

# Ferramenta Computacional para Análise de Antenas Filamentares Utilizando o Método dos Momentos

Eduardo dos Santos Silveira e Marcos V. T. Heckler

**Resumo**—Este trabalho apresenta a construção de uma ferramenta computacional, que realiza o cálculo da distribuição de corrente em antenas filamentosas utilizando o Método dos Momentos. Para tanto, foram utilizadas diferentes abordagens: o *Point-Matching* e o Método de *Galerkin*. Ambas foram implementadas em ambiente Matlab®. Para demonstrar o uso da ferramenta, um dipolo de meia-onda foi analisado considerando-se diferentes tipos de funções base. Em termos de diagrama de irradiação, verificou-se que a escolha da função base não afeta os resultados de forma significativa. Um estudo da convergência do MoM para o cálculo da impedância de entrada de um dipolo de meia-onda foi realizado, no qual foi possível verificar que todas as curvas tendem para o mesmo valor quando a discretização do dipolo é aumentada, independentemente da função base adotada.

**Palavras-Chave**—método dos momentos, métodos de equação integral, antenas filamentosas, método de Galerkin.

**Abstract**—This paper presents the implementation of a computational tool that performs the calculation of the current distribution in wire antennas using the Method of Moments (MoM). For this purpose, different approaches were used: the Point-Matching Method and the Galerkin Method. Both were implemented in Matlab®. To demonstrate the use of the tool, a half-wavelength dipole has been analyzed considering different basis functions. In terms of radiation pattern, it was observed that the kind of basis function does not affect the results significantly. The convergence of the MoM for the computation of input impedance has been studied. It has been verified that all the curves approach the same value as the discretization is increased regardless of which basis function is employed in the calculations.

**Keywords**—method of moments, integral-equation methods, wire antennas, Galerkin Method.

## I. INTRODUÇÃO

Um desafio recorrente na determinação das características de irradiação de uma antena é a dificuldade de obtenção de sua distribuição de corrente  $I$ . Uma estratégia é a formulação do problema através de uma *equação integral*. Para o caso de uma antena filamentar disposta ao longo do eixo  $z$ , tem-se a seguinte equação:

$$-\int I(z')K(z, z')dz' = E_z^i \quad (1)$$

em que  $I(z')$  é a distribuição de corrente na antena,  $K(z, z')$  é o kernel baseado na função de Green do espaço livre,

Eduardo dos Santos Silveira, Graduando em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Pampa, Alegrete-RS, Brasil. E-mail: eduardosilveiras@gmail.com.

Marcos Vinício Thomas Heckler, Professor Adjunto da Universidade Federal do Pampa, Alegrete-RS, Brasil. E-mail:marcosheckler@unipampa.edu.br. Este trabalho foi financiado pela FAPERGS.

dependente da formulação específica utilizada, e  $E_z^i$  é o campo elétrico incidente na antena.

Com o avanço da capacidade de processamento computacional, uma maneira eficiente de resolver a equação (1) é a utilização do Método dos Momentos (MoM). Este método baseia-se na aproximação de  $I(z')$  através da expansão abaixo:

$$I(z') = \sum_{n=1}^N a_n g_n(z') \quad (2)$$

na qual as funções  $g_n(z')$  são conhecidas como *funções base*, que representam a função  $I(z')$ , e os termos  $a_n$  são coeficientes constantes desconhecidos e passam a ser as incógnitas do problema. As funções base em geral apresentam representação matemática simples, de modo a facilitar a resolução de (1). Procedendo-se desta forma, e aplicando-se a equação integral em  $N$  segmentos, o problema é reduzido a um sistema de  $N$  equações algébricas linearmente independentes com  $N$  incógnitas, o qual pode ser solucionado através de técnicas numéricas de inversão matricial.

O presente trabalho apresenta a construção de uma ferramenta computacional em ambiente MATLAB®, que obtém a distribuição de corrente e as características de irradiação de antenas filamentosas. Serão apresentados diagramas de irradiação e os valores de impedância de entrada de dipolos de meia-onda através do emprego do Método dos Momentos.

## II. A FERRAMENTA COMPUTACIONAL

Para tornar possível o cálculo da corrente  $I(z')$  a partir da equação (1), deve-se definir o campo elétrico incidente  $E_z^i$ , o kernel  $K(z, z')$  e as funções base  $g_n(z')$ .

### A. Campo Elétrico Incidente

A fim de modelar um problema de irradiação, utilizou-se o modelo de gerador *Magnetic Frill* como fonte de alimentação da antena. Para a utilização do Método dos Momentos, o dipolo foi discretizado em  $N$  segmentos com comprimentos iguais. No modelo *Magnetic Frill*, aplica-se ao segmento central um anel com densidade de corrente magnética  $M$ , conforme ilustrado na Figura 1.

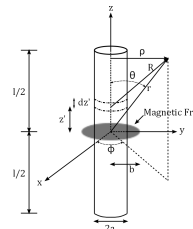


Fig. 1. Dipolo com modelo de fonte *Magnetic Frill*.

Assim, pode-se definir o campo elétrico incidente  $E_z^i$  como:

$$E_z^i(\rho = 0, z) = -\frac{V_S}{2 \ln(b/a)} \left[ \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} - \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} \right] \quad (3)$$

com  $R_1 = \sqrt{z^2 + a^2}$  e  $R_2 = \sqrt{z^2 + b^2}$ .

### B. Função Kernel $K(z, z')$

Seja a Equação Integral de Pocklington, descrita abaixo:

$$-j\omega\epsilon E_z^i(\rho = a) = \int_{-l/2}^{l/2} I_z(z') \left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) G(z, z') \right] dz' \quad (4)$$

Por analogia a equação (1) e após as devidas manipulações matemáticas, pode-se definir a Função Kernel como:

$$K(z, z') = \frac{1}{4\pi j\omega\epsilon_0} \frac{e^{-jkR}}{R^5} [(1 + jkR)(2R^2 - 3a^2) + (kaR)^2] \quad (5)$$

em que:

$$R = \sqrt{a^2 + (z - z')^2} \quad (6)$$

### C. Funções Base e Funções Teste

Foram aplicados dois tipos de funções base para expandir a corrente  $I(z')$ , as quais são descritas a seguir:

*Função Pulso*

$$g_n(z') = \begin{cases} 1 & z'_{n-1} \leq z' \leq z'_n \\ 0 & \text{nas demais regiões} \end{cases} \quad (7)$$

*Função Triangular*

$$g_n(z') = \begin{cases} \frac{z' - z'_{n-1}}{z'_n - z'_{n-1}} & z'_{n-1} \leq z' \leq z'_n \\ \frac{z'_{n+1} - z'}{z'_{n+1} - z'_n} & z'_n \leq z' \leq z'_{n+1} \\ 0 & \text{nas demais regiões} \end{cases} \quad (8)$$

Após a aplicação das funções base e a obtenção dos coeficientes  $a_n$ , a diferença entre os dois lados da equação de Pocklington é chamada de resíduo  $R$ . Para que a solução seja precisa,  $R$  deve ser próximo de zero. Para tanto, utiliza-se um operador de produto interno com um conjunto de funções ortogonais, chamadas de *funções teste*, que forçam as condições de contorno na região em que estão definidas. Define-se o referido produto interno como sendo:

$$\langle W_m(z), G_n(z) \rangle = \int_{-l/2}^{l/2} W_m(z) G_n(z) dz \quad (9)$$

Usualmente, utilizam-se dois tipos de funções teste: a função Delta de Dirac ou uma função com a mesma forma da função base. No primeiro caso temos o chamado *Point-Matching*. O segundo caso é conhecido como *Método de Galerkin*.

## III. SIMULAÇÃO E RESULTADOS

Para a simulação da ferramenta, utilizou-se um dipolo com  $l = \lambda/2$ , raio  $a = 0,005\lambda$  e raio externo do gerador *Magnetic Frill*  $b = 2,3a$ . Em uma primeira simulação, empregou-se o *Point-Matching* com funções base pulso e, logo após, o Método de Galerkin com funções pulso e triangulares. Após a obtenção da distribuição de corrente, o diagrama de irradiação do dipolo foi calculado, conforme mostrado na Figura 2. Nesse

gráfico, os diagramas de irradiação obtidos com o MoM são comparados ao diagrama clássico de um dipolo de meia-onda calculado assumindo-se uma distribuição de corrente senoidal. Nota-se que os resultados são bastante próximos.

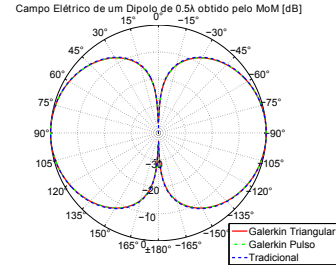


Fig. 2. Diagramas de Irradiação obtidos com a ferramenta computacional.

A seguir, para comparação da solução obtida pelos diferentes tipos de funções base, calculou-se a impedância de entrada do dipolo, variando o número de segmentos utilizados. O resultado é mostrado na Figura 3, em que é possível verificar a convergência dos valores de impedância de entrada nos três métodos utilizados.

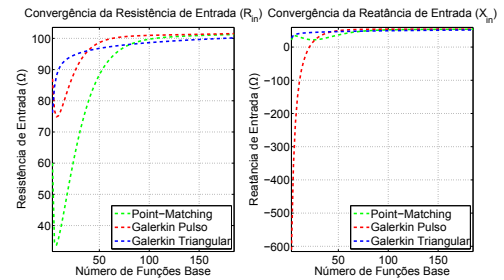


Fig. 3. Convergência da Impedância de Entrada com o aumento da discretização, considerando-se diferentes funções base e diferentes funções teste.

## IV. CONCLUSÕES

Através deste trabalho, apresentou-se a construção de uma ferramenta computacional que realiza o cálculo da distribuição de corrente de um dipolo, fazendo uso do Método dos Momentos. Verificou-se a precisão do método através do cálculo do diagrama de irradiação, que foi comparado com o diagrama clássico de um dipolo de meia-onda. Por fim, comparou-se o cálculo da impedância de entrada nas três abordagens consideradas neste trabalho. Dentre as combinações testadas, o Método de Galerkin utilizando funções pulso apresentou maior eficiência, devido à rápida convergência e menor tempo computacional investido.

## REFERÊNCIAS

- [1] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley & Sons, 2005.
- [2] W. L. Stutzman e G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*. John Wiley & Sons, 1998.
- [3] W. D. Rawle, "The Method of Moments: A Numerical Technique for Wire Antenna Design", *High Frequency Electronics*, Summit Technical Media, 2006.