

Filtros de Partículas Distribuídos baseados em Consenso Iterativo para Equalização Cega em Redes de Receptores

Claudio J. Bordin Jr. e Marcelo G. S. Bruno

Resumo—Descrevem-se neste artigo novos algoritmos para equalização cega cooperativa num sistema de comunicação digital com um único transmissor e múltiplos receptores. Os algoritmos propostos empregam filtros de partículas distribuídos baseados em consenso iterativo. Médias consensuais são utilizadas para calcular determinadas probabilidades ao longo da rede. Simultaneamente, empregam-se buscas iterativas de mínimo por consenso para verificar a convergência dessas grandezas. Garante-se assim a coerência do conjunto de partículas nos receptores, eliminando a difusão de mensagens para fora da vizinhança imediata dos nós. Verifica-se através de simulações numéricas que os novos algoritmos apresentam um desempenho similar ao do filtro de partículas centralizado.

Palavras-Chave—Algoritmos Distribuídos, Filtros de Partículas, Equalização Cega, Consenso Iterativo.

Abstract—This article introduces new cooperative blind equalization algorithms for point-to-multipoint digital communication systems. The proposed algorithms feature distributed particle filters based on iterative consensus. Consensus averages are employed to determine certain probability density functions across the network. Simultaneously, iterative minimum consensus is used to verify the convergence of these quantities. This procedure guarantees the coherence of the particle set in all receivers, eliminating the need for broadcasting messages from one node to regions outside its immediate neighborhood. We verify via numerical simulations that the consensus-based distributed algorithms perform similarly to a centralized particle-filter-based approach.

Keywords—Distributed Algorithms, Particle Filters, Blind Equalization, Iterative Consensus.

I. INTRODUÇÃO

Recentemente tem se verificado em diferentes aplicações uma tendência emergente de uso de sistemas distribuídos, geralmente implementados em redes em que cada nó físico dispõe de recursos próprios de processamento, comunicação e sensoriamento. Em geral, cada nó tem acesso apenas a medidas (observações) locais, mas coopera com nós vizinhos através de troca de informações (mensagens) de forma tal que a rede como um todo execute de maneira distribuída uma tarefa global desejada. Neste artigo, em particular, considera-se um sistema de comunicação no qual um único transmissor envia uma mensagem em formato digital a múltiplos receptores através de diferentes canais seletivos em frequência, ruidosos e independentes. Os diferentes receptores na rede cooperam

então entre si para recuperar a mensagem transmitida, sem conhecer os parâmetros dos canais de comunicação e sem a necessidade de transmissão de seqüências de treinamento.

A maior parte da literatura anterior em filtragem distribuída [1], [2], baseia-se em estimadores lineares de mínimo erro quadrático médio (LMMSE) que, no problema específico de equalização cega de mensagens digitais (i.e., não gaussianas), podem diferir significativamente do estimador ótimo de máximo *a posteriori* (MAP) que minimiza a taxa média de erro de bit (BER). Uma alternativa melhor então é o uso de filtros não lineares como os filtros de partículas [3], que convergem assintoticamente no número de partículas para a estimativa MAP desejada. Um filtro de partículas distribuído ótimo para equalização cega cooperativa em redes de receptores foi apresentado originalmente em [4]. O algoritmo em [4] apresenta, entretanto, um custo muito alto de comunicação intranodal, incluindo difusão (*broadcast*) de mensagens para toda a rede de modo a garantir que todos os processadores tenham o mesmo conjunto de partículas e respectivos pesos.

Neste artigo, elimina-se a exigência de transmissão de mensagens para a rede inteira, usando-se algoritmos iterativos de consenso que exigem apenas comunicação dentro de uma região de vizinhança limitada de qualquer nó escolhida ao acaso. Este texto complementa [5], apresentado demonstrações mais detalhadas e um conjunto mais amplo de simulações numéricas.

Especificamente, o novo algoritmo de filtragem plenamente distribuída proposto neste artigo usa médias consensuais [6] para calcular, ao longo da rede, o produto de determinadas funções densidades de probabilidade dependentes dos índices dos nós. A convergência do produto calculado em cada nó a uma mesma aproximação quantizada do produto verdadeiro é, por sua vez, verificada também de forma plenamente distribuída, usando algoritmos de mínimo por consenso [7]. Uma vez estabelecido o consenso, a aproximação quantizada do produto, idêntica em todos os nós, é usada para se garantir a coerência entre os conjuntos de partículas e pesos em cada um dos processadores (filtros) da rede.

Um algoritmo alternativo de filtragem de partículas distribuída por consenso foi previamente descrito em [8] em uma aplicação de rastreamento de alvos. Ao contrário deste trabalho, entretanto, o algoritmo em [8] supõe conhecimento perfeito dos parâmetros do modelo de observação em todos os nós e usa uma função de importância global e uma estratégia de consenso diferentes das que são usadas neste artigo. Uma possível alternativa ao uso de consenso iterativo encontrada

ainda na literatura de filtragem de partículas distribuída é o emprego de aproximações paramétricas [9], [10], [11], para as funções densidades de probabilidade dependentes dos índices dos nós citados no parágrafo anterior. Os métodos paramétricos em [9], [10], [11], possibilitam reduções significativas no custo de comunicação intranodal, mas sofrem do inconveniente de serem subótimos e terem propriedades de convergência de difícil análise teórica. Nas aplicações específicas investigadas em [9] e [10], também se supõe adicionalmente conhecimento perfeito do modelo de observação, o que, novamente, não é o caso do problema de equalização cega de canais de comunicação.

O restante do artigo é organizado da seguinte forma: na Seção II descrevem-se os modelos de sinal e observação subjacentes ao problema de equalização; na sequência, recorda-se brevemente na Seção III o equalizador cego ótimo baseado em um filtro de partículas centralizado descrito previamente em [12]. Na Seção IV, apresentam-se dois novos algoritmos originais de filtragem de partículas distribuída baseada em consenso, designados respectivamente CB-I e CB-II. O desempenho dos algoritmos propostos é quantificado via simulações numéricas na Seção V. Finalmente, as conclusões do trabalho são resumidas na Seção VI.

II. MODELOS DE SINAL E OBSERVAÇÃO

Seja $\{b_n\}$ uma sequência independente e identicamente distribuída (i.i.d.) de dígitos binários e seja $\{x_n\}$, $x_n \in \{\pm 1\}$, a sequência correspondente de símbolos obtida a partir de $\{b_n\}$ por codificação diferencial. A representação complexa equivalente em banda base das observações $y_{r,0:n} \triangleq \{y_{r,0}, \dots, y_{r,n}\}$ no r -ésimo nó de uma rede com R receptores é modelada como a saída de um canal FIR linear seletivo em frequência contaminado por ruído aditivo da forma

$$y_{r,n} = \mathbf{h}_r^H \mathbf{x}_n + v_{r,n}, \quad (1)$$

em que $\mathbf{h}_r \in \mathbb{C}^{L \times 1}$ é um vetor (complexo) que representa resposta ao pulso unitário do canal equivalente (invariante no tempo) entre o transmissor e o r -ésimo receptor, $\mathbf{x}_n \triangleq [x_n \dots x_{n-L+1}]^T$, e $\{v_{r,n}\}$ é uma sequência i.i.d. de variáveis gaussianas complexas circularmente simétricas com média zero e variância σ_r^2 .

Os parâmetros aleatórios e desconhecidos \mathbf{h}_r and σ_r^2 , $1 \leq r \leq R$, são supostos independentes para $r \neq s$ e distribuídos *a priori* como $\sigma_r^2 \sim \mathcal{IG}(\sigma_r^2 | \alpha; \beta)$ e $\mathbf{h}_r | \sigma_r^2 \sim \mathcal{N}_L(\mathbf{h}_r | 0; I\sigma_r^2/\epsilon^2)$, em que \mathcal{N}_L e \mathcal{IG} denotam respectivamente uma distribuição gaussiana complexa, circularmente simétrica L -variável e uma distribuição Gama inversa. Finalmente, $\{\alpha, \beta, \epsilon\} \in \mathbb{R}^+$ são os hiperparâmetros do modelo.

Adotando-se o modelo em (1) com as distribuições *a priori* descritas no parágrafo anterior para os parâmetros desconhecidos, deseja-se obter um algoritmo recursivo que aproxime as estimativas MAP suavizadas

$$\hat{b}_{n-d} = \arg \max_{b_{n-d}} p(b_{n-d} | y_{1:R,0:n}),$$

em que $d \geq 0$, $y_{1:R,0:n} \triangleq \{y_{1,0:n} \dots y_{R,0:n}\}$, e $p(b_{n-d} | y_{1:R,0:n})$ denota a função massa de probabilidade do dígito binário b_{n-d} transmitido no instante $n-d$ dadas as

observações do instante 0 ao instante n em *todos* os nós da rede de 1 até R .

III. EQUALIZAÇÃO CEGA CENTRALIZADA USANDO FILTROS DE PARTÍCULAS

Os filtros de partículas são métodos Monte Carlo sequenciais baseados em amostragem por importância [3] que permitem representar a distribuição *a posteriori* dos dígitos binários transmitidos $b_{0:n}$ do instante 0 até o instante n por um conjunto apropriadamente ponderado de amostras (ou partículas) aleatórias, $b_{0:n}^{(q)}$, $q = 1, \dots, Q$, amostradas sequencialmente segundo uma função de importância $\pi(\cdot)$ e com pesos associados $w_n^{(q)}$, tal que, quando $Q \rightarrow \infty$,

$$\sum_{q=1}^Q w_n^{(q)} \mathcal{I} \{b_{n-d}^{(q)} = b_{n-d}\} \rightarrow p(b_{n-d} | y_{1:R,0:n}) \quad (2)$$

em que $\mathcal{I}\{\cdot\}$ denota a função indicador e $b_{n-d} \in \{0, 1\}$. A convergência em (2) é interpretada como um limite com probabilidade um, também chamado “convergência quase certa” (*almost sure convergence*) [3].

Usando o fato de que cada sequência distinta de dígitos binários $b_{-L:n-1}^{(q)}$ define univocamente uma sequência correspondente de estados $\mathbf{x}_{0:n}^{(q)}$, a função de importância ótima, que minimiza a variância dos pesos condicionada às observações e às partículas passadas amostradas, é dada por [12]

$$\pi(b_n | b_{-L:n-1}^{(q)}, y_{1:R,0:n}) = p(\mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{0:n-1}^{(q)}, y_{1:R,0:n})$$

e pode ser calculada analiticamente pela expressão

$$p(\mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{0:n-1}^{(q)}, y_{1:R,0:n}) = \frac{p(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{0:n-1}^{(q)}, y_{1:R,0:n})}{\sum_{\mathbf{x}_n} p(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{0:n-1}^{(q)}, y_{1:R,0:n})}. \quad (3)$$

Os pesos de importância apropriados de forma a garantir a convergência em (2) são por sua vez propagados pela recursão [12]

$$w_n^{(q)} \propto w_{n-1}^{(q)} \sum_{\mathbf{x}_n} \frac{p(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{0:n-1}^{(q)}, y_{1:R,0:n})}{p(\mathbf{x}_{0:n-1}^{(q)}, y_{1:R,0:n-1})}. \quad (4)$$

Pela hipótese de independência *a priori* dos parâmetros desconhecidos dos diferentes canais entre o transmissor e cada um dos receptores na rede, segue que [4]

$$p(\mathbf{x}_{0:n}^{(q)}, y_{1:R,0:n}) \propto \prod_{r=1}^R p(\mathbf{x}_{0:n}^{(q)}, y_{r,0:n}). \quad (5)$$

Finalmente, usando os modelos *a priori* para os parâmetros definidos na Seção II, pode-se mostrar após longas manipulações algébricas [12] que

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_{0:n}^{(q)}, y_{r,0:n}) &= \int_{\mathbb{R}^+} \int_{\mathbb{C}^L} p(\mathbf{x}_{0:n}^{(q)}, y_{r,0:n}, \mathbf{h}_r, \sigma_r^2) d\mathbf{h}_r d\sigma_r^2 \\ &\propto |\Sigma_n^{(q)}| \left[\beta_{r,n}^{(q)} \right]^{-\alpha_n}, \end{aligned} \quad (6)$$

em que $\Sigma_n^{(q)}$, $\beta_{r,n}^{(q)}$, e α_n são calculados recursivamente pelas expressões

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + 1, \quad (7)$$

$$\beta_{r,n}^{(q)} = \beta_{r,n-1}^{(q)} + \|e_{r,n}^{(q)}\|^2 / \gamma_n^{(q)}, \quad (8)$$

$$\bar{\mathbf{h}}_{r,n}^{(q)} = \bar{\mathbf{h}}_{r,n-1}^{(q)} + \sum_{n-1}^{(q)} \mathbf{x}_n^{(q)} (e_{r,n}^{(q)})^* / \gamma_n^{(q)}, \quad (9)$$

$$\Sigma_n^{(q)} = \Sigma_{n-1}^{(q)} - \sum_{n-1}^{(q)} \mathbf{x}_n^{(q)} (\mathbf{x}_n^{(q)})^H \Sigma_{n-1}^{(q)} / \gamma_n^{(q)}, \quad (10)$$

com $\alpha_{-1} = \alpha$, $\beta_{r,-1}^{(q)} = \beta$, $\bar{\mathbf{h}}_{r,-1}^{(q)} = 0$, $\Sigma_{-1}^{(q)} = \mathbf{I}\epsilon^{-2}$, $e_{r,n}^{(q)} \triangleq y_{r,n} - (\bar{\mathbf{h}}_{r,n-1}^{(q)})^H \mathbf{x}_n^{(q)}$, e $\gamma_n^{(q)} \triangleq 1 + (\mathbf{x}_n^{(q)})^H \Sigma_{n-1}^{(q)} \mathbf{x}_n^{(q)}$.

A. Equalização Cooperativa

Substituindo (5) em (3), reescreve-se a expressão para a função de importância ótima como

$$p(\mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{0:n-1}^{(q)}, y_{1:R,0:n}) = \frac{\prod_{r=1}^R \lambda_{r,n}^{(q)}(\mathbf{x}_n)}{\sum_{\mathbf{x}_n} \prod_{r'=1}^R \lambda_{r',n}^{(q)}(\mathbf{x}_n)} \quad (11)$$

em que $\lambda_{r,n}^{(q)}(\mathbf{x}_n) \triangleq p(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{0:n-1}^{(q)}, y_{r,0:n})$. Analogamente, a substituição de (5) em (4) permite reescrever a regra de atualização dos pesos de importância na forma

$$w_n^{(q)} \propto w_{n-1}^{(q)} \sum_{\mathbf{x}_n} \prod_{r=1}^R \frac{\lambda_{r,n}^{(q)}(\mathbf{x}_n)}{\lambda_{r,n-1}^{(q)}(\mathbf{x}_{n-1})}. \quad (12)$$

O algoritmo DcPF-II em [4] é uma implementação descentralizada exata das equações (11)-(12). Embora o algoritmo DcPF-II seja assintoticamente ótimo no número de partículas utilizadas e tenha desempenho teoricamente idêntico ao do equalizador cego centralizado, ele apresenta a desvantagem de exigir a transmissão de quantidades dependentes do índice das partículas de um nó para toda a rede (*broadcast*), o que se traduz normalmente em um custo de comunicação proibitivo em aplicações práticas.

IV. EQUALIZADORES BASEADOS EM CONSENSO ITERATIVO

As equações (11) e (12) podem ser reescritas respectivamente como

$$p(\mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{0:n-1}^{(q)}, y_{1:R,0:n}) = \frac{\exp(\Lambda_n^{(q)}(\mathbf{x}_n))}{\sum_{\mathbf{x}_n} \exp(\Lambda_n^{(q)}(\mathbf{x}_n))}, \quad (13)$$

$$w_n^{(q)} \propto w_{n-1}^{(q)} \sum_{\mathbf{x}_n} \exp(\Lambda_n^{(q)}(\mathbf{x}_n) - \Lambda_{n-1}^{(q)}(\mathbf{x}_{n-1}^{(q)})), \quad (14)$$

em que

$$\Lambda_{r,n}^{(q)}(\mathbf{x}_n) \triangleq \log_e(\lambda_{r,n}^{(q)}(\mathbf{x}_n)) \quad (15)$$

$$\Lambda_n^{(q)}(\mathbf{x}_n) \triangleq \sum_{r=1}^R \Lambda_{r,n}^{(q)}(\mathbf{x}_n). \quad (16)$$

A soma em (16) pode ser calculada de forma distribuída ao longo da rede usando $2Q$ rotinas de *média consensual*

iterativa [6] executadas em paralelo¹. Especificamente, para cada instante n , cada partícula q e cada possível valor de $\mathbf{x}_n^{(q)}$, define-se no nó r a variável auxiliar $\tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n)$ na k -ésima iteração do algoritmo de consenso tal que

$$\tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n) = \tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k-1,q)}(\mathbf{x}_n) + \sum_{s \in \mathbf{N}(r)} b_{rs} \left(\tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k-1,q)}(\mathbf{x}_n) - \tilde{\Lambda}_{s,n}^{(k-1,q)}(\mathbf{x}_n) \right). \quad (17)$$

Em (17), $\mathbf{N}(r)$ denota a vizinhança do nó r (segundo a topologia física da rede) e $\{b_{rs}\}$ são coeficientes reais tais que $b_{rs} \geq 0$, $\forall (r, s)$, e $b_{rs} = b_{sr}$. Empilhando-se os termos $\tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n)$, $r = 1, \dots, R$, em um vetor longo $\tilde{\Lambda}_n^{(k,q)}(\mathbf{x}_n)$ de dimensão $R \times 1$, a equação (17) pode ser escrita em notação matricial compacta como

$$\tilde{\Lambda}_n^{(k,q)}(\mathbf{x}_n) = \mathbf{B} \tilde{\Lambda}_n^{(k-1,q)}(\mathbf{x}_n) \quad (18)$$

em que $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{R \times R}$ deve ser, por construção, uma matriz duplamente estocástica, i.e., cujas linhas e colunas têm soma dos seus respectivos elementos igual a um. Se os coeficientes b_{rs} forem adicionalmente escolhidos tal que a matriz \mathbf{B} seja primitiva (i.e., exista $m > 0$ finito tal que \mathbf{B}^m tenha todos os elementos positivos), então, quando $k \rightarrow \infty$, \mathbf{B}^k converge [13] para uma matriz cujos elementos são todos idênticos e iguais a $1/R$. Basta então iterar-se (17) com as condições iniciais $\tilde{\Lambda}_{r,n}^{(0,q)}(\mathbf{x}_n) \triangleq R \Lambda_{r,n}^{(q)}(\mathbf{x}_n)$ para que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n) = \sum_{r=1}^R \Lambda_{r,n}^{(q)}(\mathbf{x}_n), \quad \forall r. \quad (19)$$

Em geral, para um número k finito de iterações, $\varepsilon_{r,n}^{(k,q)} \triangleq \tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n) - \Lambda_n^{(q)}(\mathbf{x}_n) \neq 0$. Assim, a aplicação direta do algoritmo de média consensual iterativa produziria valores distintos em cada nó para a função de importância e para os pesos de uma mesma partícula q . Isso, por sua vez, levaria normalmente a conjuntos de partículas diferentes em cada nó, mesmo que fossem empregadas amostragem/reamostragem sincronizadas [9], violando portanto os princípios usados na dedução de (13) e (14). Para garantir a coerência entre os conjuntos de partículas ao longo dos nós da rede, quantização tem de ser usada, como se descreve a seguir.

A. Algoritmo CB-I

Discute-se nesta seção uma nova técnica para detectar convergência da média consensual calculada em cada nó da rede. Seja $\mathcal{Q}(\cdot)$ um quantizador determinístico. No nó r , calcula-se então a função de controle

$$l_{r,n}^{(k,q)} = \begin{cases} 1, & \text{se } \mathcal{Q}(\tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n)) = \mathcal{Q}(\tilde{\Lambda}_{s,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n)), \\ & \forall s \in \mathbf{N}(r), \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (20)$$

Se $l_{r,n}^{(k,q)} = 1, \forall r$ (para um k fixo), a transitividade do operador de igualdade garante que

$$\mathcal{Q}(\tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n)) = \mathcal{Q}(\tilde{\Lambda}_{s,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n)), \quad \forall r \neq s. \quad (21)$$

¹Observe que uma iteração de consenso deve ser executada para cada uma das Q partículas e para cada possível valor de $\mathbf{x}_n^{(q)}$ dado $\mathbf{x}_{n-1}^{(q)}$ (no caso dois, dada a suposição de comunicação binária).

Se a igualdade em (21) for verificada, pode-se substituir $\Lambda_n^{(q)}(\mathbf{x}_n)$ em (13)-(14) pela versão quantizada $\tilde{\Lambda}_{s,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n)$, para qualquer nó s escolhido, resultando no mesmo conjunto de partículas e pesos em todos os receptores.

A condição de convergência em (21) pode ser verificada de forma distribuída através de uma rotina de *mínimo consensual* [7]. Especificamente, basta verificar que, para um dado índice k fixo, $\min\{\iota_{r,n}^{(k,q)}\} = 1$ para qualquer partícula q . A grandeza $\min_r\{\iota_{r,n}^{(k,q)}\}$ pode ser calculada iterativamente em cada nó r definindo-se a sequência de variáveis auxiliares $\{\tilde{\iota}_{r,n}^{(l,q)}\}$, $l \geq 0$, tal que

$$\tilde{\iota}_{r,n}^{(l+1,q)} = \min\{\tilde{\iota}_{s,n}^{(l,q)}\}, \quad s \in \{\mathbf{N}(r) \cup r\}, \quad (22)$$

em que $\tilde{\iota}_{r,n}^{(0,q)} = \iota_{r,n}^{(k,q)}$ e l é um contador de iteração separado. É possível verificar então [7] que, para qualquer nó r , $\{\tilde{\iota}_{r,n}^{(l,q)}\}$ converge para $\min_r\{\iota_{r,n}^{(k,q)}\}$ no máximo em D iterações, em que D é o chamado diâmetro da rede, i.e., o maior dos menores caminhos entre quaisquer dois nós. Portanto, se $\tilde{\iota}_{r,n}^{(D,q)} = 1$, $\forall r$, garante-se que o consenso em relação ao valor numérico quantizado de $\sum_{r=1}^R \Lambda_{r,n}^{(q)}(\mathbf{x}_n)$ foi atingido.

Para evitar ter de executar D iterações do algoritmo de mínimo consensual para cada iteração k do algoritmo de média consensual, usa-se o protocolo alternativo apresentado em [7], que consiste em fazer $l = k$ e reiniciar a rotina de mínimo consensual a cada D passos, i.e., faz-se $\tilde{\iota}_{r,n}^{(k,q)} = \iota_{r,n}^{(k,q)}$, se $\text{mod}(k, D) = 0$. Note ainda que esse procedimento alternativo só permite verificar a convergência da média consensual em iterações k tais que $\text{mod}(k-1, D) = 0$.

B. Algoritmo CB-II

O algoritmo CB-I descrito na Subseção IV-A apresenta a inconveniência de que não há nenhuma regra óbvia para se quantizar as variáveis auxiliares $\Lambda_{r,n}^{(k,q)}$, que podem tomar valores ilimitados no conjunto dos números reais e cuja distribuição de probabilidade *a priori* é desconhecida ou difícil de se calcular. Se um quantizador excessivamente fino for utilizado, a convergência do algoritmo de média consensual pode ser muito lenta. No caso oposto, o desempenho do filtro de partículas distribuído pode se deteriorar significativamente.

Para contornar as dificuldades descritas no parágrafo anterior, propõe-se uma metodologia alternativa em que se busca o consenso ao longo dos diferentes nós da rede em relação às grandezas quantizadas

$$\tilde{p}_r^k(\mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{0:n-1}, y_{1:R,0:n}) = \mathcal{Q}_1 \left(\frac{\exp(\tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n))}{\sum_{\mathbf{x}_n} \exp(\tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n))} \right), \quad (23)$$

$$\tilde{w}_{r,n}^{(k,q)} = \mathcal{Q}_2 \left(\frac{\tilde{w}_{r,n-1}^{(q)} \sum_{\mathbf{x}_n} \exp(\tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n) - \tilde{\Lambda}_{r,n-1}^{(q)}(\mathbf{x}_{n-1}^{(q)}))}{\sum_j \sum_{\mathbf{x}_n} \exp(\tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k,j)}(\mathbf{x}_n) - \tilde{\Lambda}_{r,n-1}^{(j)}(\mathbf{x}_{n-1}^{(j)}))} \right), \quad (24)$$

que aproximam, respectivamente, a função de importância ótima e os pesos normalizados. Ao contrário de $\tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k,q)}$, essas grandezas tomam valores reais *limitados* no intervalo $[0, 1]$. Em (23) e (24), $\tilde{\Lambda}_{r,n}^{(k,q)}(\mathbf{x}_n)$ é propagado pelas iterações de média consensual em (17), como no algoritmo CB-I. Por outro lado, $\tilde{w}_{r,n-1}^{(q)}$ e $\tilde{\Lambda}_{r,n-1}^{(q)}(\mathbf{x}_{n-1}^{(q)})$ representam as últimas aproximações *não quantizadas* obtidas por médias consensuais no instante $n-1$.

V. RESULTADOS NUMÉRICOS

Avaliou-se o desempenho dos algoritmos propostos através de simulações numéricas Monte Carlo. Simulou-se um sistema com $R = 4$ receptores independentes, sendo a taxa média de erro de bit (BER) em função da relação sinal-ruído (E_B/N_0) estimada através da média de 300 realizações independentes. Em cada realização, 300 bits aleatórios foram transmitidos, sendo os 100 primeiros descartados para permitir a convergência dos algoritmos. Os canais \mathbf{h}_r possuíam $L = 3$ coeficientes e foram obtidos amostrando-se independentemente, em cada realização e para cada receptor, de uma função densidade de probabilidade gaussiana complexa circular $\mathcal{N}(\mathbf{0}; \Lambda)$, $\Lambda = \text{diag}(2, 1, 0.5)$, sendo os parâmetros normalizados de forma que $\|\mathbf{h}_r\|^2 = 1$. A variância do ruído foi determinada de forma que $\sigma^2 = \|\mathbf{h}_r\|^2 N_0/E_B$.

Os filtros de partículas utilizaram a técnica de reamostragem sincronizada (*synchronized resampling*) [9], em todas as iterações. Os hiperparâmetros do modelo, por sua vez, foram arbitrariamente ajustados para os valores $\alpha = 1$, $\beta = 0,25$ e $\epsilon = 1$. Os coeficientes empregados para o cálculo das médias consensuais $\{b_{rs}\}$ foram

$$\mathbf{B} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Na Figura 1 mostram-se os resultados obtidos empregando-se os quantizadores $\mathcal{Q}(x) = [x]$ para o algoritmo CB-I e $\mathcal{Q}_1(x) = \mathcal{Q}_2(x) = [Qx]/Q$ para o algoritmo CB-II, em que $[\cdot]$ denota a operação de arredondamento para o número inteiro mais próximo. Para permitir comparações, foram avaliados sob as mesmas condições os desempenhos do algoritmo DcPF-II [4] e o obtido numa configuração em que os filtros de partículas operam independentemente. Na mesma figura, mostra-se o desempenho ótimo, oferecido pelo algoritmo BCJR centralizado, operando com conhecimento perfeito dos parâmetros dos canais. Pode-se notar que os algoritmos cooperativos (DcPF-II, CB-I e CB-II) demonstraram desempenhos superiores ao do método cego isolado. Porém, por efeito dos quantizadores, os algoritmos distribuídos baseados em consenso iterativo foram ultrapassados em desempenho pelo algoritmo DcPF-II, como esperado.

Na Figura 2, por sua vez, são exibidos os desempenhos médios resultantes ao se utilizarem os quantizadores mais finos $\mathcal{Q}(x) = [5x]/5$ para o algoritmo CB-I e $\mathcal{Q}_1(x) = \mathcal{Q}_2(x) = [5Qx]/5Q$ para o algoritmo CB-II. Como se pode observar, o desempenho do algoritmo CB-II alterou-se significativamente, aproximando-se daquele do algoritmo centralizado para níveis

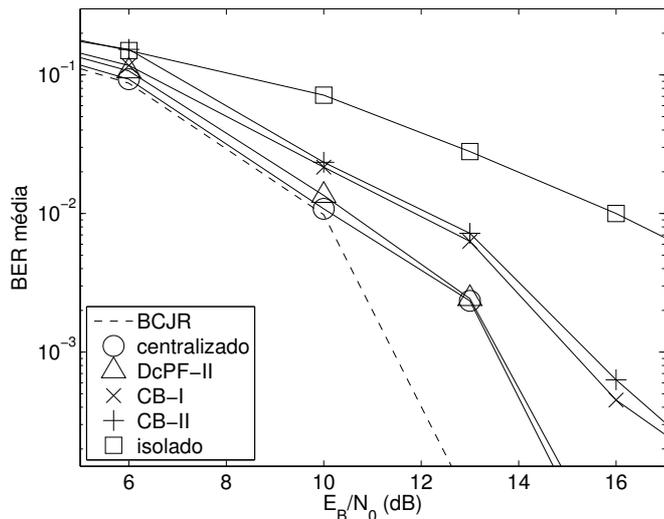


Fig. 1. Taxa média de erro (BER) avaliada em 300 realizações independentes.

médios de ruído. O desempenho do algoritmo CB-I, por sua vez, permaneceu praticamente inalterado.

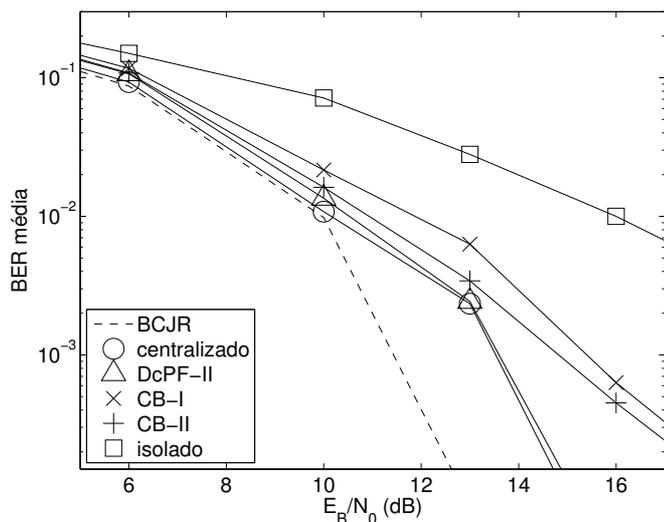


Fig. 2. Taxa média de erro (BER) avaliada em 300 realizações independentes utilizando-se quantizadores mais finos.

VI. CONCLUSÕES

Descobriram-se neste artigo dois novos algoritmos de filtragem de partículas distribuídos baseados em técnicas de consenso. Esses algoritmos podem ser aplicados a qualquer problema de filtragem não-linear com observações gaussianas condicionalmente independentes dadas as variáveis ocultas, caso estas tenham distribuições discretas. Os dois novos algoritmos quantizam diferentes variáveis subjacentes aos filtros de partículas, o que leva a distintos padrões de convergência.

Em um problema de equalização cega em um sistema de comunicação ponto-para-multiponto, os algoritmos CB-I e CB-II exibiram desempenhos similares em experimentos Monte Carlo, ultrapassando o de um sistema nos quais os

receptores operam isoladamente. Esses algoritmos, porém, mostraram uma pequena perda de desempenho em relação ao equalizador cego centralizado, que emprega um centro de fusão, e em relação ao algoritmo descentralizado DcPF-II [4], que requer a difusão de mensagens para todos os nós (receptores) da rede.

As simulações realizadas mostraram que a carga média de comunicação intranodal dos algoritmos CB-I e CB-II é uma função não linear dos parâmetros da simulação. Um estudo detalhado deste comportamento será alvo de trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

- [1] A. Ribeiro, G. B. Giannakis, e S. I. Roumeliotis, "SOI-KF: Distributed Kalman Filtering With Low-Cost Communications Using the Sign of Innovations," *IEEE Trans. on Sig. Proc.*, vol. 54, no. 12, pp. 4782–4795, 2006.
- [2] C. G. Lopes e A. H. Sayed, "Incremental Adaptive Strategies Over Distributed Networks," *IEEE Trans. on Sig. Proc.*, vol. 55, no. 8, pp. 4064–4077, Agosto de 2007.
- [3] A. Doucet, S. J. Godsill, e C. Andrieu, "On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering," *Stat. Comput.*, vol.10, pp. 197–208, 2000.
- [4] C. J. Bordin Jr. e M. G. S. Bruno, "Cooperative blind equalization of frequency-selective channels in sensor networks using decentralized particle filtering," in *42nd Asilomar Conf. on Sign., Syst. and Comp.*, pp. 1198–1201, Pacific Grove - CA, Outubro de 2008.
- [5] C. J. Bordin Jr. e M. G. S. Bruno, "Consensus-based Distributed Particle Filtering Algorithms for Cooperative Blind Equalization in Receiver Networks," in *IEEE Intl. Conf. on Acoustics, Speech, and Sig. Proc.*, pp. 3968–3971, Praga - República Tcheca, Maio de 2011.
- [6] L. Xiao e S. Boyd, "Fast linear iterations for distributed averaging," *Syst. Control Lett.*, vol. 53, no. 1, pp. 65–78, Setembro de 2004.
- [7] V. Yadav e M. V. Salapaka, "Distributed protocol for determining when averaging consensus is reached," in *45th Annual Allerton Conf.*, pp. 715–720, Allerton House - UIUC, Setembro de 2007.
- [8] S. Farahmand, S. I. Roumeliotis, e G. B. Giannakis, "Particle filter adaptation for distributed sensors via set membership," in *IEEE Intl. Conf. on Acoustics, Speech, and Sig. Proc.*, pp. 3374–3377, Dallas - TX, Março de 2010.
- [9] M. J. Coates, "Distributed particle filtering for sensor networks," in *3rd Intl. Symp. on Inf. Proc. in Sensor Networks*, pp. 99–107, Berkeley - CA, Abril de 2004.
- [10] M. Vemula, M. F. Bugallo, e P. M. Djurić, "Target tracking by fusion of random measures," *Signal, Image and Video Process.*, vol. 1, no. 2, pp. 149–161, 2007.
- [11] C. J. Bordin Jr. e M. G. S. Bruno, "A particle filtering algorithm for cooperative blind equalization employing VB parametric approximations," in *IEEE Intl. Conf. on Acoustics, Speech, and Sig. Proc.*, pp. 3834–3837, Dallas - TX, Março de 2010.
- [12] C. J. Bordin Jr. e M. G. S. Bruno, "Particle Filters for Joint Blind Equalization and Decoding in Frequency-Selective Channels," *IEEE Trans. on Sig. Proc.*, vol. 56, no. 6, pp. 2395–2405, Junho de 2008.
- [13] J. R. Norris, *Markov Chains*, Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics, Cambridge University Press, 1997.