Identificação de Exsudatos Utilizando o Algoritmo Bioinspirado na Colônia Artificial de Abelhas

Ana E. M. F. da Costa, Alessandro Falqueto, Carmonizia da S. Freire, Kerven M. M. de Albuquerque e Carlos D. M. Regis.

Resumo— A necessidade de diagnosticar a presença de retinopatia em pacientes diabéticos, impulsionou o desenvolvimento de algoritmos de processamento que fossem capazes de diagnosticar a doença em sua fase inicial. Neste projeto foram utilizadas técnicas de pré-processamento para melhorar a qualidade das imagens, visando a exclusão de artefatos indesejáveis. O algoritmo bioinspirado na colônia artificial de abelhas teve a função de buscar nas imagens características relacionadas aos exsudatos. Para a avaliação do algoritmo proposto foram usados testes de diagnósticos referentes à especificidade e acurácia alcançando 98% e 97%, respectivamente.

Palavras-Chave—Colônia Artificial de Abelhas, Exsudatos duros, Processamento Digital de Imagens e Retinopatia Diabética.

Abstract— The need to diagnose the presence of retinopathy in diabetic patients encouraged the development of processing algorithms that could diagnose the disease in its initial phase. In this project, preprocessing techniques were used to improve the quality of the images, aiming at the exclusion of undesirable artifacts. The bioinspired algorithm in the artificial colony of bees had the function of searching in the images characteristics related to the exudates. For the evaluation of the proposed algorithm, diagnostic tests for specificity and accuracy were used reaching 98 % and 97 %, respectively.

Keywords—Artificial Bee Colony, Exudates, Diabetic Retinopathy and Digital Image Processing.

I. INTRODUÇÃO

Os sistemas de diagnósticos auxiliados por computador (*Computer-Aided Diagnosis*- CAD) muitas vezes são acoplados a equipamentos médicos para auxiliar os especialistas em medicina na tomada de decisão a respeito de um diagnóstico [1]. Nesse ramo destaca-se o processamento digital de imagens médicas que tem por objetivo fornecer técnicas que modificam as imagens para facilitar a identificação e análise de patologias no corpo humano [2].

A detecção automática de lesões em imagens da retina, utilizando os sistemas CAD, pode fornecer informações úteis que ajudarão na identificação de possíveis doenças que ainda não causam sintomas em sua fase inicial [3]. Além de patologias oculares como o glaucoma e a catarata, doenças sistêmicas como a hipertensão e a diabetes *Mellitus* (DM) podem ser diagnosticadas a partir da análise das imagens retinianas. Isto é possível pelo fato do olho ser o único órgão do corpo que possibilita a análise sem métodos invasivos, de nervos, veias e artérias [4].

As técnicas de processamento são frequentemente usadas para obter um conjunto de candidatos a patologias em imagens médicas [5]. Em [2] o autor implementou as técnicas de morfologia matemática, segmentação de imagens e também a transformada circular de Hough, resultando em uma detecção de 80% dos exsudatos nas imagens.

Em [6], os autores implementaram uma rede neural convolutiva de 10 camadas para realizar a segmentação e detecção dos exsudatos, hemorragias e microaneurismas, em imagens fundoscópicas. A validação do algoritmo proposto foi realizada a partir de testes de sensibilidade obtendo 87% e especificidade 71%.

Juntamente com as técnicas de processamento digital, os algoritmos bioinspirados em colônias ou enxames vêm sendo usados para seleção de características em diversas áreas de conhecimento. Em imagens médicas, os algoritmos recentemente empregados foram a colônia artificial de abelhas (*Artificial Bee Colony* - ABC) implementado por [7] na classificação de patologias em imagens de ressonância magnética, e a otimização por colônia de formigas (*Ant Colony Otimization*-ACO) implementado por [8] para avaliação de acidente vascular cerebral em imagens de tomografia computadorizada.

Assim, o objetivo deste trabalho consiste em empregar o processamento digital de imagens e o algoritmo bioinspirado das abelhas (*Artificial Bee Colony* - ABC) na detecção da retinopatia diabética, precisamente, na identificação dos exsudatos.

O trabalho está dividido em duas etapas: a primeira consiste em implementar algoritmos de pré-processamento digital, e a segunda etapa será implementado o algoritmo bioinspirado na colônia artificial das abelhas (*Artificial Bee Colony* - ABC), responsável pela detecção automatizada dos exsudatos.

II. RETINOPATIA DIABÉTICA

A retinopatia diabética (RD) é uma lesão na retina causada pelas complicações da diabetes *mellitus* (DM). Pelo fato do organismo não conseguir processar a glicose de maneira adequada, ocorre o acúmulo de altos níveis de açúcares no sangue que irritam os vasos sanguíneos, rompendo-os, liberando fluido sanguíneo para área retiniana [9]. A RD pode ser classificada em duas formas: não proliferativa e proliferativa. Em ambos os casos, a retinopatia pode ocasionar a perda parcial ou total da visão se não diagnosticada e tratada em sua fase inicial.

Na RD não proliferativa as modicações retinianas encontradas são: microaneurismas, hemorragias e exsudatos conforme Figura 1.

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), João Pessoa-PB, E-mails: ana.emilia.malvino@hotmail.com, alefalqueto@gmail.com, carmoniziafreire@gmail.com, kerven.alburquerque@gmail.com e danilo.regis@ifpb.edu.br.



Fig. 1: Imagem do banco de dados da Diaretdb1 [10].

A primeira anormalidade que é perceptível é a microaneurisma, com a evolução da doença podem ocorrer hemorragias e regiões exsudativas. As microaneurismas são pequenos pontos vermelhos resultantes de dilatações nos ramos terminais das veias e artérias, as hemorragias são caracterizadas em imagens da retina, como regiões vermelhas e os exsudatos são regiões de tonalidade amarelada de alta intensidade, formadas pelo acúmulo de fluido sanguíneo na área retiniana juntamente com o depósito de açúcares [10].

III. PROCESSAMENTO DIGITAL DE IMAGENS

Nesta Seção são apresentados os conceitos a respeito das técnicas de processamento de imagens utilizadas neste trabalho.

A. Erosão e Dilatação

Existem duas transformações morfológicas primordiais em processamento de imagens, que são a erosão e a dilatação, ambas utilizam elementos estruturantes para realizar suas operações matemáticas [11].

A operação de erosão, denotada por $A \ominus B$, é uma transformação morfológica entre dois conjuntos usando interseção vetorial, expressa pela Equação 1 [12].

$$A \ominus B = \{x | (B)_x \subseteq A\} \tag{1}$$

A erosão de um conjunto A por um elemento estruturante B resulta em um conjunto de pontos x tais que B transladado de x está contido em A, ou seja, quando o elemento estruturante B percorre todo o conjunto A, ele subtrai do conjunto A pontos que não estejam em intersecção com o conjunto B. Este tipo de operação é utilizada para separar objetos em imagens.

Diferentemente da erosão, a operação de dilatação realiza a expansão do conjunto A. Na dilatação, denotada por $A \oplus B$ ocorre a combinação de dois conjuntos usando adição vetorial esta técnica é usada para preenchimento de espaço [12]. A dilatação de A por B é então o conjunto de todos os x deslocados para os quais a intersecção de $(B)_x$ em A, como mostra a Equação 2.

$$A \oplus B = \{x | (B)_x \cap A\}$$
⁽²⁾

B. Fechamento

Outra operação morfológica em análise de imagens é o fechamento [13]. Segundo [11], o fechamento de uma imagem ocorre com uma operação de dilatação seguida de uma erosão com B, como mostra a expressão matemática da Equação 3. Esta técnica é usada para apagar elementos indesejáveis da imagem ou separar elementos.

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B \tag{3}$$

C. Transformada de Hough

Desenvolvida por Paul [14], a transformada refere-se ao reconhecimento de padrões complexos. A Transformada de Hough (TH) é um método padrão para detecção de formas que são facilmente parametrizadas em imagens digitalizadas como linhas, círculos e elipses.

Considerando que neste trabalho a forma geométrica a ser encontrada pela transformada se trata de um círculo (disco óptico), será estudada e implementada a transformada circular de Hough. A Equação 4 define a expressão matemática que busca círculos em imagens binárias.

$$r^{2} = (x - a)^{2} + (y - b)^{2}$$
(4)

Nessa equação, x e y são coordenadas da imagem, a e b, coordenadas do centro da circunferência, e r é o raio máximo do círculo [14]. A *OpenCV* disponibiliza a função *cv2.HoughCircles*, descrita a seguir, para facilitar a implementação da transformada em imagens.

circles=cv2.HoughCircles(img,cv2.HOUGH_GRADIENT,

1,distMin,parm1, param2, minRadius, maxRadius)

O parâmetro *img* corresponde a imagem de entrada da transformada, *cv2.hough_gradient* é o método utilizado para detectar descontinuidades em imagens, 1 refere-se a razão inversa da resolução, *distMin* distância mínima entre os pontos detectados, *param1* representa o limite superior para o detector de borda Canny, *param2* limiar para detecção de centro, *minRadius* raio mínimo e *maxRadius* raio máximo a ser detectado.

A função implementada realiza internamente uma suavização das imagens através do filtro passa-baixa gaussiano, em seguida a função implementa o método do gradiente do operador de *Canny* para obter informações das bordas das imagens. O detector de bordas é fundamental para construir a matriz acumuladora de Hough, visto que, ela guarda a evidência de círculo para cada *pixel* de borda, e acrescenta a ele 16 *pixels* nas direções de x e y.

Um laço de repetição é realizado para armazenar os valores das coordenadas de cada ponto (x, y) detectado pelo operador de *Canny* e suas respectivas circunferências. A intersecção de todas as circunferências determinam o ponto central da área detectada por Hough.

IV. Algoritmo Bioinspirado na Colônia Artificial de Abelhas

Atualmente, existem diversos algoritmos bioinspirados no comportamento natural, sendo alguns deles, a colônia artificial

de abelhas (*Artificial Bee Colony*), colônia de formigas (*Ant Colony*), otimização por enxame de partículas (*Parcicle Swarm Optimization*), aprendizado de peixes (*Fish Schooling*), cadeia de genes (*Gen Strings*) e a massa celular (*Cell Mass*).

Desenvolvido por Karaboga em 2005, o algoritmo ABC como ferramenta de otimização fornece uma busca populacional em que as fontes de alimentos são atualizadas, buscando descobrir os novos locais de fontes (soluções) com maior teor de néctar, até que obtida uma solução ótima [15].

No algoritmo existem três tipos básicos de abelhas: empregadas, espectadoras e exploradoras [16]. As abelhas empregadas são responsáveis por buscar as primeiras fontes de alimento (x_{ij}) nas imagens e realizar a exploração sua vizinhança. Essas abelhas distanciam-se da fonte inicial em direção a fonte aleatória (x_{kj}) com auxílio de flutuadores de precisão de 53 *pixels*, para buscar *pixels* com maior intensidade luminosa [17]. A atualização dos valores da solução inicial (x_{ij}) para uma nova solução (v_{ij}) é realizada conforme Equação 5.

$$v_{ij} = x_{ij} + \phi_{ij}(x_{kj} - x_{ij}) \tag{5}$$

Se o valor de (v_{ij}) for maior que 1, a fonte é atualizada, senão, será mantido o valor da fonte inicial (x_{ij}) , isto é, se a intensidade luminosa dos *pixels* da nova região (v_{ij}) for maior que a (x_{ij}) , a fonte se atualiza. O melhor valor obtido pelas fontes de alimento é memorizado, uma fonte é dita melhor que a anterior a partir da função objetivo (fit_i) expressa pela Equação 6. A função objetivo é definida pela entropia de [18], o qual f_i é o vetor que mantém os valores da função objetivo associados as fontes de alimento entre o intervalo de [0, 1] em imagens binárias.

$$fit_i = \begin{cases} \frac{1}{1+f_i}, sef_i \ge 0\\ 1+|f_i|, sef_i < 0 \end{cases}$$
(6)

Se o valor do vetor correspondente a fonte de alimento (*i*) for maior que o limiar estabelecido, seu valor será forçado a permanecer abaixo de 0 e sua fonte recebe nível lógico (0). Se o valor do vetor f_i for menor que o limiar, a fonte permanece com valores acima de 1, recebendo nível lógico (1).

A troca de informações entre as abelhas é a ocorrência mais importante na formação do conhecimento coletivo [15]. As abelhas empregadas trocam informações por meio de uma espécie de dança ao entorno da fonte de alimento. Quando a informação sobre todas as fontes está disponível na área de dança para as abelhas espectadoras, elas podem assistir e decidir a qual fonte explorar. A caracterização da dança na programação, corresponde pela localização do ponto de interseção das amostras com a aptidão de cada fonte.

A aptidão das fontes são determinadas pela razão do vetor (f_i) pela soma das funções objetivo $(\sum fit_i)$ de cada fonte de alimento, descrita pela Equação 7.

$$Ap = \frac{f_i}{\sum fit_i} \tag{7}$$

As abelhas escoteiras são responsáveis por verificar se as fontes de alimento estam esgotadas. Uma fonte é dita esgotada quando o número máximo de tentativas de melhoramento (atualização) da fonte é atingido, como mostra as linhas de código abaixo. Nesta etapa é imposta uma condição de parada, que verifica se o número de falhas de determinada fonte de alimento (i) é igual ao contador máximo de falhas (kFailCounterMax).

V. MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta Seção, serão descritos quais os materiais e métodos utilizados para implementação do algoritmo de detecção. Este trabalho pode ser dividido em duas etapas: identificação do disco óptico e detecção dos exsudatos.

A. Banco de dados

Para desenvolvimento do algoritmo proposto neste trabalho foi realizada a aquisição das imagens do bando de dados da *Diaretdb*1, que contém imagens do fundo do olho de 89 pacientes com e sem retinopatia diabética [10]. As imagens coletadas são coloridas no espaço de cor RGB (*Red*-Vermelho, *Green*-Verde e *Blue*-Azul) possuindo dimensões de 1500 × 1152 pixels, salvas em formato *Portable Network Graphics* (PNG).

Dentre os dois tipos de retinopatia diabética, citado na Seção II, as imagens do banco são caracterizadas por retinopatia não proliferativa, pois não há indícios de surgimento de neovasos em nenhuma das imagens [10]. Para avaliar o algoritmo foram utilizadas todas as imagens do banco de dados. O banco de dados é composto pelo diagnóstico de três patologias, conforme a Figura 2.



Fig. 2: Banco de Dados. a) Imagem original, b) Microaneurismas, c) Hemorragias e d) Exsudatos Duros do banco de dados da *Diaretdb*1.

B. Localização do Disco Óptico

A localização do disco óptico foi necessário, pelo fato dele apresentar características de manchas amareladas com brilho intenso semelhantes a da patologia, podendo confundir o algoritmo de detecção.

Após a aquisição das imagens o filtro espacial linear de suavização, ou filtro da média, foi implementado com elemento estruturante quadrado 11×11 . O objetivo da execução

deste filtro, na imagem, era aplicar um leve borramento sobre a mesma, removendo pequenos ruídos.

Depois da filtragem foi implementada a função *cv2.split* para separar os canais vermelho, verde e azul (R,G,B) das imagens coloridas. Com a extração do canal verde, as imagens resultantes apresentaram uma coloração em tons de cinza. Este canal foi escolhido baseando-se em testes realizados, em que o mesmo apresentou um maior nível de intensidade dos *pixels*, deixando em evidência os exsudatos e o disco óptico.

Em seguida uma operação de fechamento foi implementada, utilizando parâmetros testados empiricamente. Para a operação de dilatação foi determinado o elemento estruturante cruz 15×15 e para erosão 3×3 , em ambos foram executadas 20 interações.

O próximo passo foi a implementação da transformada circular de Hough, executada através da função disponibilizada pela biblioteca *OpenCV*. Os valores dos parâmetros da transformada estabelecidos e testados empiricamente são, 1300 para determinar a distância mínima entre a coordenada central da circunferência até o ponto de acumulação, 12 para o limiar de detecção do centro do círculo, 20 para o limite superior utilizado no detector de borda *Canny*, 50 para o raio mínimo e 120 de raio máximo da circunferência.

Ao desenhar o círculo nos pontos detectados por Hough, há a possibilidade de alterar o tamanho do raio, cor de borda, até mesmo preencher o contorno detectado. Para desenhar o círculo foi optado em aumentar seu raio (r) com um acréscimo de 100 *pixels*, assim como pintar sua borda de preto, ou seja, não foi posto nenhum canal de cor (0,0,0), o qual ocupou o espaço detectado por Hough através do parâmetro -1 que preenche a parte interior de contornos. O resultado do conjunto de técnicas de processamento digital de imagens pode ser observado de acordo com a Figura 3.



Fig. 3: Resultado das etapas de pré-processamento digital. a) Imagem005, b) Imagem008 e c) Imagem019 do banco de dados da *Diaretdb*1.

C. Implementação do Algoritmo ABC

O código fonte do algoritmo ABC é disponibilizado por [15], e apenas alguns parâmetros devem ser alterados. Ao iniciar o algoritmo os valores destes parâmetros estabelecidos e testados empiricamente foram, 10 para a inicialização da colônia, 5 para o contador máximo de falhas, 500 para o ciclo de trabalho, 256 para os níveis de cinza e [0,001 0,1] para os limites referentes a área de detecção. Quando se inicializa a colônia, os três tipos de abelhas são geradas.

No algoritmo, as abelhas empregadas (x) são dispostas aleatoriamente no espaço da imagem utilizando a função (*random.randit*), em que cada abelha é responsável por uma fonte de alimento inicial (i) que correspondem a *pixels* em um range de 256 níveis de cinza.

Para finalizar é utilizado um pós-processamento nas imagens, pois o algoritmo implementado detecta as principais fontes de alimento. Para aumentar a área do *pixel* foi implementada a técnica de dilatação com elemento estruturante circular 15 \times 15.

Para avaliar o desempenho do algoritmo de detecção foi realizada a comparação das imagens geradas pelo algoritmo e as imagens do banco contendo a área identificada por quatro especialistas conforme Figura 4.



Fig. 4: Comparação entre o bando de dados da *Diaretdb1* e as imagens obtidas após a detecção. a) Imagem005 b) Imagem008 e c) Imagem019 do banco de dados da *Diaretdb1*.

As três imagens localizadas à esquerda

D. Validação do algoritmo ABC

Com base na literatura, os métodos de validação de algoritmos são relacionados à teste de diagnósticos referentes à especificidade e acurácia das imagens geradas, de acordo com as Equações 8 e 9, respectivamente [19][6].

$$Especificidade = \frac{V_n}{V_n + F_p} \tag{8}$$

$$Acuracia = \frac{V_p + V_n}{V_p + V_n + F_p + F_n} \tag{9}$$

Nessas expressões, V_p é o número de *pixels* anormais detectados como anormais, V_n é o número de *pixels* normais

detectadas como normais, F_p indica o número de *pixels* normais detectados como anormais (falso positivo), e F_n corresponde pelo número de *pixels* anormais detectados como normais (falso negativo). A especificidade corresponde pelo percentual de imagens normais classificadas como normais e a acurácia refere-se ao grau em que o teste ou uma estimativa baseada em um teste é capaz de determinar o verdadeiro valor do que está sendo medido [20].

VI. RESULTADOS

Na primeira etapa do projeto, as imagens processadas pelo algoritmo facilitaram para que a matriz acumuladora de Hough realizasse a detecção de círculos nas imagens, culminando na identificação e precisão do disco óptico de todas as imagens do banco de dados.

Utilizando as imagens resultantes do pré-processamento, na segunda etapa o algoritmo de detecção retornou nível lógico alto para os *pixels* de maior intensidade, que caracterizam os exsudatos duros. Nas imagens do banco de dados, para comparação com o algoritmo proposto foi tomada como referência a área de análise em comum do diagnostico dos quatro médicos especialistas, representada pela área branca.

A fim de validar o algoritmo foram realizados o cálculos dos testes de diagnósticos referentes a especificidade e acurácia nas imagens obtendo 98% de especificidade e 97% de acurácia.

Em [6], o valor de especificidade alcançada foi de 71% sendo inferior ao algoritmo desenvolvido neste trabalho. No trabalho de [9] o valor da especificidade foi 99% de precisão, seu resultado foi superior ao algoritmo proposto pelo uso de diversas camadas da rede neural. Ambos os autores não realizaram o teste de acurácia nas imagens.

TABELA I: Comparação dos resultados

Autor	Especificidade
Algoritmo proposto	98%
TAN et al. (2017)	71%
SOPHARAK (2008)	99%

VII. CONCLUSÃO

Neste projeto foram desenvolvidos algoritmos capazes de realizar a detecção de exsudatos duros em imagens com e sem retinopatia diabética. Na primeira epata os resultados apresentaram 100% de precisão na identificação do disco óptico. Na segunda etapa, o resultado alcançado no trabalho foi bastante promissor, visto que, para todas as imagens do banco de dados, o algoritmo proposto consegue identificar quase todas as imagens com a patologia, apresentando quase 100% nos testes utilizados.

Em comparação com alguns trabalhos relacionados à detecção de exsudatos em imagens fundoscópicas, o algoritmo proposto se mostrou eficaz para a aplicação.

Como projeto futuro, é sugerida a identificação das outras patologias que podem ser encontradas em imagens de retinopatia diabética como hemorragias e as microaneurismas. Pode-se também realizar a análise estatística dos resultados coletados para obter informações acerca das melhores e piores soluções, assim como médias, medianas e desvios padrões.

VIII. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao IFPB pelo incentivo e fomento à pesquisa, disponibilizando o espaço para desenvolvimento do trabalho.

REFERÊNCIAS

- F. L. S. Nunes, Introdução ao Processamento de Imagens Médicas para Auxílio ao Diagnóstico – Uma Visão Prática. UFMG, 2006, vol. 1.
- [2] P. V. D. R. C. D. M. Trigueiro, M. A. L., "Análise de imagens com retinopatia diabética para identificação de exsudatos duros," *SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES*, vol. XXXIII, p. 2, 2015.
- [3] L. D. Bagesteiro, "Detecção de Lesões Vermelhas em Imagens do Fundo do Olho," 2013, monografia (Bacharel em Ciência da Computação), UNIPAMPA (Universidade Federal do Pampa), Alegrete, Brazil.
- [4] K. Kurokawa, Z. Liu, J. Crowell, F. Zhang, and D. T. Miller, "method to investigate temporal dynamics of ganglion and other retinal cells in the living human eye," in *Ophthalmic Technologies XXVIII*, vol. 10474. International Society for Optics and Photonics, 2018, p. 104740W.
- [5] X. Zhang, G. Thibault, E. Decencière, B. Marcotegui, B. Laÿ, R. Danno, G. Cazuguel, G. Quellec, M. Lamard, P. Massin *et al.*, "Exudate detection in color retinal images for mass screening of diabetic retinopathy," *Medical image analysis*, vol. 18, no. 7, pp. 1026–1043, 2014.
 [6] J. H. Tan, H. Fujita, S. Sivaprasad, S. V. Bhandary, A. K. Rao, K. C.
- [6] J. H. Tan, H. Fujita, S. Sivaprasad, S. V. Bhandary, A. K. Rao, K. C. Chua, and U. R. Acharya, "Automated segmentation of exudates, haemorrhages, microaneurysms using single convolutional neural network," *Information Sciences*, vol. 420, pp. 66–76, 2017.
- [7] Y. Zhang, L. Wu, and S. Wang, "Magnetic resonance brain image classification by an improved artificial bee colony algorithm," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 116, pp. 65–79, 2011.
- [8] C. Aguiar, "Avaliação de acidente vascular cerebral em tomografia computadorizada utilizando algoritmo de otimização de formigas," 2017, dissertação (Engenharia Elétrica), IFPB (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba), João Pessoa, Brazil.
- [9] A. Sopharak, B. Uyyanonvara, S. Barman, and T. H. Williamson, "Automatic detection of diabetic retinopathy exudates from non-dilated retinal images using mathematical morphology methods," *Computerized Medical Imaging and Graphics*, vol. 32, no. 8, pp. 720 – 727, 2008. [Online]. Available: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0895611108000931
- [10] R. Kälviäinen and H. Uusitalo, "Diaretdb1 diabetic retinopathy database and evaluation protocol," in *Medical Image Understanding and Analysis*, vol. 2007. Citeseer, 2007, p. 61.
- [11] R. C. Gonzalez and R. Woods, Processamento digital de imagens. tradução: Cristina yamagami e leonardo piamonte. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- [12] J. Facon, "A morfologia matemática e suas aplicações em processamento de imagens," in VII Workshop de Visao Computacional–WVC 2011, vol. 13, 2011.
- [13] H. Pedrini and W. R. Schwartz, Análise de imagens digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008.
- [14] P. V. Hough, "Method and means for recognizing complex patterns," Dec. 18 1962, uS Patent 3,069,654.
- [15] D. Karaboga, "An idea based on honey bee swarm for numerical optimization," Technical report-tr06, Erciyes university, engineering faculty, computer engineering department, Tech. Rep., 2005.
 [16] L. H. V. Nakamura, "Um algoritmo de colônia de abelhas artificial
- [16] L. H. V. Nakamura, "Um algoritmo de colônia de abelhas artificial auto-adaptável baseado no melhor global para otimização global," 2017, tese (Ciência da Computação e Matemática Computacional), Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, São Carlos, Brazil.
- [17] P. S. Foundation, "Python," 2007.
- [18] J. N. Kapur, P. K. Sahoo, and A. K. Wong, "A new method for graylevel picture thresholding using the entropy of the histogram," *Computer vision, graphics, and image processing*, vol. 29, no. 3, pp. 273–285, 1985.
- [19] L. D. Bagesteiro, "Algoritmo Bio-inspirado em Colônia de Abelhas Aplicado na Seleção de Características para Detecção de Desvios Vocais," 2017, dissertação (Engenharia Elétrica), IFPB (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba), João Pessoa, Brazil.
- [20] T. Walter, J.-C. Klein, P. Massin, and A. Erginay, "A contribution of image processing to the diagnosis of diabetic retinopathy-detection of exudates in color fundus images of the human retina," *IEEE transactions* on medical imaging, vol. 21, no. 10, pp. 1236–1243, 2002.