

Análise da Influência do Ruído no Desempenho de Conversores Analógico Para Informação

Luís F. N. M. Torres, Raimundo C. S. Freire, Edmar C. Gurjão, Bruno W. S. Arruda, Vanderson L. Reis e Verônica M. L. Silva

Resumo—A Amostragem Compressiva explora a esparsidade do sinal em um determinado domínio para capturar em um formato no tempo discreto apenas a informação contida no sinal, usando uma taxa de aquisição menor que a de Nyquist. O conversor analógico para informação (do inglês, *Analog-to-Information Converter* - AIC) é a implementação física da Amostragem Compressiva e tem seu desempenho bastante degradado com a presença de ruído. Neste artigo é analisado o desempenho de um AIC simulado no ambiente MATLAB[®]/Simulink, adicionando ruído gaussiano ao sinal de entrada. Utilizando a relação sinal-ruído e distorção (do inglês, *Signal-to-Noise and Distortion Ratio* - SINAD) observou-se uma queda de desempenho de 10dB quando o ruído é adicionado.

Palavras-Chave—Conversor, Informação, Amostragem Compressiva, Ruído, SINAD.

Abstract—Compressive Sensing exploits the sparsity of the signal in a given domain to capture only its information content in a discrete-time format using an acquisition rate lower than the Nyquist rate. The *Analog-to-Information Converter* (AIC) is the physical implementation of Compressive Sensing with performance greatly degraded by the presence of noise. In this paper the performance of a simulated AIC in the MATLAB[®]/Simulink environment is analyzed, adding Gaussian noise to the input signal. Using the *Signal-to-Noise and Distortion Ratio* (SINAD) as performance metrics, it was found a 10dB performance loss when noise is added.

Keywords—Converter, Information, Compressed Sensing, Noise, SINAD.

I. INTRODUÇÃO

Amostragem Compressiva é uma técnica que explora a esparsidade dos sinais com o intuito de amostrá-los a uma taxa inferior a de Nyquist [1], [2]. Essa técnica é realizada fisicamente por um conversor analógico para informação, o qual recebe em sua entrada um sinal analógico e produz medidas digitalizadas e já comprimidas desse sinal [3]. Tal sinal comprimido pode ser reconstruído utilizando otimização convexa [4].

Embora essa técnica tenha a vantagem de evitar a taxa de Nyquist, consequentemente gerando menos dados e apresentando melhor eficiência energética, uma desvantagem é o seu desempenho na presença de ruído, o que faz com que a reconstrução do sinal seja falha [5]. É possível encontrar na bibliografia especializada trabalhos que comprovam matematicamente a influência do ruído na reconstrução do sinal [6],

Luís F. N. M. Torres, Bruno W. S. Arruda, Verônica M. L. Silva, COPELE, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande-PB, E-mails: luis.torres, bruno.arruda, veronica.silva@ee.ufcg.edu.br. Edmar C. Gurjão, Raimundo C. S. Freire, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande-PB, E-mails: ecg, freire@dee.ufcg.edu.br Vanderson L. Reis, CMDI, Instituto Federal do Amazonas, Manaus-AM, E-mail: king75br@gmail.com

[7], [8], [9]. Em face disso, diversos outros trabalhos foram motivados a obter reconstruções mais robustas por meio de modificações nos algoritmos de reconstrução [5], [10], [11].

Por outro lado, essas análises e melhoramentos foram realizados tomando como base apenas o conceito de Amostragem Compressiva, desconsiderando a forma como o ruído pode se comportar em uma implementação física de um AIC. Portanto, neste artigo é realizada uma análise do efeito do ruído no desempenho de um AIC, tomando como medida de desempenho a Relação Sinal-Ruído e Distorção (SINAD) calculada diretamente a partir das medidas produzidas pelo AIC, tanto em simulação como em *hardware*.

Este artigo está dividido da seguinte forma: na Seção II são apresentados conceitos básicos sobre Amostragem Compressiva e a arquitetura do AIC utilizada nas análises; na Seção III são apresentados os tipos de ruídos presentes no AIC; na Seção IV é descrita a metodologia usada para análise da influência do ruído no AIC; na Seção V são apresentados os resultados obtidos relativos ao desempenho do AIC em ambiente ruidoso. Conclusões são apresentadas na seção VI.

II. AMOSTRAGEM COMPRESSIVA

A notação matemática básica da Amostragem Compressiva é dada por

$$y = Ax, \quad (1)$$

sendo x um vetor esparso $N \times 1$, A uma matriz de medição $M \times N$ e y um vetor de medidas $M \times 1$. Se x não for esparso, pode-se utilizar uma transformação linear Ψ que o leva para o domínio esparso, tal que

$$x = \Psi^{-1}s, \quad (2)$$

de modo que s seja uma representação esparsa do vetor x . Dessa forma, a Equação 1 pode ser reescrita como

$$y = A\Psi^{-1}s \quad (3)$$

A matriz A deve ter certas características para garantir a recuperação do sinal x a partir das medidas y , e essa recuperação é feita resolvendo um problema de otimização (minimização da norma l_1). Essas restrições e outros detalhes, por não serem objetivo do presente trabalho não serão discutidos, e podem ser verificados em [1], [2], [12].

A. Conversor Analógico para Informação

Os AIC são elementos que implementam a Amostragem Compressiva tomando medidas de um sinal analógico $x(t)$, produzindo medidas no tempo discreto y . O funcionamento do AIC consiste basicamente em realizar o produto interno entre o sinal de entrada e funções de medida, que são as versões analógicas das linhas da matriz de medidas A . Para adquirir um sinal $x(t)$, deve-se considerar um intervalo de tempo finito $t \in [0, T]$, um conjunto de funções de medições $a_j(t)$, $j = 1, \dots, M$ e realizar M medições, ou seja,

$$y[j] = \int_0^T x(t)a_j(t)dt, j = 1, \dots, M. \quad (4)$$

Para que a Equação 4 seja implementada em *hardware*, pode-se utilizar um multiplicador, um integrador, um gerador de sequências pseudoaleatórias para formar as linhas da matriz de medidas A e um dispositivo para digitalizar as medidas do vetor y . Em geral, tais elementos podem ser implementados eletronicamente por: multiplicadores analógicos para realizar o produto entre o sinal $x(t)$ e cada uma das funções $a_j(t)$; circuitos digitais são baseados em *Linear Feedback Shift Register* (LFSR) [13], para gerar os sinais $a_j(t)$; filtros analógicos, para integrar o produto do sinal de entrada com a matriz de medidas; conversores analógico-digitais, para digitalizar a medida do sinal; e circuitos digitais, para realizar a lógica de temporização dos dispositivos anteriores.

Uma implementação do AIC foi feita em [14] baseando-se na arquitetura pré-integrador de modulação aleatória (do inglês, *Random Modulator Pre-Integration* - RMPI) [15]. O RMPI consiste em multiplicar o sinal de entrada $x(t)$ por uma sequência de pulsos com amplitudes ± 1 gerados a partir de uma sequência binária pseudoaleatória (do inglês, *Pseudo-Random Binary Sequence* - PRBS), e em seguida integrar o resultado dessa multiplicação por meio de um filtro passa-baixas, usado como integrador, que produzirá a medida. Esse processo é realizado em paralelo em M canais, e o resultado obtido em cada um desses M canais são amostrados por meio de um ADC com baixa taxa de amostragem, obtendo o valor final da medida.

No trabalho realizado em [14], que é a arquitetura aqui utilizada, foram inseridas possibilidades de reconfiguração do *hardware* com base nas características do sinal de entrada. Para tanto, além do *hardware* implementado foi desenvolvido no Simulink um modelo do *hardware* para analisar as características dinâmicas do *hardware* sem que se fosse necessário modificar partes físicas. Mesmo tendo considerado que o modelo desenvolvido é fiel ao *hardware*, em [14] também foi observado que a discrepância entre os resultados simulados e experimentais sofre influência de não haver na simulação o modelo do ruído ao qual o *hardware* está sujeito.

Dessa forma, este trabalho se propõe a apresentar um modelo mais completo pela inserção do ruído no modelo proposto em [14] e realizar a análise no desempenho nesse novo contexto. Na próxima seção é apresentado o modelo do ruído considerado neste trabalho, possibilitando estender as análises realizadas em [14].

III. RUÍDO EM AIC

Neste trabalho será considerado o ruído aditivo gaussiano branco ou simplesmente AWGN (do inglês, *Additive Gaussian White Noise*) que será adicionado ao sistema. Na Amostragem Compressiva há três tipos de configurações para adicionar ruído. O primeiro será denominado ruído do canal e afeta o sinal a ser medido, o segundo quando o ruído aparece durante a medição (interno ao *hardware*) que será denominado ruído do sistema [15], [12], e a terceira é a combinação das duas anteriores. Essas configurações podem ser modeladas como ilustrado na Figura 1.

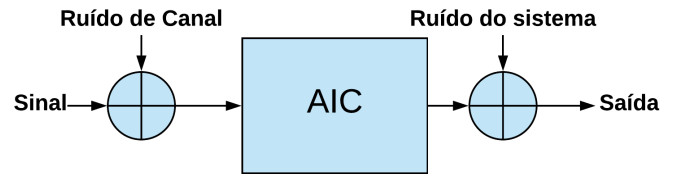


Fig. 1. Modelo dos ruídos do canal e do sistema.

A representação matemática pode ser feita da seguinte forma, considerando $\Theta = A\Psi^{-1}$:

- 1) Quando as medidas são afetadas apenas pelo ruído do sistema (η)

$$y = \Theta s + \eta \quad (5)$$

- 2) Quando as medidas são afetadas apenas pelo ruído do canal (z):

$$y = \Theta(s + z) \quad (6)$$

- 3) Quando o ruído está presente durante todo o processo, que é o pior caso, tem-se

$$y = \Theta(s + z) + \eta \quad (7)$$

O efeito do ruído foi analisado em [7] considerando η como um ruído de medição e z como um ruído associado ao sinal com covariância $\sigma_0^2 I$. O problema foi reescrito como

$$y = Bx + u, \quad (8)$$

sendo B uma matriz obtida a partir de Θ , e u o ruído branco de média zero e covariância $(\sigma^2 + \frac{N}{M}\sigma_0^2)I$.

Pode-se observar que, como $M \ll N$, a compressão aumenta a variância do ruído, fato denominado de *noise folding* e que diminui o desempenho da Amostragem Compressiva [7]. Porém é mostrado que fazendo $N, M \rightarrow \infty$, com $\frac{N}{M} \rightarrow \infty$, as constantes para a Propriedade da Isometria Restrita (do inglês, *Restricted Isometry Property* - RIP), que estabelecem as condições necessárias e suficientes para garantir a unicidade da reconstrução do sinal medido mesmo na presença do ruído, não se alteram.

Para analisar o efeito do ruído na Amostragem Compressiva duas medidas de desempenho serão utilizadas. A primeira é a relação Sinal-Ruído (do inglês, *Signal-to-Noise Ratio* - SNR), que é definida como a razão da potência do sinal P_{Sinal} e a potência do ruído $P_{Ruído}$ sobreposto a ele, e é expressa como

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{Sinal}}{P_{Ruído}} \right) \quad (9)$$

Outra métrica é a SINAD, que é semelhante à definição da SNR, acrescentando agora as distorções geradas pelo sistema em uma senoide aplicada na entrada. Portanto, a SINAD corresponde à relação entre a potência do sinal e a potência combinada de todos os componentes de distorção e ruído. A SINAD pode ser obtida por meio das Equações 11 ou 12.

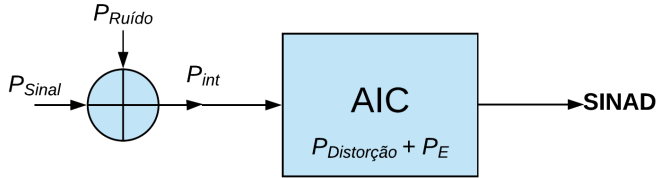


Fig. 2. Representação dos ruídos presentes no cálculo da SINAD.

$$P_{int} = P_{Sinal} + P_{Ruído} \quad (10)$$

$$SINAD = \frac{P_{int}}{P_E + P_{Dist}} \quad (11)$$

ou

$$SINAD_{dB} = 10 \log_{10} SINAD \quad (12)$$

em que P_{Sinal} é a potência do sinal de entrada, $P_{Ruído}$ é a potência do ruído de canal, P_{Dist} é a potência da distorção dentro do AIC e P_E é o ruído interno do AIC.

A SNR e a SINAD foram utilizadas para medir a qualidade do sinal de acordo com a variação dos parâmetros de variância do ruído e amplitude do sinal de entrada.

IV. ANÁLISE DO EFEITO DO RÚIDO

Para analisar a influência do ruído no desempenho do AIC foi escolhido o modelo da Equação 6, e com isso, o modelo de simulação desenvolvido por [14] foi alterado para incluir o bloco gerador do ruído e a soma da saída desse bloco com as medidas. O modelo foi implementado no *software* MATLAB®/Simulink. O bloco gerador do ruído permite a configuração da média, variância, semente e o tempo de amostragem. Para cada parâmetro considerou-se a média igual a 0, a variância entre 0,1 e 1, a semente com um valor aleatório que muda para cada simulação e o tempo de amostragem de 0,312 μ s.

Para o sinal de entrada escolheu-se a senoide com frequência fixa de 1 kHz, gerada por um gerador de forma de onda arbitrária, com amplitude variando entre $1V_{pp}$ e $14V_{pp}$ com incrementos de $1V_{pp}$. O esquema da simulação para representar a adição do ruído está ilustrado na Figura 3. A ordem da matriz de medição utilizada é 8×32 , e para a reconstrução do sinal x foi utilizado o algoritmo de reconstrução CoSaMP [16].

Para cada valor da amplitude do sinal da entrada a variância do ruído foi ajustada para atingir uma determinada SNR, e com isso foi possível obter diversos cenários. Além da SINAD e SNR, outras métricas como, erro médio quadrático (do inglês, *Mean Square Error* - MSE) e variância, foram utilizadas por

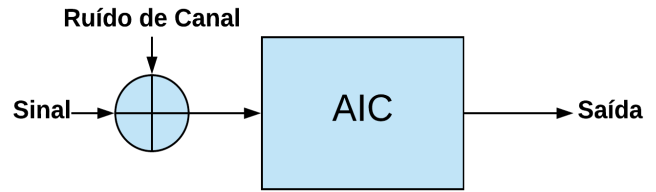


Fig. 3. Modelo com adição de ruído ao sinal.

já estarem disponíveis no modelo sem ruído. O MSE entre o sinal x e a sua reconstrução \tilde{x} , é dado por

$$MSE = |x - \tilde{x}|^2 \quad (13)$$

Para cada configuração de amplitude do sinal de entrada e de variância do ruído, foram realizadas 100 simulações, e ao final foram tomadas as médias dos valores do MSE e SINAD obtidos. Esse procedimento tem por finalidade suavizar a variação, e permitir uma maior exatidão na construção dos gráficos. Foi utilizado para o cálculo da SINAD o algoritmo *sine wave fit* para AIC [17].

V. RESULTADOS

As Tabelas I e II apresentam os valores das métricas de desempenho para o menor e o maior valor de amplitude do sinal de entrada para o AIC. Os valores apresentados permitem observar que à medida que a variância (potência do ruído) aumenta, a SNR e a SINAD diminuem.

TABELA I
RESULTADOS PARA $1V_{pp}$.

σ^2	SNR_{dB}	$SINAD_{dB}$	MSE
0,1	0,9691	15,4408	9,08E-6
0,2	-2,0412	11,268	5,37E-5
0,3	-3,8021	10,0857	5,13E-4
0,4	-5,0515	9,1788	5,9E-7
0,5	-6,0206	7,3107	2,9E-3
0,6	-6,8124	6,259	1,98E-4
0,7	-7,4819	5,2831	3,41E-5
0,8	-8,0618	5,9896	9,01E-6
0,9	-8,5733	5,6445	2,2E-3
1	-9,0309	5,8576	1,2E-3

TABELA II
RESULTADOS PARA $14V_{pp}$.

σ^2	SNR_{dB}	$SINAD_{dB}$	MSE
0,1	23,892	34,1799	1,63E-5
0,2	20,881	32,4415	1,70E-5
0,3	19,12	31,3334	1,77E-5
0,4	17,871	30,2737	1,54E-5
0,5	16,902	29,7196	1,35E-5
0,6	16,11	29,225	6,14E-6
0,7	15,441	28,8383	1,72E-5
0,8	14,861	27,7456	1,93E-5
0,9	14,349	28,0359	1,54E-5
1	13,892	27,063	2,82E-5

A Figura 4 apresenta o comportamento da SINAD em função da variância do ruído e, como esperado, temos para

as maiores amplitudes do sinal de entrada, os maiores valores de SINAD. Esse fato é importante, pois garante uma melhor reconstrução do sinal original. Também há uma tendência dos valores da SINAD ficarem mais próximos à medida que a amplitude do sinal de entrada aumenta ao ponto em que o ruído influencia muito pouco na reconstrução.

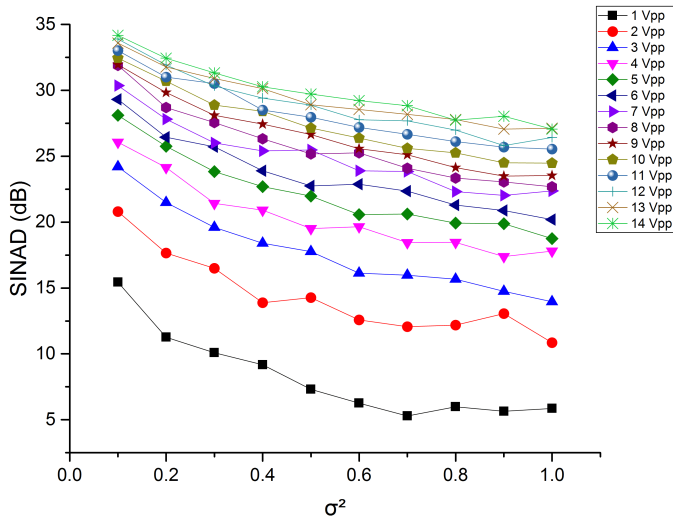


Fig. 4. $SINAD_{dB}$ em função da variância do ruído.

Para uma simulação sem a presença do ruído, foi obtida uma $SINAD = 36,8442$, ou seja, essa SINAD não varia à medida que a amplitude do sinal varia. Vale a pena lembrar que mesmo sem ruído ainda há a distorção, por isso a SINAD tem valores limitados. Para isso foi feito uma comparação entre os valores da SINAD medidos em *hardware* com valores da SINAD simulados sem ruído. Esta comparação está ilustrada na Figura 5.

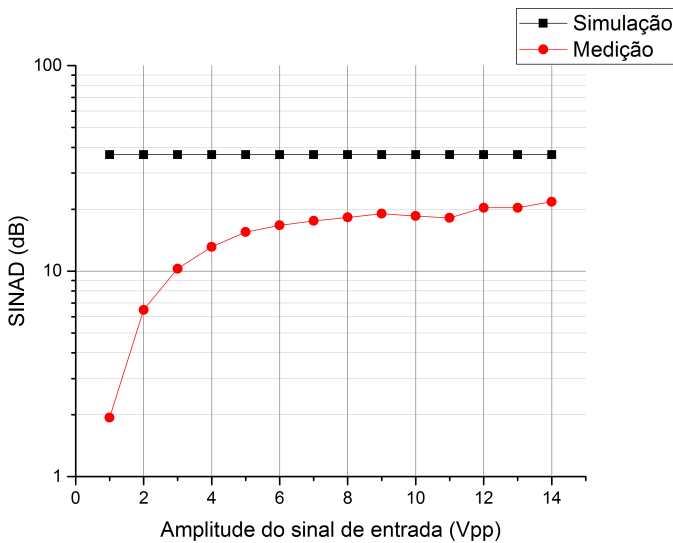


Fig. 5. Comparação da SINAD simulado sem ruído com a SINAD medida em *hardware*.

Agora, considerando o ruído na simulação para o sinal de entrada, temos que para cada valor de tensão de pico-a-pico obtemos um diagrama de caixa da SINAD, e este

diagrama varia de acordo com a variância. Comparando a SINAD simulada com um valor de SINAD medido no AIC em *hardware*, obtemos uma curva que apresenta uma mesma tendência, como representado na Figura 6.

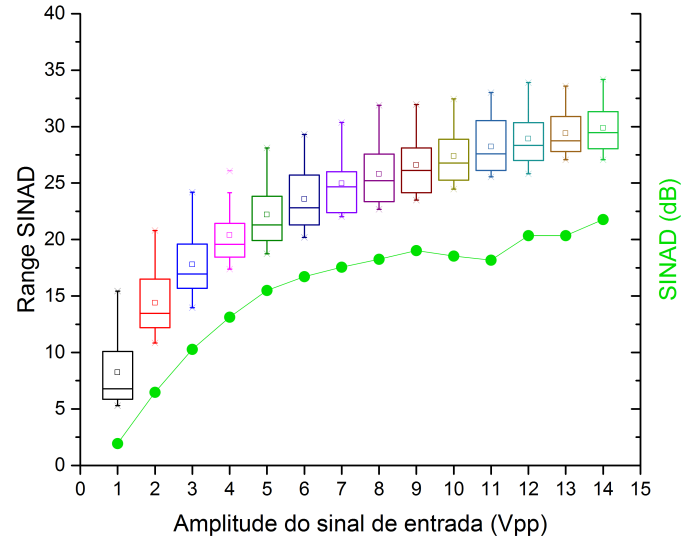


Fig. 6. Relação da SINAD medida e simulada em função da amplitude do sinal.

Comparando as Figuras 5 e 6 observa-se que o modelo com a inserção do ruído aqui proposto está mais próximo dos valores obtidos nas medições, o que torna o modelo mais realista. A diferença que se mantém entre os valores simulados e medidos é devido as não idealidades no *hardware*, como por exemplo variâncias nos valores dos dispositivos utilizados na construção do *hardware*. Até onde vai nosso conhecimento, não encontramos trabalhos que sigam a mesma linha de análise no AIC, comparando medidas do *hardware* com a simulação na presença de um ruído.

VI. CONCLUSÕES

Neste artigo, foi realizada a análise da influência do ruído no desempenho de conversores analógico para informação, na qual, um ruído gaussiano foi adicionado ao sinal de entrada.

Utilizando a SINAD foi possível quantificar o efeito do ruído no desempenho de um AIC, e mostrar que um modelo com o ruído adicionado está mais próximo dos valores obtidos nas medições, o que torna o modelo mais fiel a realidade.

Também observou-se para uma arquitetura específica o efeito do *noise-folding* e foi possível verificar que o ruído efetivamente altera o desempenho do AIC, e que à medida que a SNR cai o desempenho também cai.

REFERÊNCIAS

- [1] D. L. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, April 2006.
- [2] E. J. Candes and T. Tao, "Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies?" *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 12, pp. 5406–5425, Dec 2006.
- [3] S. Rapuano, "Analog-to-information converters: research trends and open problems," in *2016 26th International Conference Radioelektronika (RADIOELEKTRONIKA)*, April 2016, pp. 10–17.

- [4] B. W. S. Arruda, R. C. S. Freire, L. F. N. M. Torres, V. L. Reis, and E. C. Gurjão, "Influence of measurement matrix characteristics in a configurable analog-to-information converter performance," in *2017 2nd International Symposium on Instrumentation Systems, Circuits and Transducers (INSCIT)*, Aug 2017, pp. 1–4.
- [5] Z. Zhang, C. Pei, N. Chen, and Y. Yi, "Robust reconstruction under unknown snr signal for analog-to-information conversion," in *2009 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, May 2009, pp. 576–579.
- [6] M. Raginsky, R. M. Willett, Z. T. Harmany, and R. F. Marcia, "Compressed sensing performance bounds under poisson noise," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, no. 8, pp. 3990–4002, Aug 2010.
- [7] E. Arias-Castro and Y. C. Eldar, "Noise folding in compressed sensing," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 18, no. 8, pp. 478–481, Aug 2011.
- [8] A. A. Saleh, F. Alajaji, and W. Y. Chan, "Compressed sensing with non-gaussian noise and partial support information," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 22, no. 10, pp. 1703–1707, Oct 2015.
- [9] A. Lavrenko, F. Römer, G. D. Galdo, and R. Thomä, "On the snr variability in noisy compressed sensing," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 24, no. 8, pp. 1148–1152, Aug 2017.
- [10] N. Wan-zheng, W. Hai-yan, W. Xuan, and Y. Fu-zhou, "The analysis of noise reduction performance in compressed sensing," in *2011 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC)*, Sept 2011, pp. 1–5.
- [11] V. Meena and G. Abhilash, "Robust recovery algorithm for compressed sensing in the presence of noise," *IET Signal Processing*, vol. 10, no. 3, pp. 227–236, 2016.
- [12] E. C. Gurjão, *Introdução à Amostragem Compressiva*, jun 2010.
- [13] V. L. Reis, E. C. Gurjão, and R. C. S. Freire, "Using synchronism pulse to improve a2i implementations," in *2015 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC) Proceedings*, May 2015, pp. 13–17.
- [14] V. L. Reis, "Conversor configurável analógico para informação," Ph.D. dissertation, Universidade Federal de Campina Grande, 2017.
- [15] S. Becker, "Practical compressed sensing: modern data acquisition and signal processing," Ph.D. dissertation, California Institute of Technology, 2011.
- [16] D. Needell and J. A. Tropp, "Cosamp: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples," *Commun. ACM*, vol. 53, no. 12, pp. 93–100, Dec. 2010. [Online]. Available: <http://doi.acm.org/10.1145/1859204.1859229>
- [17] P. Daponte, L. D. Vito, and S. Rapuano, "An extension to ieee std. 1241 sine fit for analog-to-information converters testing," in *2015 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC) Proceedings*, May 2015, pp. 1933–1937.