

Análise da Capacidade de um Sistema MIMO sob a Influência de Acoplamento Mútuo

Marcos Patricio dos Santos Jr., Leonardo Reis e A. Judson Braga

Resumo—Este artigo apresenta um estudo sobre a influência do acoplamento mútuo no desempenho de um sistema de comunicações sem fio MIMO. Foi utilizado o modelo teórico apresentado em [1], com o objetivo de introduzir o efeito do acoplamento mútuo em cenário de interesse e resultados obtidos por meio de simulações eletromagnéticas, para validação do modelo utilizado. Por último, utilizou-se a capacidade como métrica para avaliar o efeito do acoplamento mútuo sobre o desempenho do sistema em situações de forte e fraca correlação espacial.

Palavras-Chave—Acoplamento Mútuo, Capacidade, MIMO.

Abstract—This paper presents a study of the influence of mutual coupling on the performance of a MIMO wireless communication system. We used theoretical models to achieve the mutual coupling effect between array elements in a scenario of interest. Validation of models is obtained through simulations, and the metric capacity was used to evaluate mutual coupling effect on system performance under strong and weak spatial correlations.

Keywords—Capacity, MIMO, Mutual Coupling.

I. INTRODUÇÃO

Na última década houve grande interesse no estudo de técnicas de multi-antenas em transmissão e/ou recepção. Essas técnicas de camada física podem trazer melhorias em termos de taxa de transmissão e qualidade de enlace, sem necessidade de se utilizar maior banda ou potência de transmissão. O que podem ser explicados pela natureza aleatória dos canais de propagação, principalmente onde o fenômeno de multi-percurso está presente. Em um sistema ideal para multiplexação espacial MIMO (múltiplas entradas, múltiplas saídas), onde os elementos dos arranjos em transmissão e recepção são isotrópicos, otimizadamente espaçados, mutuamente isolados e imersos em ambiente espacialmente branco de média zero, os ganhos do canal de propagação MIMO são descorrelacionados oferecendo canais de transmissão de dados paralelos. Assim, têm-se tais melhorias ocorrem devido ao aumento do número de canais de propagação.

Para os sistemas de comunicação, a antena é um componente crítico. Um bom projeto da antena pode relaxar os requisitos do sistema, e melhorar de uma forma geral seu desempenho. Entretanto, as propriedades de radiação da antena e a perda de retorno, bem como a capacidade do canal, podem ser modificadas devido a diversos fatores, como a presença de espalhadores em campo próximo, acoplamento mútuo, etc.

As formulações de correlação entre dois pontos no espaço tratadas para um receptor ou transmissor mono-antena presentes em um canal em mobilidade [2] podem ser estendidas à correlação entre elementos de um arranjo de espaçamento

finito [3]. O espaçamento finito também é responsável pelo acoplamento mútuo que afeta o sinal transmitido e recebido devido à diversos fatores, como mudança do diagrama de radiação, descasamento de impedância, dentre outros.

Devido a uma demanda existente por terminais de comunicação móvel compactos, o efeito do acoplamento mútuo não pode ser negligenciado e assim deve ser levado em consideração no desempenho de um sistema MIMO. Alguns estudos mostram que o acoplamento mútuo pode melhorar a capacidade do canal MIMO [4], [5] e [6], porém tais estudos não buscam separar a influência do acoplamento mútuo e da mobilidade do canal no cálculo da capacidade.

Neste trabalho será investigado o efeito do acoplamento mútuo no desempenho de um sistema de comunicação sem fio MIMO. Para isso será utilizado um simulador de antenas e o modelo presente em [7] para se avaliar os diferentes cenários de influência do acoplamento mútuo propostos em [8].

II. DESENVOLVIMENTO

Neste trabalho, considerou-se, por simplicidade, um sistema MIMO 2x2, em que as antenas se comunicam através de uma canal correlativo com descasamento do tipo Rayleigh. Foram usadas antenas do tipo dipolo de meio comprimento de onda, pois o objetivo deste trabalho não era buscar geometrias de antenas que possibilitassem a minimização do acoplamento mútuo. Para a análise proposta usou uma frequência de operação de 2.4 GHz e considerou-se que elementos de cada arranjo (transmissão e recepção) estão recepção separadas por uma distância d em relação ao comprimento de onda λ .

A. Impedância Mútua e Própria

A utilização do dipolo possibilitou a redução do tempo de simulação, bem como um melhor entendimento do efeito, devido ao fato de existir soluções analíticas, conforme descrito em [9]. Na equação (1) tem-se um conjunto de expressões para a impedância mútua (resistência R_{21m} e reatância X_{21m}) em um caso onde os dipolos estão dispostos lado a lado ¹.

$$\begin{aligned} R_{21m} &= \frac{\eta}{4\pi}(2C_i(u_0) - C_i(u_1) - C_i(u_2)) \\ X_{21m} &= -\frac{\eta}{4\pi}(2S_i(u_0) - S_i(u_1) - S_i(u_2)) \\ u_0 &= kd \\ u_1 &= k(\sqrt{d^2 + l^2} + l) \\ u_2 &= k(\sqrt{d^2 + l^2} - l) \end{aligned} \quad (1)$$

¹O modelo lado a lado, refere-se ao mesmo apresentando em [9].

em que, $S_i(\bullet)$ e $C_i(\bullet)$ são as funções seno integral e cosseno integral, respectivamente; η é a impedância intrínseca do meio; k é o número de onda; l é o tamanho do dipolo; a é a espessura do dipolo e d a distância entre os centros de cada dipolo, sendo os três últimos expressos em unidade de comprimento.

Para o caso de um dipolo de meio comprimento de onda, tem-se que a sua impedância própria é $73 + j45 \Omega$ [9]. Comumente para zerar o valor da reatância usa-se casadores de impedância ou reduz-se o tamanho do dipolo até que sua reatância seja suficientemente baixa para a aplicação desejada [9].

B. Modelo

Para introduzir o efeito do acoplamento mútuo, foi utilizado um modelo baseado no apresentado em [7] brevemente descrito abaixo. O modelo foi usado originalmente para determinação do ângulo de chegada de uma onda plana em um arranjo linear de dipolos por meio da medida da tensão no terminal de cada um dos seus elementos [7]. Neste trabalho, diferentemente da proposta inicial, o modelo foi utilizado para determinar o diagrama de radiação modificado devido à influência do acoplamento mútuo.

Considere uma onda plana incidente sobre um arranjo linear de dipolos igualmente espaçados por uma distância d , como mostra Fig. 1. A fim de incluir o efeito do acoplamento mútuo tem-se a equação (2) [7]

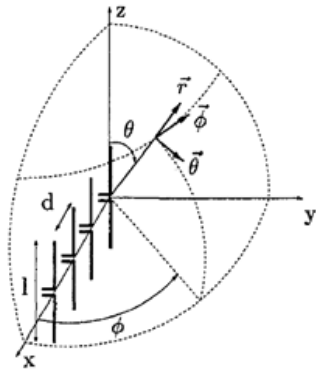


Fig. 1. Arranjo linear de dipolos [7].

$$\begin{bmatrix} E_{1mc}(\theta, \phi) \\ E_{2mc}(\theta, \phi) \\ \vdots \\ E_{kmc}(\theta, \phi) \end{bmatrix} = (Z_A + Z_T) \hat{Z}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ a(d_1, \theta, \phi) \\ \vdots \\ a(d_n, \theta, \phi) \end{bmatrix} E_0(\theta, \phi) \quad (2)$$

em que, E_{kmc} é o campo elétrico da k-ésima antena modificado devido ao efeito do acoplamento mútuo, E_0 é o campo elétrico da antena isolada, θ é a elevação, ϕ é o azimute, $a(d_k, \theta, \phi)$ é a defasagem entre o sinal que chega na k-ésima antena e o sinal na antena de referência, Z_A é a impedância própria da antena, Z_T é a impedância da fonte, escolhida como o conjugado complexo da impedância própria da antena a fim de obter a máxima transferência de potência e \hat{Z} é a matriz de impedância mútua dada por

$$\hat{Z} = \begin{bmatrix} Z_A + Z_T & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_A + Z_T & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_A + Z_T \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde Z_{nm} é a impedância mútua entre os elementos de índice n e m do arranjo de antenas.

A Fig. 2 apresenta uma comparação entre o diagrama de radiação obtido por simulação e por meio do modelo descrito. Verifica-se que os dois diagramas são bem semelhantes, apresentando um erro do modelo com relação ao simulado de 0.02%. Na figura abaixo, o dipolo está paralelo ao eixo z .

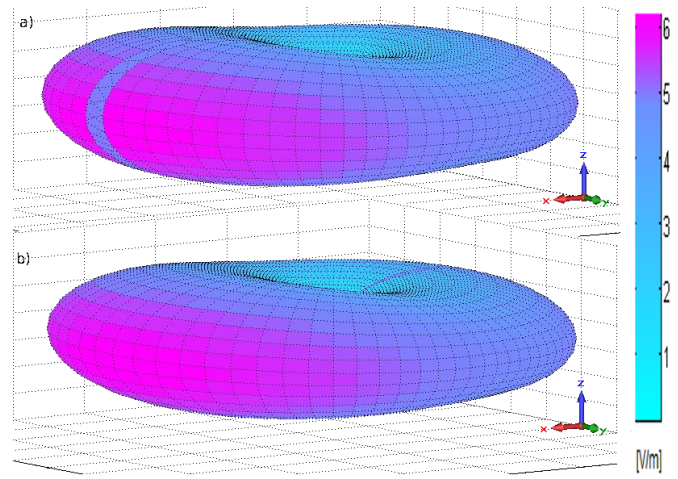


Fig. 2. a) Diagrama de radiação obtido por meio de simulação. b) Diagrama de radiação obtido através do modelo apresentado (direita).[7].

Para o caso de propagação em 2-D, tomando uma elevação fixa ($\theta = 90^\circ$), tem-se que a defasagem entre dois pontos do dois diagramas de radiação é dada pela equação 4:

$$a(d_k, \phi) = e^{j2\pi \frac{d_k}{\lambda} \cos \phi} \quad (4)$$

De posse das equações (2)-(4) pode-se obter o diagrama de radiação modificado, devido à influência do acoplamento mútuo. Desse modo, é possível calcular a correlação espacial a partir da expressão abaixo [10], que será necessária para introduzir a influência do acoplamento mútuo na capacidade do sistema.

$$\rho_e = \frac{\int \left(\frac{XP R E_{\theta X}(\Omega) E_{\theta Y}^*(\Omega) P_\theta(\Omega) + E_{\phi X}(\Omega) E_{\phi Y}^*(\Omega) P_\phi(\Omega)}{XP R G_{\theta X}(\Omega) P_\theta(\Omega) + G_{\phi X}(\Omega) P_\phi(\Omega)} \right) d\Omega \int \left(\frac{XP R G_{\theta Y}(\Omega) P_\theta(\Omega) + G_{\phi Y}(\Omega) P_\phi(\Omega)}{XP R G_{\theta Y}(\Omega) P_\theta(\Omega) + G_{\phi Y}(\Omega) P_\phi(\Omega)} \right) d\Omega}{\int \left(\frac{XP R G_{\theta X}(\Omega) P_\theta(\Omega) + G_{\phi X}(\Omega) P_\phi(\Omega)}{XP R G_{\theta X}(\Omega) P_\theta(\Omega) + G_{\phi X}(\Omega) P_\phi(\Omega)} \right) d\Omega \int \left(\frac{XP R G_{\theta Y}(\Omega) P_\theta(\Omega) + G_{\phi Y}(\Omega) P_\phi(\Omega)}{XP R G_{\theta Y}(\Omega) P_\theta(\Omega) + G_{\phi Y}(\Omega) P_\phi(\Omega)} \right) d\Omega} \quad (5)$$

Na qual $\Omega = (\theta, \phi)$ é o ângulo sólido, $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$, $G_\theta = E_\theta(\Omega) E_\theta^*(\Omega)$, $E_{\theta X}(\Omega)$ e $E_{\theta Y}(\Omega)$ são o diagrama de radiação complexo para a polarização vertical das antenas X e Y respectivamente, $P_\theta(\Omega)$ e $P_\phi(\Omega)$ são as potências incidentes para as polarizações vertical e horizontal respectivamente, e $XP R$ é a média no tempo da razão entre a potência vertical e horizontal.

$$XPR = \frac{P_V}{P_H} \quad (6)$$

C. Canal MIMO

Considerou-se um canal com desvanescimento do tipo Rayleigh no cálculo de correlação e simulação do canal [10], nesse modelo as antenas, tanto transmissoras quanto receptoras, são suficientemente separadas de modo que a correlação espacial entre os elementos é praticamente nula. Para esse desenvolvimento considera-se essa correlação nula, e que todos os caminhos individuais são caracterizados pela mesma potência média. Assim, tem-se que

$$\text{vec}(H_{MC}^H) = R^{1/2} \text{vec}(G^H) \quad (7)$$

em que o operador vetor $\text{vec}()$ é obtido pelo empilhamento de cada coluna de uma matriz sobre outra coluna, resultando em um vetor longo composto por todas as colunas da matriz, e o operador $(\bullet)^{1/2}$ refere-se a decomposição de Cholesky. H_{MC} é a matriz do canal, incluindo o desvanecimento do tipo Rayleigh, G é uma matriz cujo os elementos são independentes e identicamente distribuídos (iid), gaussianos complexos de média zero e variância unitária.

No caso de um canal gaussiano MIMO, será considerado o Modelo de Kronecker. Neste, tem-se uma simplificação da matriz da correlação espacial do sistema assumindo que é possível separá-la em duas novas matrizes, em que cada matriz contém a informação de correlação espacial de um dos lados do enlace.

$$R = R_R \otimes R_T \quad (8)$$

onde, R_R e R_T são as matrizes de correlação do transmissor e do receptor, respectivamente, e \otimes é o produto de Kronecker. A partir das equações (7) e (8), pode-se chegar a definição do canal Rayleigh presente na equação 9.

$$H_{MC} = R_R^{1/2} G R_T^{1/2} \quad (9)$$

D. Capacidade

A capacidade do canal estabelece um limite máximo para a taxa de transmissão que o canal é capaz de suportar e que garanta uma probabilidade de erro arbitrariamente baixa na recepção [11]. Para chegar nesse limite são utilizados modelos probabilísticos, onde mensagens de natureza aleatória são transmitidas pelo canal. Conhecendo-se a função de densidade de probabilidade (p.d.f) do sinal transmitido e as características do canal, é possível determinar a p.d.f conjunta dos sinais transmitidos e recebidos e estabelecer um método de maximização que leve à capacidade do canal.

Considerando um sistema SISO, a capacidade do canal em um dado instante é dada por [11].

$$C(SNR) = \log(1 + SNR|h_{t_i}|^2) \quad (10)$$

em que, SNR é a relação sinal ruído na antena receptor e h_{t_i} é o ganho complexo do canal em um dado instante de tempo t_i . De modo semelhante, usando a representação do canal previamente apresentada, pode-se modelar o canal MIMO por

uma matriz n_R por n_T $H_{n_R \times n_T}$, composta por variáveis aleatórias independentes, gaussianas, circularmente simétricas, de média nula e variância unitária, onde n_R é o número de elementos no receptor e n_T no transmissor. Neste caso, não está sendo considerada a correlação espacial existente entre os terminais. Assim como no caso SISO, partiu-se do princípio de que o arranjo de antena receptora conheça completamente as informações do canal. Deste modo tem-se que a capacidade do canal MIMO é dada pela equação (11) [11].

$$C(SNR) = \log \det \left(I_{n_R} + \frac{SNR}{n_T} H H^H \right) \quad (11)$$

Na qual, I_{n_R} é uma matriz identidade de ordem n_R , $\det(\bullet)$ é o operador determinante e $(\bullet)^H$ é o operador hermitiano. Como a matriz é composta de variáveis aleatórias, a capacidade do sistema, neste caso, também será uma variável aleatória. Supondo um cenário onde o canal varie ergodicamente no tempo, a capacidade do sistema a partir de várias realizações do canal será dada por [11]:

$$\bar{C}(SNR) = E[C(SNR)] \quad (12)$$

em que, a esperança estatística é calculada em relação a distribuição de H e a variável aleatória definida na equação (11). Pode-se, então, interpretar a capacidade ergódica como a taxa média suportada pelo canal.

III. RESULTADOS

A. Correlação Espacial

Conforme descrito anteriormente, será utilizado o modelo presente em [7] para analisar a influência do acoplamento mútuo na capacidade do sistema. Para este modelo, deve-se obter o diagrama de radiação da antena de interesse isolada, que foi obtido por meio de um simulador de antenas. Nesse caso, o diagrama não contém as informações referentes ao acoplamento mútuo. Desta forma, pode-se obter o diagrama de radiação dos demais elementos introduzindo a defasagem decorrente do deslocamento espacial com relação à origem do sistema. Nesse caso, escolhe-se como origem o centro de fase de um dos dipolos. Assim, obteve-se um arranjo de duas antenas desconsiderando o efeito do acoplamento mútuo.

Variando a distância entre as antenas do arranjo, calculou-se os valores da impedância mútua, através do conjunto de equações (1). Os valores de impedância mútua estão apresentados no gráfico apresentado na Fig. 3.

Foi implementado um código responsável pela inserção do efeito do acoplamento mútuo no diagrama de radiação de cada elemento do arranjo, usando as informações apresentadas na Fig. 3 e as equações (2)-(4). Utilizando os resultados deste código e aplicando na equação (5), foi possível obter o gráfico para as correlações espaciais apresentados na Fig. (4).

A fim de verificar a eficácia do modelo para o cálculo da correlação espacial com a influência do acoplamento mútuo, foi calculado o valor da mesma usando somente diagramas de radiação obtidos por meio de simulação. Nesse caso, está sendo simulando um arranjo de duas antenas, por isso os valores do diagrama de radiação já incluem o efeito

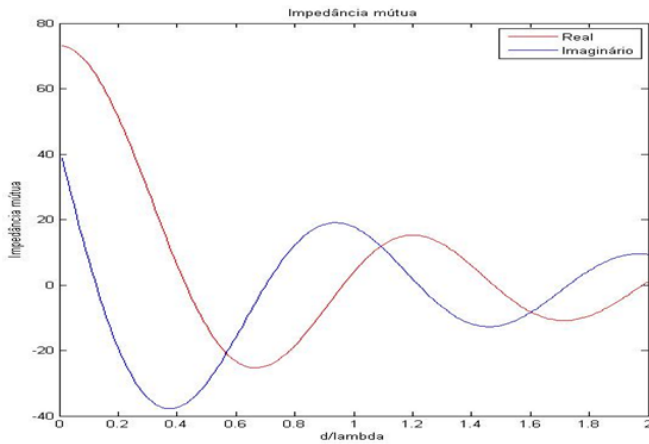


Fig. 3. Impedância mútua do dipolo no arranjo dispostos lado a lado.

do acoplamento mútuo das duas antenas. De posse dos dados do diagrama de radiação complexo, utilizou-se (5) para determinação da correlação espacial.

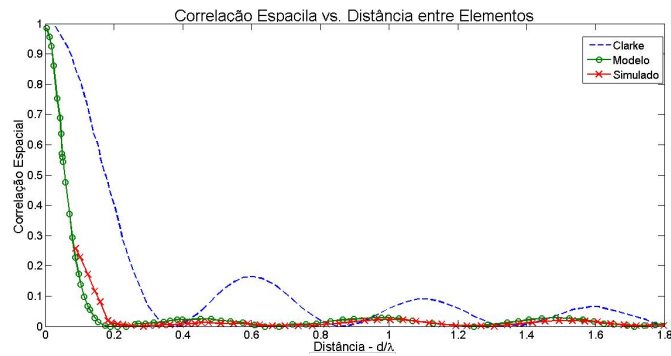


Fig. 4. Gráficos das correlações espaciais para os Modelos de Clarke, T.S., e Diagrama de Radiação simulado.

O gráfico apresentado na Fig. 4 contém um comparativo da correlação obtida a partir do modelo e a partir de resultado de simulações. Para este caso o erro quadrático médio entre as duas curvas é na ordem de $10^{-4}\%$. Pode-se assim usar tal modelo para as devidas análises. Além disso, também são mostrados na Fig. 4 os valores das correlações espaciais obtidas a partir do modelo de Clarke, que desconsidera a influência do acoplamento mútuo.

B. Capacidade

Para fazer a análise de capacidade, considera-se que o arranjo de antenas é composto de antenas fictícias com as seguintes características:

- 1) A antena fictícia isolada apresenta o diagrama de radiação de um dipolo isolado, em que a defasagem espacial entre os elementos do arranjo de antenas fictícias é a mesma que para um arranjo linear de dois elementos dispostos lado a lado separados por distância d_i , afim de obter uma correlação espacial inicial de interesse .
- 2) A antena apresenta a mesma impedância mútua de um dipolo que esteja em arranjo de dois elementos dispostos lado a lado a uma distância fictícia (d_e).

A partir dessas considerações, deseja-se analisar a capacidade do sistema sob dois cenários de interesse, no qual, os diagramas de radiação utilizados para as antenas fictícias no arranjo têm alta ou baixa correlação espacial entre si. A partir desses diagramas de radiação, inseri-se a influência do efeito do acoplamento mútuo em função de d_e . A Fig. 5 mostra de forma simplificada o processo implementado para o cálculo da capacidade.

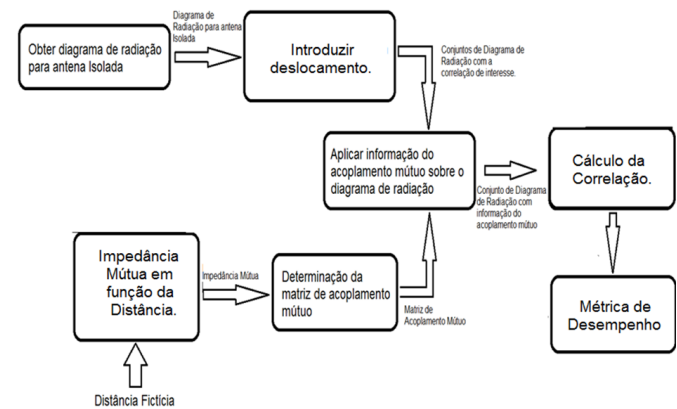


Fig. 5. Fluxograma para a análise de capacidade.

Com essa análise, pretende-se separar, em termos de capacidade do sistema, a influência devido ao acoplamento mútuo daquela devido à correlação espacial que está associada ao caráter aleatório do canal.

Inicialmente, simula-se o ambiente no qual as antenas fictícias estão sob alta correlação espacial ($d_i = 0, 1\lambda$). Em seguida o efeito do acoplamento mútuo foi inserido em função da distância fictícia d_e . A Figura 6 apresenta o resultado da capacidade ergódica em função de d_e comparando com a capacidade para um espaçamento fixo a $0, 1\lambda$ sem acoplamento. Para realizar a comparação dos gráficos obtidos nas simulação, obteve-se a capacidade ergódica do sistema, utilizando-se 10000 realizações do canal.

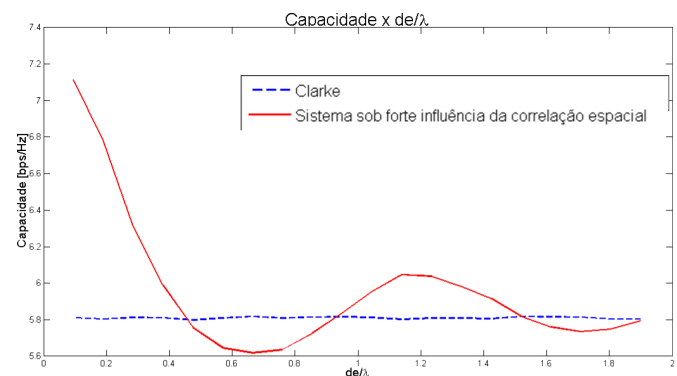


Fig. 6. Comparação entre os gráficos da capacidade do sistema com antenas fictícias sob forte influência da correlação espacial calculada para o caso onde há acoplamento mútuo (linha contínua) e o caso onde esse não se faz presente (linha pontilhada).

No gráfico da Figura 6 é possível observar que para alguns intervalos de distância d_e entre as antenas que estão dentro de

um mesmo arranjo (transmissor ou receptor), a capacidade encontrada para o caso onde não há a influência do acoplamento mútuo foi inferior que para o caso onde essa influência esteve presente. Assim, para certos valores da impedância mútua entre as antenas fictícias, o efeito do acoplamento mútuo foi benéfico. Isso é uma observação interessante, pois espera-se de um sistema MIMO, cujas antenas estão fortemente acopladas, que a sua capacidade seja menor do que em ambiente onde o acoplamento não se faz presente. Isso ocorre porque, quando d_e/λ é pequeno, o valor da impedância mútua das antenas é significativo na impedância da antena. Com isso, o acoplamento mútuo é muito forte, descorrelatando as antenas. Entretanto, quando d_e/λ é grande, o valor da impedância mútua diminui, assim como a influencia do acoplamento mútuo no sistema, e portanto, deixa de causar interferência no sinal que está fortemente correlato. As variações de capacidade coincidem com a parte real da impedância mútua conforme mostra a Fig. 3.

Deseja-se, desta vez, simular um ambiente no qual as antenas fictícias estão fracamente correlatadas espacialmente com um espaçamento d_i coincidente com um zero da função de Bessel ($d_i = 0, 4\lambda$). Como na simulação anterior, a capacidade ergódica utilizando realizações de canal com acoplamento artificialmente embutido é calculada em função de d_e e comparada ao modelo clássico sem acoplamento para espaçamento d_i de 0.4λ . Veja o resultado na Fig. 7.

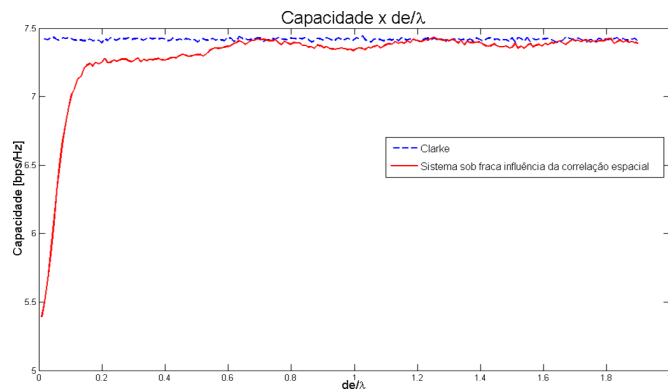


Fig. 7. Comparação entre os gráficos da capacidade do sistema com antenas fictícias sob fraca influência da correlação espacial para o caso onde há acoplamento mútuo (linha contínua) e o caso onde esse não se faz presente (linha pontilhada).

No gráfico apresentado na Fig. 7, nota-se que existem intervalos nos quais a capacidade do sistema que considera o acoplamento mútuo chega a tocar a curva para o caso onde esse não está presente. Isso também traz uma observação importante: quando o sistema MIMO operar sob condições ideais nas quais a correlação espacial do sistema esteja bem próxima de zero, o acoplamento mútuo pode até permitir que os canais de comunicação forneçam capacidade igual ao sistema de referência. Evidenciando que o acoplamento mútuo, isoladamente, é de fato um efeito danoso.

Neste novo cenário, ficou claro que o acoplamento mútuo não foi benéfico como no cenário anterior. Quando a correlação espacial pode ser desconsiderada, o acoplamento mútuo reduz a capacidade do sistema MIMO, ao contrário

do acréscimo de capacidade apresentado anteriormente. As regiões onde o desempenho do sistema foi pior coincidiu com as regiões em que a impedância mútua é um número real.

Assim, para valores de d_e/λ maiores, a capacidade foi se aproximando da capacidade ergódica (utilizadas 10000 realizações de um canal MIMO do tipo Rayleigh) calculada como referência.

Percebe-se assim que o acoplamento mútuo pode ajudar o desempenho do sistema com alta correlação espacial entre os elementos presentes no arranjo de antenas transmissor ou receptor, reduzindo essa correlação espacial.

IV. CONCLUSÃO

A partir de modelos teóricos de correlação e acoplamento mútuo, foram apresentados estudos da influência de ambos fenômenos sobre o desempenho de sistemas MIMO. Com este trabalho, foi possível concluir que o acoplamento mútuo é um efeito que sozinho degrada o sinal, pois faz com que as múltiplas antenas estejam mais correlacionadas. Exceto para o caso onde o efeito da correlação espacial já é dominante (curtíssimas distâncias entre elementos). Portanto, a influência negativa ou positiva do acoplamento mútuo sobre o desempenho do sistema pode variar em função desse espaçamento. Apesar de muitos estudos defenderem a ideia de que o acoplamento mútuo não é bom para o desempenho do sistema, o fato é que ele é um efeito intrínseco dos sistemas MIMO. O que é possível fazer é controlar este efeito, de forma que seja possível melhorar o desempenho do sistema.

REFERÊNCIAS

- [1] T. Svantesson. "The Effects of Mutual Coupling Using a Linear Array of Thin Dipoles of Finite Length". In Proc. 8th IEEE SSAP, pp 232-235, Portland, September 1998.
- [2] R. H. Clarke, "A Statistical Theory of Mobile-Radio Receptions," Bell Syst. Tech. J., pp. 957-1000, Jul.-Aug. 1968.
- [3] A. Sibille, C. Oestges and A. Zanella, "A short introduction to MIMO," in *MIMO: From Theory to Implementation*, 1st ed. Burlington, MA: Elsevier, 2011, ch. 1, pp. 5-6.
- [4] Lu, S. and Hui, H. T. and Bialkowski, M., *Optimizing MIMO Channel Capacities Under the Influence of Antenna Mutual Coupling*. IEEE Antennas and Wireless Propagation, Vol 7, pp. 287-290, 2008.
- [5] T. Svantesson, A. Ranheim, "Mutual coupling effects on the capacity of multielement antenna systems," *icassp*, vol. 4, pp.2485-2488, Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2001 Vol 4. 2001 IEEE International Conference on, 2001.
- [6] S. Lu, H. T. Hui, and M. Bialkowski, "Optimizing MIMO Channel Capacities Under the Influence of Antenna Mutual Coupling," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 7, pp. 297-299, 2008.
- [7] S. Durrani and M. E. Bialkowski, *Effect of mutual coupling on the interference rejection capabilities of linear and circular arrays in CDMA systems*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol 52, No 4, pp. 1130-1134, April 2004.
- [8] V.P. Tran and A. Sibille, "MIMO Channel Capacity and Mutual Coupling in Circular Arrays of Monopoles", Tech. Rep. COST 273 TD (03) 099, Paris, France, 22-23 may 2003.
- [9] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, third edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2005.
- [10] H. BOCSKEI AND A. J. PAULRAJ, *Multiple-input multiple-output (MIMO) wireless systems*, Cambridge University Press, 2003.
- [11] H. BOLCSKEI, D. GESBERT, C. B. PAPADIAS, E. A. J. V. DER VEEN, *Space-Time Wireless Systems - From Array Processing to MIMO Communications*. Cambridge University Press, 2006.