

Estudo da decomposição em modos empíricos e sua aplicação em sinais não estacionários

Victor S. Braz, Ana Cláudia S. Souza, Leonardo C. Araújo, Gustavo F. Rodrigues

Resumo—A decomposição em funções de modo intrínseco é parte da transformada de Hilbert-Huang e nos permite a identificação de parâmetros inerentes ao sinal. Analisaremos esta decomposição que, juntamente com a transformada de Hilbert, possui grande aplicabilidade na análise de sinais neurais relacionados ao reconhecimento de padrões, tais como o sinal evocado P300.

Palavras-Chave—decomposição em modo empírico, transformada Hilbert-Huang, identificação de parâmetros

Abstract—The intrinsic function decomposition is part of the Hilbert-Huang transform and allows us to identify parameters inherent to the signal. We will analyze this decomposition that, together with the Hilbert transform, has great applicability in the analysis of neural signals related to pattern recognition, such as the P300 evoked signal.

Keywords—Hilbert-Huang transformation, empirical mode decomposition, identification of parameters

I. INTRODUÇÃO

As abordagens tradicionais de análise matemática dos dados trazem consigo o dilema de usar o rigor matemático para ver o mundo sob a égide de uma realidade fabricada, considerando para tanto simplificações quanto à linearidade e discricionariedade dos processos, os quais observados na natureza são, em geral, não lineares e não estacionários. Para lidar com a variedade de sinais provenientes desses processos é necessário que o método de análise seja adaptativo.

A transformada de Hilbert-Huang¹ (HHT) realiza uma decomposição de modo empírico² (EMD) do sinal e uma subsequente análise espectral de Hilbert dessas componentes. Parte crucial da HHT é a decomposição do sinal em um número finito, geralmente pequeno, de funções de modo intrínseco³ (IMF), com cada uma delas possuindo variações de amplitude e frequência próprias. A transformada de Hilbert é usada para calcular a frequência instantânea de cada IMF e assim retornar as características do sinal em questão.

A HHT tem grande aplicabilidade em sinais não estacionários [1] e, em particular, sinais neurais. O P300 é um potencial que surge quando a um indivíduo é apresentada

uma sequência de estímulos sensoriais, cujo interesse é a discriminação de um estímulo raro. É bastante utilizado em interfaces cérebro-máquina, dentre elas o P300 speller [2].

Um dos problemas em um P300 speller é a identificação de parâmetros dos estímulos raros e não raros para posterior utilização em um classificador. Desta forma, a motivação deste trabalho é o estudo da HHT para decomposição do sinal P300.

II. METODOLOGIA

Iremos apresentar neste trabalho a primeira parte da transformada de Hilbert-Huang, a decomposição de modo empírico, descrevendo seus fundamentos e implementação. Por fim, iremos utilizá-la na análise do sinal cosseno para que posteriormente possa ser utilizada em sinais mais complexos.

A. Funções de Modo Intrínseco

A IMF é uma função que deve obedecer às seguintes condições:

- 1) em todos os conjuntos de dados, o número de extremos e o número de cruzamentos por zero, em um determinado intervalo, devem ser constante ou diferirem por no máximo um;
- 2) a média do valor da envoltória, definida pelos máximos e mínimos locais, deve ser nula em qualquer ponto.

B. Decomposição de Modo Empírico

O objetivo da decomposição em modos empíricos é separar o sinal original em um número finito de IMFs e um resíduo. A EMD é um método de decomposição que provém do próprio sinal. O processo de aquisição das IMFs é chamado de peneiração (*sifting*) e é descrito a seguir:

- 1) inicialmente iguala-se o resíduo ao sinal original $r_0(t) = x(t)$, com $i = 1$;
- 2) extrai-se o i -ésimo IMF:
 - a) inicializa-se $h_0 = r_{i-1}$ com $k = 1$;
 - b) localiza-se o máximo e mínimo local em $h_{k-1}(t)$;
 - c) cria-se uma envoltória superior conectando os pontos de máximo através de uma *spline* cúbica interpolante;
 - d) cria-se uma envoltória inferior conectando os pontos de mínimo através de uma *spline* cúbica interpolante;
 - e) calcula-se $m_{k-1}(t)$, a média da envoltória superior e inferior;
 - f) calcula-se $h_k(t) = h_{k-1}(t) - m_{k-1}(t)$;
 - g) verifica-se os critérios de parada (veja II-C):

Victor Soares Braz, Universidade Federal de São João del-Rei, Ouro Branco-MG, Brasil

Ana Cláudia Silva de Souza, Universidade Federal de São João del-Rei, Ouro Branco-MG, Brasil

Leonardo Carneiro Araújo, Universidade Federal de São João del-Rei, Ouro Branco-MG, Brasil

Gustavo Fernandes Rodrigues, Universidade Federal de São João del-Rei, Ouro Branco-MG, Brasil

¹Hilbert-Huang Transform (HHT)

²Empirical Mode Decomposition (EMD)

³Intrinsic mode functions (IMF)

- i) se o critério de parada é satisfeito, então $IMF_i(t) = h_k(t)$
- ii) senão $k = k + 1$, continuando assim o algoritmo
- 3) o novo resíduo é $r_i(t) = r_{i-1}(t) - IMF_i(t)$;
- 4) verifica-se o critério de parada do EMD:
 - a) se $r_i(t)$ tem ao menos dois extremos, então $i = i + 1$ e volta ao passo 2;
 - b) senão a decomposição está encerrada e $r_i(t)$ é o resíduo da decomposição.

C. O Critério de parada

Para serem encontradas durante o processo de peneiração, as IMFs devem satisfazer duas condições, anteriormente expostas. Em específico, a segunda condição é muito difícil de ser atendida. Devido a essa dificuldade, é adotado o desvio padrão como critério de parada do processo, como proposto em [3],

$$CP = \sum_{t=0}^T \frac{|h_{k-1}(t) - h_k(t)|^2}{h_{k-1}^2(t)}. \quad (1)$$

D. Implementação do algoritmo

Foram construídas algumas funções que auxiliam o processo EMD segundo o seu papel. Para a construção do algoritmo, foi escrita uma rotina em linguagem *Matlab* que reproduzisse o processo de decomposição em IMFs.

A função *findpeaks* foi implementada para obtenção de todos os picos do sinal, sendo eles os máximos e mínimos locais do conjunto de dados.

A função *getspline* usa a função *spline*, gerando uma interpolação suave dos pontos de máximos e mínimos, graças a continuidade das derivadas até segunda ordem.

E. O Processo de peneiração em uma cossenoide

Para compreensão do processo de EMD foi gerada uma cossenoide com frequência de 10 Hz.

Na primeira iteração do EMD é utilizada a função *findpeaks*. Os pontos de máximos ou mínimos encontrados por ela foram inseridos na segunda rotina, a *getspline*, a qual criou as envoltórias superior e inferior do sinal de entrada, conforme apresentado na fig. 1.

Foram feitas as médias das envoltórias em todo o sinal, para verificar o primeiro critério e ser considerado uma IMF. Caso atendida essa condição tem-se então a primeira IMF do processo, que é a diferença da cossenoide e a média das envoltórias.

Assim o processo continua, sendo que o sinal a ser inserido na segunda iteração será a diferença entre o sinal original e a IMF anterior. Torna-se então a repeti-lo até que se atenda o critério de parada do EMD. Ao final do processo, as IMFs serão ordenadas das frequências mais altas às mais baixas, conforme mostrado na fig. 2.

Nota-se que o primeiro e último elementos têm como pontos de interpolação, visto em [4], o valor zero. Este valor é devido à suposição de que os sinais possuem suporte finito e, por conseguinte, energia finita. Consoante a isso, neste caso, a

média das envoltórias da função cosseno, a qual deveria ser nula, em todo o sinal, na verdade é diferente de zero para partes próximas aos extremos.

III. RESULTADOS

As figuras 1 e 2 apresentam, respectivamente, os primeiros passos do processo de decomposição de um sinal e as IMFs e resíduo obtidos através do processo de peneiração do sinal.

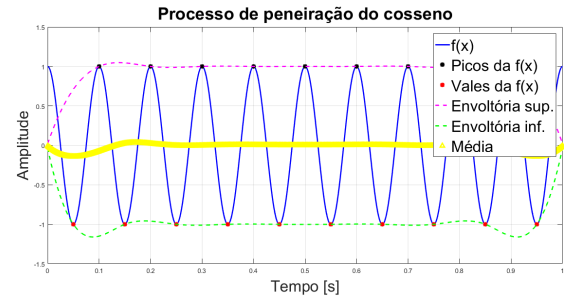


Fig. 1. Sinal interpolado através da função *getspline* e média dos envoltórias.

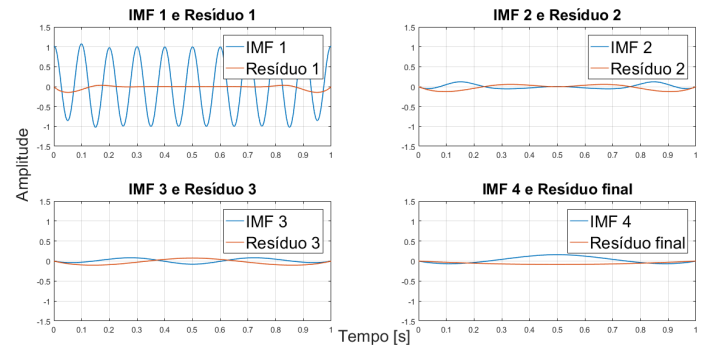


Fig. 2. IMFs e resíduos gerados pelo processo de peneiração a partir da cossenoide.

IV. CONCLUSÕES

Pôde-se notar também que a simples análise realizada através das IMFs, geradas no processo de EMD, não trazem consigo muitas informações, ou seja, não se consegue notar através do domínio temporal características relevantes provindas do sinal inserido. Essas e outras informações talvez possam ser visualizadas no domínio da frequência, a qual é alcançada através da transformada de Hilbert, sendo esta o alvo da continuação desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- [1] N. E. Huang, *Hilbert-Huang transform and its applications*, vol. 16. World Scientific, 2014.
- [2] A. Furdea, S. Halder, D. Krusienski, D. Bross, F. Nijboer, N. Birbaumer, and A. Kübler, "An auditory oddball (p300) spelling system for brain-computer interfaces," *Psychophysiology*, vol. 46.3, pp. 617–625, 2009.
- [3] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, and Shih, "The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis," in *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 454, pp. 903–995, The Royal Society, 1998.
- [4] J. Ciniburk, "Hilbert-huangova transformace pro detekci evokovaných potenciálů," 2012.