a Figura 4, que apresenta a probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulacão 256-QAM em função do

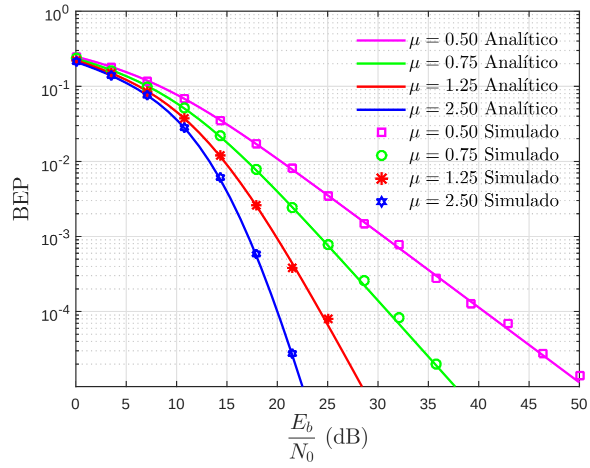


Fig. 2. Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulacão 64-QAM sob efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta$-$\mu$ para diferentes valores de $\mu$ e $\eta = 1,5$.

parâmetro $\eta$. Percebe-se que a BEP diminui para valores de $\eta$ entre zero e um, apresentando um mínimo em torno de $\eta = 1$; e aumenta para valores de $\eta$ maiores que um. Esse efeito é explicado devido à simetria entre as componentes em fase e em quadratura para $\eta = 1$.

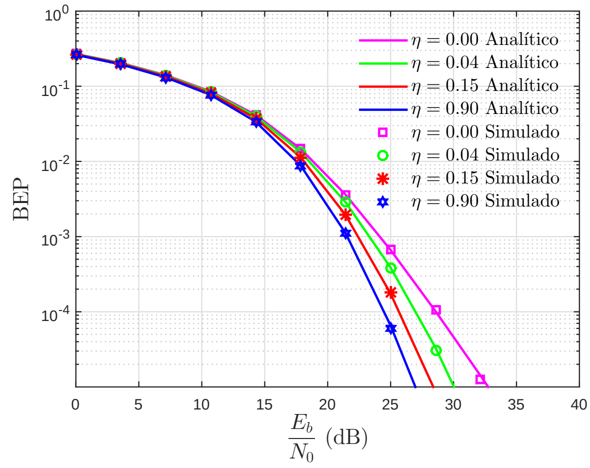


Fig. 3. Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulacão 256-QAM sob efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta$-$\mu$ para diferentes valores de $\eta$ e $\mu = 2,5$.

Na Figura 5 são apresentadas as curvas da BEP de um esquema de modulação 1024-QAM em um canal com desvanecimento $\eta$-$\mu$ e ruído AWGN, com $\eta = 1,2$, $\mu = 1,3$ e diferentes números de ramos ($L$) do receptor MRC. Observa-se que o aumento do número de ramos $L$ diminui a probabilidade de erro de *bit*. Entretanto, à medida que $L$ aumenta, o efeito na diminuição da BEP torna-se cada vez menos significativo. Por exemplo, para se obter uma BEP de $10^{-3}$ com $L = 1$, $L = 2$ e $L = 3$, são necessárias SNRs de 28,6 dB, 23,2 dB e 20,8 dB respectivamente. Nota-se que há uma diferença de 5,4 dB quando o número de ramos aumenta de $L = 1$ para $L = 2$. No entanto, essa diferença é reduzida para 2,4 dB

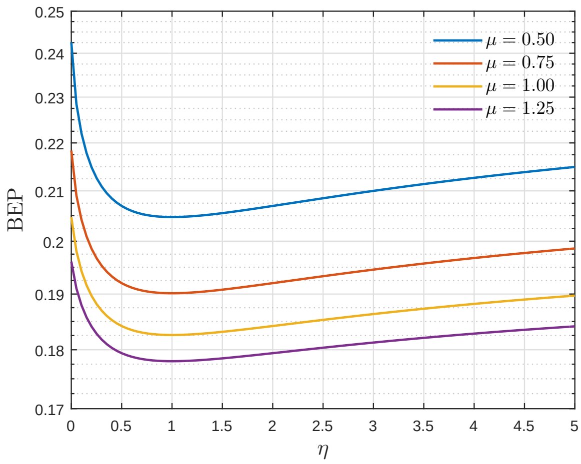


Fig. 4. Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 256-QAM em função do parâmetro $\eta$, sob efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta$-$\mu$ para diferentes valores de $\mu$ e $E_b/N_0 = 5$ dB.

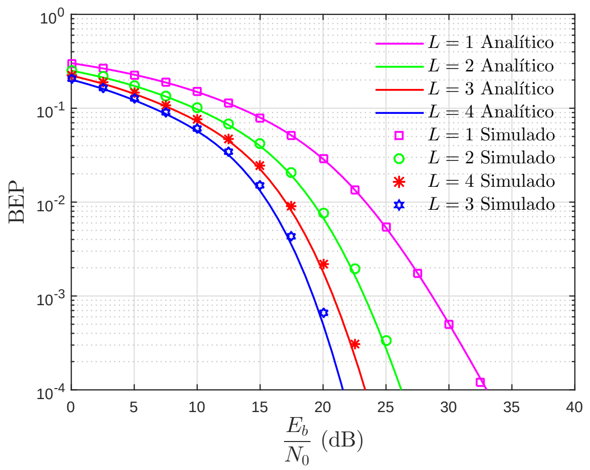


Fig. 5. Probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 256-QAM sob efeito do ruído AWGN e desvanecimento $\eta$-$\mu$ para diferentes valores de $\mu$ e $E_b/N_0 = 5$ dB.

quando $L$ aumenta de dois para três ramos.

## VI. Conclusões

Neste trabalho, uma análise de desempenho da transmissão de sinais modulados digitalmente utilizando esquemas de modulação em amplitude e quadratura $M$-ários ($M$-QAM), em canais sujeitos ao desvanecimento $\eta$-$\mu$ e ruído aditivo gaussiano branco (AWGN) foi realizada. Expressões exatas para a probabilidade de erro de *bit* (BEP) do receptor ótimo sem diversidade e para o receptor MRC em função da relação sinal-ruído sob diferentes parâmetros do desvanecimento, ordem da constelação $M$ e número de ramos do receptor MRC foram apresentadas.

Por meio dos resultados, observou-se que o aumento no número de ramos do receptor MRC oferece um significativa redução na probabilidade de erro de *bit* e pode ser uma solução viável em cenários em que o desvanecimento é mais severo. Também é possível afirmar que a BEP não sofre alterações significativas quando o valor de $\eta$ torna-se maior do que um, aumentando a imunidade do sistema a erros na estimativa deste parâmetro. Verifica-se também que maiores probabilidades de erro de *bit* são alcançadas à medida que a ordem da constelação $M$ aumenta.

Como trabalhos futuros, os autores pretendem utilizar distribuições de probabilidades mais complexas para modelar o desvanecimento ou o ruído nos sistemas de comunicações.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao Instituto de Estudos Avançados em Comunicações (Iecom), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (Copele) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia (UFBA) por proverem suporte à pesquisa.

## Referências


[1] J. G. Proakis and M. Salehi. *Digital Communications*. McGraw-Hill, 5th edition, 2008.

[2] M. D. Yacoub. *The $\kappa$-$\mu$ Distribution and the $\eta - \mu$ Distribution*. IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 49, no. 1, pp. 68-81, 2007.

[3] W. He, H. Ley and G. Pan. *Performance Modeling and Analysis on Conditional DF Relaying Scheme over Nakagami-$m$ Fading Channels with Integral $m$*. AEU-International Journal of Electronics and Communications, vol. 70, no. 6, pp. 743-749, 2016.

[4] N. Y. Ermolova. *Useful Integrals for Performance Evaluation of Communication Systems in Generalized $\eta$-$\mu$ and $\kappa$-$\mu$ Fading Channels*. IET communications, vol. 3, no. 2, pp. 303-308, 2009.

[5] E. R. Araújo *et al. On Gated Gaussian Impulsive Noise in M-QAM with Optimum Receivers*. Journal of Communication and Information Systems, vol. 30, no. 1, 2015.

[6] H. Soury, F. Yilmaz and M. S. Alquini. *Error Rates of M-PAM and M-QAM in Generalized Fading and Generalized Gaussian Noise Environments*. IEEE Communications Letters, vol. 17, no. 10, pp. 1932-1935, 2013.

[7] K. Cho and D. Yoon. *On the General BER Expression of one-and two-Dimensional Amplitude Modulations*. IEEE Transactions on Communications, vol. 50, no. 7, pp. 1074-1080, 2002.

[8] W. J. L. Queiroz, W. T. A. Lopes, F. Madeiro and M. S. Alencar. *On the Performance of M-QAM for Nakagami Channels Subject to Gated Noise*. Telecommunication Systems, vol 58, no. 1, pp. 1-10, 2017.

[9] M. Milistic *et al. Symbol Error Probability Analysis of L-Branch Maximal-Ratio Combiner for Generalized $\eta$-$\mu$ Fading*. IEEE Vehicular Technology Conference, pp. 1-5, 2009.

[10] O. S. Badarner and M. S. Aloqlah. *Performance Analysis of Digital Communication Systems Over $\alpha$-$\eta$-$\mu$ Fading Channels*. IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 65, no. 10, pp. 7972-7981, 2016.

[11] A. Leon-Garcia. *Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering*. Pearson Prentice Hall, Upper Saddler River, 2017.

[12] N. Y. Ermolova. *Moment Generating Functions of the Generalized $\eta$-$\mu$ and $\kappa$-$\mu$ Distributions and their Applications to Performance Evaluations of Communication Systems*. IEEE Communications Letters, vol. 12, no. 7, pp. 502-504, 2008.

[13] J. W. Craig. *A New, Simple and Exact Result for Calculating the Probability of Error for two-Dimensional Signal Constellations*. Military Communications Conference, 1991 (MILCOM 91), pp. 571-575, 1991.

[14] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik. *Table of Integrals, Series, and Products*. Academic press, 7th ed., 2007.