

Projeto de Constelações de Sinais para Codificação Wavelet

Eline Alves Santos, Edmar Candeia Gurjão e F. M. de Assis

Resumo—A codificação wavelet tem se mostrado uma técnica promissora para sistemas de comunicação sem fio, especialmente devido a sua baixa complexidade de decodificação e ao bom desempenho em desvanecimento multi-percurso. Entretanto, esta técnica requer esquemas de modulação não usuais para que possa ser completamente explorada. Uma vez que os símbolos wavelet têm distribuição de probabilidade não uniforme, o projeto da constelação de sinais para os quais os símbolos wavelet são mapeados é de grande importância. Em trabalhos anteriores foram utilizados algoritmos de busca aleatórios para este fim. Neste artigo empregou-se uma técnica de otimização em pares (*pairwise optimization*) para resolver o problema. Os resultados das simulações demonstram um bom desempenho em termos de SER (*symbol error rate*) em comparação com constelações PSK não usuais projetadas por algoritmo genético.

Palavras-Chave—Codificação wavelet, sistemas de comunicação sem fio, projeto de constelações, desempenho (em termos de taxa de erro de símbolo).

Abstract—The advent of the wavelet coding has been recognized as a promising technique for wireless systems, especially due to its low decoding complexity and good performance over multipath fading. However, this technique requires unusual modulation schemes in order to be fully exploited. Since wavelet symbols have non-uniform probability distribution, an important goal is to design a good signal constellation onto which the wavelet symbols are mapped. Previous works has utilized random search algorithms with this purpose. In this paper we have applied a pairwise optimization technique to solve the problem. Numerical experiments shown good SER performance in comparison with the unusual PSK signal constellations designed by the genetic algorithm.

Keywords—Wavelet coding, wireless communication system, constellation design, symbol error rate performance.

I. INTRODUÇÃO

A codificação de canal wavelet foi primeiramente proposta por Tzannes [1] como uma nova abordagem para mitigar os efeitos destrutivos do desvanecimento em canais de comunicação sem fio. Está técnica é baseada nas propriedades de ortogonalidade entre as linhas de uma *matriz de coeficientes wavelet* (MCW). Cada símbolo codificado, denominado *símbolo wavelet*, é resultado de uma soma ponderada de vários bits de mensagem e a informação contida em cada bit de mensagem é espalhada em vários símbolos wavelet. Esta característica resulta em uma diversidade temporal intrínseca à sequência codificada.

Uma vantagem marcante da codificação wavelet encontra-se em seu bom desempenho associado com um algoritmo de decodificação simples. Em [2] foi realizada uma avaliação de

desempenho em que o sistema com codificação wavelet superou um sistema com codificação de bloco espaço-temporal (STBC - Space-Time Block Coding) de complexidade similar, em termos de taxa de erro de bit (BER - Bit Error Rate).

Uma vez que os símbolos wavelet apresentam distribuição de probabilidade não uniforme, o esquema de modulação adotado para a transmissão desses símbolos tem grande impacto no desempenho do sistema. Em [2] demonstra-se que o uso de constelações especiais melhora o desempenho em termos de BER do sistema. Nestes trabalhos, as constelações foram obtidas mediante a aplicação de algoritmo genético (AG) para minimizar numericamente uma expressão semi-analítica para a BER do sistema. Entretanto, durante a pesquisa foi observado que as constelações projetadas com uso do AG têm média diferente de zero.

Neste trabalho as buscas por constelações são refeitas com uso da metodologia iterativa apresentada em [3]. Esta metodologia permite reduzir o custo computacional da busca das constelações e ao mesmo tempo atender à restrição de média zero para a constelação. Resultados de simulação verificam ganhos de desempenho da ordem de 5 dB em termos de taxa de erro de símbolo (SER - Symbol Error Rate).

O restante deste artigo encontra-se organizado como segue. Na Seção II são descritos os processos de codificação e decodificação com wavelets. A metodologia de projeto utilizada para otimizar os mapas das constelações para sistemas com codificação wavelet é apresentada na Seção III. Na seção IV são apresentados e discutidos os resultados numéricos. Finalmente, na Seção V são feitas as considerações finais.

II. CODIFICAÇÃO WAVELET

Uma *matriz de coeficientes wavelet* (MCW) de ordem m e gênero g é definida como segue ([4], pág. 41, Equação (4.1))

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_0^0 & \cdots & a_{mg-1}^0 \\ a_0^1 & \cdots & a_{mg-1}^1 \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ a_0^{m-1} & \cdots & a_{mg-1}^{m-1} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Neste trabalho foi utilizada uma MCW cujos coeficientes (a_k^j) assumem valores no conjunto de inteiros $\{+1, -1\}$, e suas linhas satisfazem as condições de escala wavelet modificadas [1], [4]:

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_k^j = m\sqrt{g}\delta_{0,j}, \quad 0 \leq j \leq m-1 \quad (2)$$

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_{[k+ml]}^j a_{[k+m'l']}^{j'} = mg\delta_{j,j'}\delta_{l,l'}, \quad 0 \leq j, j' \leq m-1 \\ 0 \leq l, l' \leq m-1 \quad (3)$$

Eline Alves Santos, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe, Sergipe, Brasil, E-mail: eline.santos@ifs.edu.br, Edmar Candeia Gurjão e F. M. de Assis, Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba, Brasil, E-mails: ecan-deia@dee.ufcg.edu.br, fmarcos@dee.ufcg.edu.br.

em que $\delta_{j,j'}$ é o delta de Kronecker e a notação $[k + ml]$ corresponde a $k + ml \bmod mg$.

A Equação (3) assegura que as linhas de uma MCW de ordem m são mutuamente ortogonais quando deslocadas de comprimentos lm . Ela também estabelece que cada linha é ortogonal a uma cópia de si mesma deslocada de lm , sendo $0 < l \leq g - 1$. Essas condições de ortogonalidade são a base da codificação wavelet.

Considere uma sequência de bits de informação $\{x_n\}$, com $x_n \in \{+1, -1\}$, e uma matriz de coeficientes wavelet de ordem m e gênero g . No processo de codificação wavelet, uma sequência de bits é multiplicada pelas linhas de uma MCW, os resultados destas multiplicações são deslocados de m e somados para gerar os símbolos wavelets¹. Este procedimento de codificação é ilustrado na Tabela I para uma MCW de ordem 2 e gênero 4.

TABELA I
EXEMPLO DE CODIFICAÇÃO DE CANAL WAVELET

1	2	3	4	...	8	9	10	...
$x_1 a_0^0$	$x_1 a_1^0$	$x_1 a_2^0$	$x_1 a_3^0$...	$x_1 a_7^0$			
$x_2 a_0^1$	$x_2 a_1^1$	$x_2 a_2^1$	$x_2 a_3^1$...	$x_2 a_7^1$			
		$x_3 a_0^0$	$x_3 a_1^0$...	$x_3 a_5^0$	$x_3 a_6^0$	$x_3 a_7^0$	
		$x_4 a_0^1$	$x_4 a_1^1$...	$x_4 a_5^1$	$x_4 a_6^1$	$x_4 a_7^1$	
				...	\vdots	\vdots	\vdots	...
y_1	y_2	y_3	y_4	...	y_8	y_9	y_{10}	...

O símbolo wavelet y_n gerado no tempo $n = pm + q$, é igual a soma da n -ésima coluna dos valores dos bits codificados na Tabela I e portanto não é restrito a valores ± 1 . Pode ser expresso como [2]:

$$y_{pm+q} = \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{g-1} a_{lm+q}^j x_{(p-1)m+j} \quad (4)$$

e assume valores no conjunto $\{-mg, -mg + 2, \dots, -mg + 2k, \dots, 0, \dots, mg - 2, mg\}$.

Se os bits de informação são equiprováveis, os símbolos wavelet são distribuídos de acordo com:

$$Pr(y_n = 2k - mg) = \binom{mg}{k} (0,5)^{mg}, \quad 0 \leq k \leq mg. \quad (5)$$

No processo de codificação, m bits de informação são codificados em m símbolos wavelet e m intervalos de sinalização são usados para enviá-los, então este sistema tem eficiência espectral de 1bit/s/Hz.

A sequência de bits de informação $\{x_n\}$ pode ser reconstruída a partir da sequência recebida de símbolos através de um banco de correladores de comprimento mg casado às m linhas da matriz MCW. Na ausência de erros, a saída do correlador casado à linha a^j no tempo $i = m(g+p) - 1$ pode ser expresso por:

$$\begin{aligned} z_i^j &= \sum_{k=0}^{mg-1} a_{(mg-1)-k}^j y_{i-k} \\ &= \sum_{k=0}^{mg-1} \sum_{j'=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{g-1} a_{k-lm}^{j'} \left(a_{k-lm}^{j'} x_{j'+l(m+i)-(mg-1)} \right). \quad (6) \end{aligned}$$

¹O codificador wavelet pode ser representado por um banco de filtros como mostrado em [2]

Usando a condição (3), pode ser verificado que exceto quando $j = j'$ e $l = 0$ os termos da Equação (6) se cancelam, então

$$z_i^j = x_{j+i-(mg-1)} \sum_{k=0}^{mg-1} a_k^j a_k^j = mg x_{j+i-(mg-1)}. \quad (7)$$

Note que existe um atraso de $mg - 1$ para a decodificação do primeiro bit, daí em diante, para m símbolos que entram no decodificador serão produzidos m bits de informação.

O valor de z_i^j é usado para decidir sobre o bit $x_{j+i-(mg-1)}$, comparando seu valor com um limiar igual a zero, para minimizar a probabilidade de erro, uma vez que $x_n \in \{+1, -1\}$. A simplicidade da decodificação por correlação é uma das principais vantagens da técnica de codificação wavelet[1].

III. OTIMIZAÇÃO DE CONSTELAÇÕES PARA CODIFICAÇÃO WAVELET

Uma vez que a distribuição de probabilidade dos símbolos codificados é não uniforme, como expresso na Equação (5), a constelação usada para modular os símbolos wavelet tem um forte impacto no desempenho deste esquema de codificação.

Em [2] utilizou-se algoritmo genético (AG) para buscar uma constelação PSK (*Phase Shift Keying*) que minimiza a BER do sistema com codificação wavelet. Embora bons resultados tenham sido obtidos, o método de busca utilizado não leva em consideração a restrição de média zero, uma propriedade necessária a qualquer constelação ótima em termos de mínima SER) com restrição de energia média [3].

Os desempenhos obtidos em [2] podem ser melhorados por uma simples translação da constelação para que esta apresente média zero, e normalizando-as para a energia média original.

Motivados pelos bons resultados obtidos pela otimização em pares (*pairwise optimization*) para fontes com distribuição não uniforme apresentada em [3], neste trabalho, este método foi estendido a aplicações em canais com desvanecimento plano e aplicado ao projeto de constelações para codificação wavelet.

A. Formulação do Problema

O transmissor gera bits equiprováveis, estes são codificados por uma MCW em símbolos wavelets, distribuídos de acordo com a Equação (5). Os símbolos obtidos são mapeados em uma constelação M -ária de duas dimensões (2-D). Os sinais modulados são então transmitidos através de canal com desvanecimento Rayleigh plano. No receptor, um ruído AWGN é adicionado ao sinal recebido e a demodulação é feita pelo critério de máxima probabilidade a posteriori (MAP - *maximum a posteriori*).

Cada símbolo wavelet é mapeado para um ponto, \vec{s}_i , em alguma constelação M -ária inicial, em que $\vec{s}_i = (s_{i,x}, s_{i,y})$. Durante a otimização, a disposição dos pontos é mudada para obter uma taxa de erro de símbolo (SER - *Symbol Error Rate*) o mais baixa possível para uma dada razão sinal ruído E_b/N_0 , em que E_b é a energia média por bit.

Para obter uma constelação ótima, o espaço de busca a ser considerado na otimização é contínuo e consiste de todas as coleções de pontos $\{\vec{s}_1, \vec{s}_2, \dots, \vec{s}_M\}$ que satisfazem:

- restrição de média zero: $\sum_{i=1}^M p_i \vec{s}_i = 0$, e
- restrição da energia média: $\sum_{i=1}^M p_i \|\vec{s}_i\|^2 = E$,

em que a energia média por símbolo, E , é dada. Note que para o processo de codificação wavelet apresentado aqui $E = E_b$.

Para uma determinada constelação que atende às restrições acima, não é possível ajustar a posição de único ponto sem deixar de atender às restrições. Entretanto, utilizando-se um par qualquer de pontos da constelação, é possível mudá-los de posição de tal forma que a constelação ainda atenda às restrições. Esta otimização feita aos pares foi proposta em [3] e será detalhada a seguir.

Selecione dois pontos da constelação \vec{s}_1 e \vec{s}_2 , a restrição de média zero implica em

$$p_1 \vec{s}_1 + p_2 \vec{s}_2 = - \sum_{i=3}^M p_i \vec{s}_i \quad (8)$$

E a restrição para a energia média implica em

$$p_1 \|\vec{s}_1\|^2 + p_2 \|\vec{s}_2\|^2 = E - \sum_{i=3}^M p_i \|\vec{s}_i\|^2 \quad (9)$$

Resolvendo as Equações (8) e (9) para \vec{s}_2 temos

$$\left(s_{2,x} - \frac{p_1 a_x}{(p_1 + p_2)} \right)^2 + \left(s_{2,y} - \frac{p_1 a_y}{(p_1 + p_2)} \right)^2 = r^2 \quad (10)$$

Da dedução detalhada tem-se a seguinte expressão para r^2 :

$$r^2 = \frac{p_1(E - d)}{p_2(p_1 + p_2)} - \frac{p_1^3}{p_2(p_1 + p_2)^2} (a_x^2 + a_y^2). \quad (11)$$

em que $\vec{a} = -\frac{\sum_{i=3}^M p_i \vec{s}_i}{p_1}$ e $d = \sum_{i=3}^M p_i \|\vec{s}_i\|^2$

E \vec{s}_1 é dado por $\vec{s}_1 = \vec{a} - c \vec{s}_2$, então

$$s_{1,x} = a_x - c \cdot s_{2,x} \quad (12)$$

$$s_{1,y} = a_y - c \cdot s_{2,y} \quad (13)$$

em que $c = p_2/p_1$.

A Equação (10) corresponde a um círculo, centrado em $\left(\frac{p_1 a_x}{p_1 + p_2}, \frac{p_1 a_y}{p_1 + p_2} \right)$ com raio r , no qual \vec{s}_2 pode caminhar sem contrariar as restrições impostas à constelação, e \vec{s}_1 é obtido pela equação (12) também atendendo às restrições.²

Com a Equação (10), o problema de busca em quatro variáveis $(s_{1,x}, s_{1,y}, s_{2,x}, s_{2,y})$ para cada par de pontos selecionados é reduzido à busca em uma única variável, θ , a qual corresponde ao ângulo que parametriza a circunferência para \vec{s}_2 . Para um dado valor de θ , \vec{s}_2 está bem definido, e \vec{s}_1 está relacionado pela Equação (12).

Para avaliar as possíveis constelações foi utilizado o limitante superior da união para a SER (P_s) dado pela Equação (14), o qual é justo para médias e altas SNR (razão sinal ruído, do inglês *signal-to-noise ratio*) [3]. Este limitante pode ser frouxo para baixas SNR, no entanto é mais simples que outros limitantes mais justos. Para obter um desempenho do sistema ainda melhor podem ser utilizados limitantes superiores e inferiores mais justos [5].

²Foi notada uma discrepância entre a expressão para r^2 apresentada em [3] e a obtida neste trabalho. Após uma verificação cuidadosa das deduções, foi decidido utilizar a equação (11) aqui apresentada.

$$\begin{aligned} P_s &= \sum_{u=1}^M P(\epsilon | \vec{s}_u) P(\vec{s}_u) \\ &= \sum_{u=1}^M P\left(\bigcup_{i \neq u} \epsilon_{iu} | \vec{s}_u\right) P(\vec{s}_u) \\ &\leq \sum_{u=1}^M \sum_{i \neq u} P(\epsilon_{iu} | \vec{s}_u) P(\vec{s}_u) \end{aligned} \quad (14)$$

em que $P(\epsilon_{iu} | \vec{s}_u)$ é a probabilidade que \vec{s}_i apresente uma métrica MAP maior que \vec{s}_u dado que \vec{s}_u foi enviado, ou seja, $P(\vec{s}_i | \vec{r}) \geq P(\vec{s}_u | \vec{r})$. Em que $\vec{r} = \alpha \vec{s}_u + \vec{n}$ é o sinal recebido, α é a amplitude do desvanecimento com distribuição Rayleigh tendo como segundo momento $2\sigma^2$, e \vec{n} é o vetor ruído de média zero com componentes gaussianas descorrelacionadas, cada uma com variância $N_0/2$.

Assume-se que α , \vec{s}_u , e \vec{n} são independentes entre si, e que α pode ser corretamente estimada a partir do sinal recebido. Então, condicionada ao valor de α , $P(\epsilon_{iu} | \alpha, \vec{s}_u)$ é dado por:

$$P(\epsilon_{iu} | \alpha, \vec{s}_u) = Q\left(\frac{\alpha \|\vec{s}_i - \vec{s}_u\|}{\sqrt{2N_0}} + \frac{\sqrt{2N_0} \ln(P(\vec{s}_u) / P(\vec{s}_i))}{2\alpha \|\vec{s}_i - \vec{s}_u\|}\right) \quad (15)$$

E, $P(\epsilon_{iu} | \vec{s}_u)$ é dada por [5]:

$$\begin{aligned} P(\epsilon_{iu} | \vec{s}_u) &= \mathbb{E}_\alpha [P(\epsilon_{iu} | \alpha, \vec{s}_u)] \\ &= \int_0^\infty P(\epsilon_{iu} | \alpha, \vec{s}_u) \frac{\alpha}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right) d\alpha \\ &= \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\tau_{iu}}\right) \exp\left[-\frac{\omega_{iu}}{2} (1 - \tau_{iu})\right], & \text{se } \omega_{iu} \geq 0 \\ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\tau_{iu}}\right) \exp\left[-\frac{\omega_{iu}}{2} (1 + \tau_{iu})\right], & \text{se } \omega_{iu} < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

em que $\omega_{iu} = \frac{\ln[P(\vec{s}_u) / P(\vec{s}_i)]}{\sqrt{(\sigma^2 d_{iu}^2 + 2N_0) / (\sigma^2 d_{iu}^2)}}$, e $d_{iu} = \|\vec{s}_i - \vec{s}_u\|$ (em que $\|\cdot\|$ é norma Euclidiana).

A Análise acima para $P(\epsilon_{iu} | \vec{s}_u)$ foi feita para o canal com desvanecimento Rayleigh plano, diferentemente da análise feita em [3] na qual considerou-se um canal AWGN. Note que, para o canal com desvanecimento, $P(\epsilon_{iu} | \vec{s}_u)$ admite uma expressão fechada, enquanto que para o canal AWGN é preciso realizar uma integração numérica devido ao cálculo da função Q .

A cada iteração do processo de otimização, somente o par de pontos \vec{s}_1 e \vec{s}_2 mudam suas posições na constelação, então, pode-se ignorar os termos na Equação (14) para $u \neq 1, 2$ e $i \neq 1, 2$ uma vez que eles permanecem constantes. E então, a função objetivo a ser minimizada para cada par é:

$$\begin{aligned} F_{12} &= \sum_{i \neq 1} P(\epsilon_{i1}) P(\vec{s}_1) + \sum_{i \neq 2} P(\epsilon_{i2}) P(\vec{s}_2) \\ &\quad + \sum_{u=3}^M P(\vec{s}_u) (P(\epsilon_{1u}) + P(\epsilon_{2u})) \end{aligned} \quad (17)$$

B. Algoritmo

O pseudo-código do algoritmo implementado para otimizar as constelações é mostrado no quadro Algoritmo 1.

Entrada: função objetivo, probabilidade dos símbolos
Saída: constelação ótima ou sub-ótima
Inicialização:

- Configure uma constelação inicial, garantido que atende às restrições de média zero e de energia média.

Iteração:
ENQUANTO PARADA = FALSO, FAÇA

- 1) Aleatoriamente (uniformemente) selecione um par de pontos (\vec{s}_1, \vec{s}_2) .
- 2) Calcule os parâmetros de acordo com (10) e (12).
- 3) Se $r^2 < 0$, volte para o PASSO 1
- 4) Encontre as novas posições de (\vec{s}_1, \vec{s}_2) pela minimização de (17), e atualize as posições na constelação.
- 5) Se a constelação estabilizou, PARADA = VERDADE

END

Algorithm 1: Algoritmo de Otimização das constelações

Neste trabalho, foram utilizadas, como constelação inicial do algoritmo de otimização, constelações PSK especiais obtidas de [2] com média zero e energia média por símbolo $E = 1$.

Dependendo dos valores assumidos pelas variáveis p_1, p_2, d e \vec{a} na Equação (11), o parâmetro r^2 pode assumir valores negativos, então foi incluído a verificação do valor de r^2 no Passo 3, que não está presente no algoritmo original [3]. O algoritmo proposto é do tipo busca exaustiva, assim no Passo 4, o ângulo θ que parametriza o círculo é fixado em zero relativo ao eixo x, e assume passos discretos no sentido anti-horário, cada um no valor de três graus. A cada passo de θ, F_{12} é calculada usando os pontos correspondentes \vec{s}_1 e \vec{s}_2 em seus respectivos círculos, e para um determinado valor de SNR (E_b/N_0) projetado, o qual é mantido constante.

O limitante superior da união para SER, dado pela Equação (14), é utilizado para determinar se a constelação estabilizou. Diferentemente do algoritmo utilizado em [3] em que a estabilização foi determinada por inspeção visual. A cada 100 iterações o valor do limitante é verificado, se a variação for menor que 10^{-10} , a condição PARADA se torna VERDADE.

IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

Esta seção é dedicada à investigação de desempenho em termos de SER. Os resultados foram obtidos por simulação de Monte Carlo dos sistemas utilizando as constelações otimizadas aos pares (as quais serão doravante denominadas de M-PO, referente a *pairwise optimized*, em que M corresponde ao número de pontos da constelação). Os resultados obtidos são também comparados ao desempenho de constelações PSK especiais de mesma eficiência espectral, as quais serão denominadas de M -PSK, obtidas pelo uso de algoritmo genético (AG) para os mesmo sistemas de codificação wavelet aqui utilizados, apresentadas em [2].

Assume-se que o canal é lento no tempo, não seletivo em frequência e modelado pela distribuição Rayleigh. Assume-se também que o canal é perfeitamente estimado no receptor. A regra de máxima probabilidade a posteriori (MAP) é utilizada para detectar os símbolos wavelet no receptor. Os sistemas com codificação wavelet foram simulados para MCW's reais planas com dimensões 2x8 e 2x128.

Todas as constelações otimizadas aos pares apresentadas aqui foram obtidas para uma restrição de energia média $E = 1$ e SNR = 4 dB, exceto para constelação 9-PO especializada. As constelações PSK também apresentam energia média igual a 1.

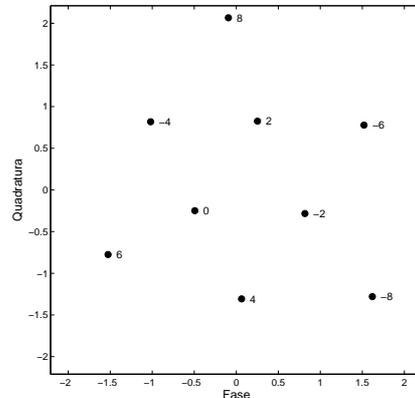


Fig. 1. Constelação 9-PO otimizada para MCW 2 x 8

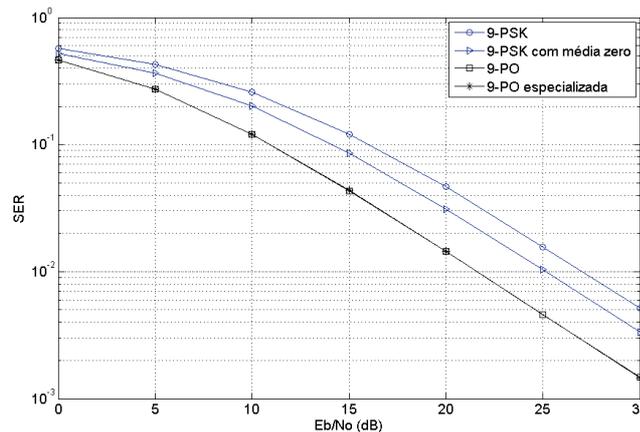


Fig. 2. Curvas de SER para uma constelação com MCW 2x8

A constelação otimizada aos pares para codificação wavelet com uma MCW 2x8 encontra-se na Figura 1. Os sinais das constelações estão rotulados com os valores dos símbolos wavelet que representam, neste caso têm-se 9 símbolos wavelet.

Na Figura 2 encontram-se curvas de SER versus E_b/N_0 obtidas para MCW 2x8. As curvas correspondem a constelação 9-PO, 9-PSK, 9-PSK transladada e normalizada para ter média zero e energia média igual a um, e a uma constelação 9-PO denominada especializada em que o desempenho a cada SNR avaliada corresponde ao desempenho de uma constelação projetada especificamente para aquela SNR.

Podem ser verificados que simplesmente transladar e normalizar a constelação 9-PSK melhora seu desempenho em cerca de 2 dB. A constelação 9-PO apresenta um ganho em termos de E_b/N_0 da ordem de 3 dB em relação à constelação 9-PSK com média zero para valores de SER abaixo de 10^{-1} , e um ganho de 5 dB em relação a constelação 9-PSK. Estes ganhos foram obtidos porque com a imposição de média zero é possível aumentar a mínima distância Euclidiana da constelação e ainda manter a energia média original. Assim como verificado em [3], para a otimização em pares lá apresentada (para canal

AWGN), aqui também a constelação especializada não teve ganhos consideráveis sobre a constelação 9-PO projetada para uma SNR fixa, neste caso SNR = 4 dB.

A seguir avalia-se um sistema com codificação wavelet para uma MCW 2x128. Note que, se cada símbolo wavelet for mapeado em ponto da constelação (mapeamento um a um), um aumento na dimensão $m \times mg$ da MCW utilizada na codificação pode resultar em uma degradação do desempenho devido à aglomeração dos símbolos na constelação, uma vez que para uma MCW $m \times mg$ são gerados $mg + 1$ símbolos wavelet. Para contornar este problema, em [2], foi utilizado um esquema de quantização de símbolos, em que mais de um símbolo wavelet é mapeado para um mesmo sinal da constelação.

TABELA II
ESQUEMA DE QUANTIZAÇÃO PARA UMA MCW 2x128

Conjunto Truncado	Símbolo Mapeado	Conjunto Truncado	Símbolo Mapeado
{0}	0	{14, 16, 18}	16
{2, 4, 6}	4	{-14, -16, -18}	-16
{-2, -4, -6}	-4	{20, 22, 24}	22
{8, 10, 12}	10	{-20, -22, -24}	-22
{-8, -10, -12}	-10	{26, 28, 30, ..., 128}	28
		{-26, -28, -30, ..., -128}	28

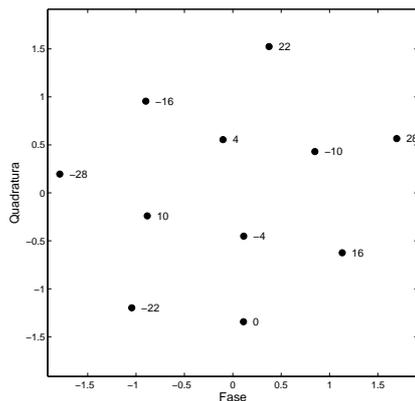


Fig. 3. Constelação 11-PO otimizada para MCW 2 x 128

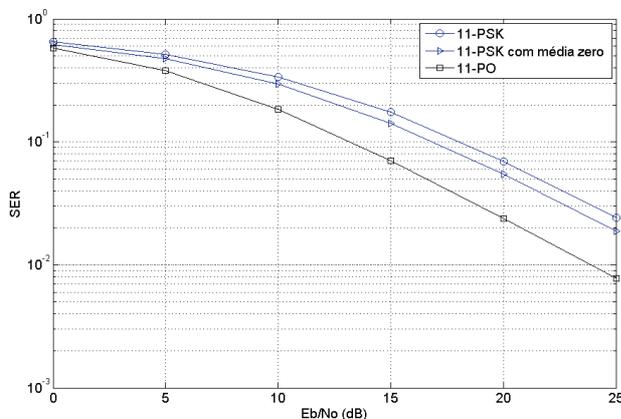


Fig. 4. Curvas de SER para uma constelação com MCW 2x128

Para um sistema com codificação wavelet com uma MCW 2x128 foi adotado o esquema de quantização apresentado em [2], mostrado na Tabela II. Este esquema de quantização

reduz o número de sinais da constelação de 129 para 11. A constelação otimizada aos pares para este esquema é mostrada na Figura 3.

As curvas de SER para um sistema wavelet com MCW 2x128 encontram-se na Figura 4. Pode ser observado que a constelação 11-PO apresenta um ganho da ordem de 4 dB em relação à constelação 11-PSK com média zero e da ordem de 5 dB sobre a constelação 11-PSK para valores de SER abaixo 10^{-1} .

Pôde-se verificar que para ambos os casos, MCW 2x8 e MCW 2x128, as constelações otimizadas aos pares apresentaram um desempenho melhor que as constelações PSK especiais.

V. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi proposto um algoritmo de otimização baseado na otimização em pares para projetar constelações para um sistema com codificação wavelet sujeito um canal Rayleigh plano. Foi constatado dos resultados numéricos obtidos que as constelações obtidas pela otimização aos pares exibiram melhor desempenho, em termos de SER, sobre as constelações PSK especiais. Se a complexidade adicional na demodulação devido a assimetria das constelações obtidas é aceitável, os ganhos são próximos a 5 dB. Por outro lado, se uma demodulação com complexidade mais baixa é necessária, as constelações PSK especiais podem ser melhoradas por uma simples operação de translação para que apresente média zero, seguida de um procedimento de normalização para atender à restrição de energia média.

Finalmente, é necessário ressaltar que as constelações aqui obtidas foram otimizadas considerando-se o desempenho em termos de SER. Note que, minimizar a SER não necessariamente implica em minimizar a BER. Em particular, para a codificação wavelet, um erro de demodulação entre símbolos wavelet de valores próximos pode resultar em nenhum bit errado, enquanto que um erro de demodulação entre símbolos com valores distantes pode ocasionar um surto de bit errados [1]. Esta restrição está implícita na BER, mas é invisível à otimização quando a função a ser minimizada é a SER.

Motivados pelos bons resultados obtidos neste trabalho, como próximo passo, pretende-se investigar a otimização aos pares para sistemas com codificação wavelet considerando o desempenho em termos de BER.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi apoiado pela CAPES, CNPQ (Projeto 305639/2009-9) e projeto PPP (Edital 001/08-FAPESQ/MCT/CNPq).

REFERÊNCIAS

- [1] M.A. Tzannes e M.C Tzannes, "Bit-by-bit channel coding using wavelets," *Global Telecommunications Conference, GLOBECOM '92*, v.2, pp. 684-688, Dezembro, 1992.
- [2] L. F. Q. Silveira, L. G. Q. Silveira Júnior, F. M. Assis e E.L pinto, "Analysis and optimization of wavelet-coded communication systems", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v.8, pp. 563-567, Fevereiro, 2009.
- [3] B. Moore, G. Takahara e F. Alajaji, "Pairwise Optimizastion of Modulation Constellations", *IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing*, Agosto, 2009.
- [4] Resnikoff, H. L. Wells, *Wavelet Analysis, The Scalable Structure of Information*, Springer, 1998.
- [5] L. Zhong, F. Alajaji, e G. Takahara, "Error analysis for nonuniform signaling over Rayleigh fading channels", *IEEE Transactions on Communications*, v. 83, pp. 39-43, Janeiro, 2005.