

Análise de Desempenho da Transformada Discreta de Hadamard na Modulação OTFS em Cenários de Canais Duplamente Dispersivos

José Ribamar Ribeiro Lino, José R. de Oliveira Neto e Juliano B. Lima

Resumo—A modulação espaço tempo-frequência ortogonal (OTFS, do inglês *orthogonal time frequency space*) oferece maior robustez em canais duplamente dispersivos do que a multiplexação por divisão de frequências ortogonais (OFDM, do inglês *orthogonal frequency division multiplexing*), comumente utilizada em padrões modernos de comunicação sem fio, como o LTE e o 5G. Este trabalho propõe o uso da transformada discreta de Hadamard (DHT, do inglês *discrete Hadamard transform*) em substituição à tradicional transformada discreta de Fourier, avaliando o seu desempenho. Por meio de simulações, foram analisadas as taxas de erro de bit e de *frame* em cenários com velocidade relativa de até 360 km/h. Os resultados indicam que a DHT oferece desempenho similar, e até superior em cenários específicos, apresentando como principal vantagem a redução da complexidade computacional.

Palavras-Chave—OTFS, canais duplamente dispersivos, comunicação sem fio, transformada discreta de Hadamard, LDPC.

Abstract—Orthogonal time frequency space (OTFS) modulation offers greater robustness in doubly dispersive channels than orthogonal frequency division multiplexing (OFDM), commonly used in modern wireless communication standards such as LTE and 5G. This work proposes the use of the discrete Hadamard transform (DHT) as a replacement for the traditional discrete Fourier transform, evaluating its performance. Through simulations, bit and frame error rates were analyzed in scenarios with relative speeds of up to 360 km/h. The results indicate that the DHT offers similar, and even superior performance in specific scenarios, presenting a reduced computational complexity as its main advantage.

Keywords—OTFS, doubly dispersive channels, wireless communication, discrete Hadamard transform, LDPC.

I. INTRODUÇÃO

A comunicação sem fio de alta mobilidade, como a encontrada em ambientes veiculares ou urbanos densos, apresenta desafios significativos devido à dispersão de tempo e frequência, resultando em canais duplamente dispersivos [1]. Esses canais apresentam variações rápidas nos domínios de tempo e frequência, levando à interferência intersimbólica (ISI - *intersymbol interference*) e à redução da integridade do sinal [2]. Além disso, a dispersão de frequência (*Doppler shift*) pode degradar a coerência da subportadora, prejudicando ainda mais a confiabilidade da comunicação [3].

J. R. R. Lino, J. R. de Oliveira Neto e J. B. Lima, Departamento de Eletrônica e Sistemas, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, e-mail: {ribamar.lino, joserodrigues.oliveiraneto, juliano.lima}@ufpe.br; Este trabalho foi parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) 442238/2023-1, 312935/2023-4 e 405903/2023-5, e pela Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE) APQ-1226-3.04/22.

A multiplexação por divisão de frequências ortogonais (OFDM, do inglês *orthogonal frequency division multiplexing*), base de muitos sistemas de comunicação sem fio modernos como LTE e 5G, devido a sua suposição de ortogonalidade entre subportadoras torna-se frágil na presença de efeito Doppler. Isto resulta em interferência interportadora (ICI, do inglês *inter-carrier interference*), eficiência espectral reduzida e taxas de erro aumentadas, especialmente em cenários altamente dinâmicos [3].

Para lidar com essas limitações, a modulação espaço tempo-frequência ortogonal (OTFS, do inglês *orthogonal time frequency space*) tem surgido como uma alternativa para canais variantes no tempo e seletivos em frequência [4]. Ao contrário do OFDM, o OTFS mapeia símbolos de informação no domínio atraso-Doppler por meio de uma estrutura de transformação bidimensional, conhecida como transformada rápida de Fourier simplética (SFFT, do inglês *symplectic fast Fourier transform*), permitindo que o sistema explore toda a diversidade tempo-frequência do canal sem fio. Essa abordagem melhora o desempenho em canais duplamente dispersivos, atenuando os efeitos de desvanecimento e interferência de forma mais eficaz [3].

A maioria das implementações de OTFS existentes depende principalmente da transformada discreta de Fourier (DFT, do inglês *discrete Fourier transform*) [5]. Contudo, como alternativa à DFT, este trabalho propõe o uso da transformada discreta de Hadamard (DHT, do inglês *discrete Hadamard transform*), dada sua semelhança estrutural com a DFT e seu baixo custo computacional [6], [7].

Este artigo investiga o impacto das transformadas DFT e DHT no desempenho de sistemas OTFS submetidos a canais de alta mobilidade. A avaliação baseia-se nas métricas de taxa de erro de bit (BER, do inglês *bit error rate*) e de quadro (FER, do inglês *frame error rate*), considerando canais duplamente seletivos modelados de acordo com o padrão 3GPP EVA (*Extended Vehicular A*) [3]. Para uma análise abrangente, o estudo contempla esquemas de modulação M -QAM ($M \in \{4, 16, 64, 256\}$) e incorpora a codificação de canal LDPC 5G NR [8], permitindo validar a robustez e o comportamento de ambas as transformadas sob condições rigorosas de transmissão.

O restante deste trabalho é estruturado da seguinte forma: na Seção II são descritos o modelo de canal duplamente dispersivo utilizado, a estrutura da modulação OTFS e um resumo sobre as transformadas utilizadas; na Seção III são descritas a metodologia dos testes realizados e as métricas

de desempenho utilizada; na Seção IV são apresentados os resultados obtidos nos experimentos e, por fim, na Seção V são sumarizadas as conclusões e trabalhos futuros.

II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A. Modelo de canal para simulação numérica

A modelagem do canal adota o conceito de *Tapped Delay Line* (TDL) [3], no qual cada derivação mapeia um percurso de propagação com atraso e atenuação específicos. Esse modelo permite a emulação do desvanecimento multipercurso em cenários de alta mobilidade, como o perfil *Extended Vehicular A* (EVA) do padrão 3GPP TS 36.101. Os parâmetros nominais de atraso (em ns) e potência relativa (em dB) para este cenário estão resumidos na Tabela I.

TABELA I: Modelo de Canal de Propagação EVA.

ns	0	30	150	310	370	710	1090	1730	2510
dB	0	-1.5	-1.4	-3.6	-6	-9.1	-7.0	-12.0	-16.9

B. OTFS: Modelo do sistema

1) *Transmissor*: Para a modulação OTFS, considera-se N como os intervalos de tempo dedicados à transmissão de um quadro (*frame*) OTFS e M como o número de amostras por bloco OTFS. No transmissor, os $N \times M$ símbolos presentes no alfabeto da modulação são organizados na matriz complexa atraso-Doppler $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{M \times N}$, com os símbolos pertencentes ao domínio Γ definidos como

$$\Gamma = \left\{ \left(\frac{l}{M\Delta f}, \frac{k}{NT} \right) \right\}, \quad (1)$$

em que $l = 0, \dots, M-1$ indica índice de atraso (*delay*), $k = 0, \dots, N-1$, é o índice de Doppler, T é o período do símbolo e o espaçamento de frequência é dado por $\Delta f = 1/T$.

Além disso, a matriz de tempo-frequência, $\mathbf{X}_{\text{tf}} \in \mathbb{C}^{M \times N}$, possui símbolos definidos no domínio

$$\Lambda = [(m\Delta f, nT)], \quad (2)$$

em que $m = 0, \dots, M-1$ é o índice de frequência, e $n = 0, \dots, N-1$ é o índice temporal.

No domínio tempo-frequência, a matriz $\mathbf{X}_{\text{tf}}$ é obtida pela aplicação bidimensional das transformadas $\mathbf{T}_M$ e $\mathbf{T}_N$ sobre a grade atraso-Doppler $\mathbf{X}$, conforme expresso por

$$\mathbf{X}_{\text{tf}} = \mathbf{T}_M \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{T}_N^\dagger, \quad (3)$$

em que $(\cdot)^\dagger$ indica o operador hermitiano (conjugado transposto). A partir de $\mathbf{X}_{\text{tf}}$, a matriz de amostras no domínio atraso-tempo $\tilde{\mathbf{X}}$ é gerada via

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{T}_M^\dagger \cdot \mathbf{X}_{\text{tf}}. \quad (4)$$

O sinal discretizado transmitido $\mathbf{s}$ é formado pela vetorização da matriz $\tilde{\mathbf{X}}$ submetida ao filtro de formatação de pulso Ψ_{tx} , isto é,

$$\mathbf{s} = \text{vec}(\Psi_{\text{tx}} \cdot \tilde{\mathbf{X}}). \quad (5)$$

Para o caso comum de pulsos retangulares, a matriz de formatação simplifica-se para a identidade de ordem M , tal que $\Psi_{\text{tx}} = \mathbf{I}_M$. A concatenação de (4) e (5) é conhecida como transformada de Heisenberg [3].

2) *Canal Discretizado (Modelo passa-banda)*: A representação discreta do canal é obtida através da amostragem das variáveis de tempo t e atraso τ . Definindo o tempo como $t = qT/M$, para $q = 0, \dots, NM-1$, e o atraso como $\tau = lT/M$, para $l = 0, \dots, M-1$, a resposta discreta do canal $g^s[l, q]$ é expressa por

$$g^s[l, q] = \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \left(\sum_{\kappa \in \mathcal{K}_\ell} \nu_\ell(\kappa) z^{\kappa(q-l)} \right) \text{sinc}(l - \ell), \quad (6)$$

em que $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/(\pi x)$ e $z = e^{j\frac{2\pi}{NM}}$. Em sistemas típicos de banda larga, os atrasos presentes no caminho do canal podem ser aproximados por múltiplos inteiros do período de amostragem T/M sem perda significativa de precisão. Sob essa condição, a função sinc reduz-se a um impulso unitário

$$\text{sinc}(l - \ell) = \begin{cases} 1, & \text{se } \ell = l, \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (7)$$

Dessa forma, a resposta discreta do canal em (6), considerando a simplificação da função sinc dada em (7), pode ser simplificada para

$$g^s[l, q] = \begin{cases} \sum_{\kappa \in \mathcal{K}_l} \nu_l(\kappa) z^{\kappa(q-l)}, & \text{para } \ell = l \in \mathcal{L}, \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (8)$$

A partir de $g^s[l, q]$, constrói-se a matriz do canal no domínio do tempo, $\mathbf{G}$, de dimensão $NM \times NM$. Considerando que l_{max} representa o atraso máximo normalizado do canal, a matriz $\mathbf{G}$ assume uma estrutura em faixas com $l_{\text{max}} + 1$ diagonais não nulas, cujos elementos são mapeados por

$$\mathbf{G}[q, q-l] = g^s[l, q] \quad \text{para } l \leq q \leq NM-1. \quad (9)$$

3) *Receptor*: A partir de $\mathbf{G}$ (9), o vetor de amostras recebidas $\mathbf{r}$ é modelado por

$$\mathbf{r} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{w}, \quad (10)$$

em que $\mathbf{w}$ o vetor de ruído aditivo gaussiano branco (AWGN, do inglês *additive white Gaussian noise*) no domínio de tempo. No receptor, $\mathbf{r}$ é convertido na matriz de atraso-tempo $\tilde{\mathbf{Y}} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ via

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \Psi_{\text{rx}} \cdot \text{vec}_{M,N}^{-1}(\mathbf{r}), \quad (11)$$

em que Ψ_{rx} é a matriz de formatação de pulso, que equivale a $\mathbf{I}_M$ para pulsos retangulares. A matriz no domínio tempo-frequência, $\mathbf{Y}_{\text{tf}}$, é obtida pela aplicação de $\mathbf{T}_M$ sobre $\tilde{\mathbf{Y}}$, isto é,

$$\mathbf{Y}_{\text{tf}} = \mathbf{T}_M \cdot \tilde{\mathbf{Y}}. \quad (12)$$

A concatenação de (11) e (12) é denominada transformada de Wigner [9], [3]. Finalmente, a matriz no domínio atraso-Doppler $\mathbf{Y}$ é recuperada pela aplicação da transformada discreta bidimensional, expressa por

$$\mathbf{Y} = \mathbf{T}_M^\dagger \cdot \mathbf{Y}_{\text{tf}} \cdot \mathbf{T}_N. \quad (13)$$

A matriz esparsa atraso-Doppler do canal de transmissão, $\mathbf{H}$, é obtida por meio de

$$\mathbf{H} = (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{T}_N) \cdot (\mathbf{P}^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{P}) \cdot (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{T}_N^\dagger), \quad (14)$$

em que $\otimes$ denota o produto de Kronecker [10] e $\mathbf{P}$ representa a matriz de embaralhamento linha-coluna

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{1,1} & \mathbf{E}_{2,1} & \cdots & \mathbf{E}_{M,1} \\ \mathbf{E}_{1,2} & \mathbf{E}_{2,2} & \cdots & \mathbf{E}_{M,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{E}_{1,N} & \mathbf{E}_{2,N} & \cdots & \mathbf{E}_{M,N} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

cujos elementos $\mathbf{E}_{i,j}$, para $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ e $j \in \{1, 2, \dots, N\}$ são dados por

$$\mathbf{E}_{i,j}[i', j'] = \begin{cases} 1, & \text{se } i' = i \text{ e } j' = j, \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (16)$$

Para mitigar os efeitos de canais duplamente dispersivos em cenários de alta mobilidade, emprega-se o equalizador de erro quadrático médio mínimo linear (LMMSE - *linear minimum mean square error*).

Definindo $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ como as versões vetorizadas das matrizes atraso-Doppler $\mathbf{X}$ e $\mathbf{Y}$, respectivamente, a estimativa LMMSE de $\mathbf{x}$ é obtida por

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{H}^\dagger \cdot \mathbf{y}, \quad (17)$$

em que $\mathbf{A} = \mathbf{H}^\dagger \cdot \mathbf{H} + \sigma_w^2 \mathbf{I}_{MN}$ e σ_w^2 representa a variância do ruído aditivo. Embora o estimador expresso em (17) minimize o erro quadrático global, ele introduz um viés de amplitude nos símbolos estimados [11]. Esse viés é caracterizado por um ganho médio $\mu_{avg} = 1 - \sigma_w^2 / (NM \cdot \text{Tr}(\mathbf{A}^{-1}))$, em que o operador $\text{Tr}(\cdot)$ é o traço de uma matriz, que consiste na soma dos elementos da diagonal principal. Para a computação no decodificador LDPC, a remoção desse viés é fundamental, resultando na estimativa final:

$$\hat{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}} / \mu_{avg}. \quad (18)$$

C. Transformadas Discretas

A DFT é a transformada padrão em sistemas multiportadora devido à sua eficiência na conversão entre os domínios do tempo e da frequência [9]. A partir dos elementos $w_{k,m}$ associados ao seu núcleo, que são dados por

$$w_{k,m} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j \frac{2\pi}{N} km}, \quad 0 \leq k, m \leq N-1, \quad (19)$$

é possível construir a matriz da DFT de ordem N , denotada por $\mathbf{W}_N$. Assim, para um vetor de entrada $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$, a representação no domínio da frequência $\hat{\mathbf{x}}$ é obtida via

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{W}_N \mathbf{x}. \quad (20)$$

O fator $1/\sqrt{N}$ em (19) assegura que a matriz $\mathbf{W}_N$ seja unitária, ou seja, $\mathbf{W}_N^\dagger \mathbf{W}_N = \mathbf{I}_N$.

Como alternativa à DFT, este trabalho propõe o uso da DHT. A DHT é uma transformada ortogonal cujos elementos da respectiva matriz são puramente reais e limitados aos valores $\{1, -1\}$, o que elimina a necessidade de multiplicações complexas em sua implementação.

A matriz de transformação da DHT de comprimento $N = 2^n$ é definida recursivamente por [6]

$$\mathbf{H}_N = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{N-1} & \mathbf{H}_{N-1} \\ \mathbf{H}_{N-1} & -\mathbf{H}_{N-1} \end{bmatrix}, \mathbf{H}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

A DHT de um vetor $\mathbf{x}$ é o vetor $\hat{\mathbf{x}}_h$ dado por

$$\hat{\mathbf{x}}_h = \mathbf{H}_N \cdot \mathbf{x}. \quad (22)$$

A principal vantagem da DHT sobre a DFT reside na sua eficiência computacional, especialmente em sistemas embarcados e hardware dedicado. Embora em cenários práticos a DFT seja computada por meio de algoritmos rápidos (FFT, do inglês *fast Fourier transform*) que reduzem sua complexidade para $O(N \log N)$, a DHT dispõe de versões adaptadas desses algoritmos que atingem o mesmo desempenho sem o custo computacional das multiplicações complexas [6]. Enquanto uma FFT Radix-2 de tamanho N operando sobre dados complexos exige $\frac{N}{2} \log_2 N$ multiplicações complexas, a FHT opera exclusivamente utilizando adições e subtrações reais, resultando em zero multiplicações complexas e reais, como mostrado na Tabela II.

TABELA II: Complexidade computacional associada aos algoritmos rápidos.

Transformada	Mult. Complexas (ID)	Adições Reais (ID)
DFT (FFT)	$\frac{N}{2} \log_2 N$	$2N \log_2 N$
DHT (FHT)	0	$2N \log_2 N$
Economia	100%	0%

III. METODOLOGIA

A metodologia fundamenta-se na análise comparativa de desempenho entre a DFT convencional e a DHT no contexto da modulação OTFS. Conforme o modelo de sistema ilustrado na Fig. 1, que integra a codificação de canal LDPC 5G NR, as matrizes de transformada genéricas anteriormente definidas, $\mathbf{T}_N$ e $\mathbf{T}_M$, são sistematicamente substituídas. Especificamente, quando a DFT é avaliada, as matrizes $\mathbf{W}_N$ e $\mathbf{W}_M$ substituem $\mathbf{T}_N$ e $\mathbf{T}_M$, respectivamente. Analogamente, sob a aplicação da DHT, as matrizes de Hadamard $\mathbf{H}_N$ e $\mathbf{H}_M$ assumem o papel de $\mathbf{T}_N$ e $\mathbf{T}_M$.

A. Fluxo de dados

No transmissor (blocos azuis na Fig. 1) os m bits de mensagem são, opcionalmente, codificados via LDPC, e em seguida mapeados em símbolos M-QAM, gerando a matriz atraso-Doppler $\mathbf{X}$. O foco da investigação reside nos blocos de **2D-Transformada Discreta Inversa (2D-IDT)** e a sua recíproca no receptor, a **2D-Transformada Discreta Direta (2D-DT)**, ambas destacadas em negrito na Fig. 1. Nesses estágios, avalia-se a viabilidade da substituição da matriz núcleo da DFT pela DHT. Após a 2D-IDT, o sinal é processado pela transformada de Heisenberg (aplicação de (4) e (5)), gerando o sinal $s(t)$ que atravessa o canal duplamente dispersivo $h(\tau, \nu)$.

No receptor (na cor alaranjada na Fig. 1), o sinal $r(t)$ passa pela transformada de Wigner (aplicação de (11) e (12)) e pelo bloco 2D-DT e, para mitigar a interferência intersimbólica (ISI) e o espalhamento Doppler, aplica-se o equalizador LMMSE sobre a matriz $\mathbf{Y}$. Por fim, os símbolos estimados do vetor $\hat{\mathbf{x}}$ são demodulados, e, caso o LDPC esteja presente, são processados pelo decodificador LDPC para a recuperação dos bits.

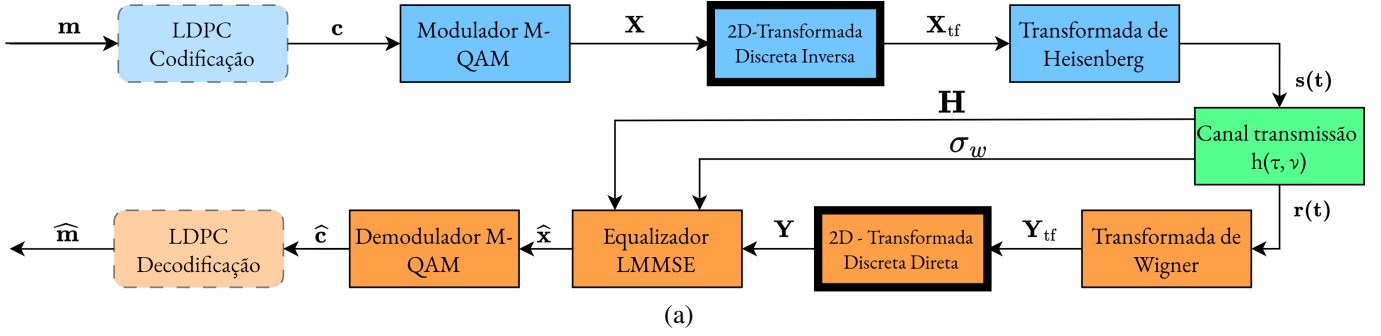


Fig. 1: Modelo de sistema OTFS com equalização LMMSE e Código Corretor de Erro LDPC (Opcional).

B. Implementação Computacional

Para a avaliação do sistema, o simulador foi integralmente desenvolvido na linguagem C++. As operações matriciais complexas, fundamentais para a modulação atraso-Doppler e para a equalização LMMSE, foram implementadas por meio da biblioteca de código aberto IT++ [12]. Para a etapa de codificação e decodificação, utilizou-se uma biblioteca externa que implementa o LDPC 5G NR [13]. Visando garantir a reprodutibilidade da pesquisa, o código-fonte completo e os guias de simulação encontram-se disponíveis publicamente¹.

C. Parâmetros de simulação

Os parâmetros de simulação estão detalhados na Tabela III. O sistema adota o modelo de canal EVA (Tabela I), cujas configurações se baseiam em cenários típicos de comunicações móveis descritos na literatura [9]–[14]. No esquema de codificação LDPC, a seleção do grafo base (BG, do inglês *base graph*) ocorre dinamicamente em função do tamanho do bloco de informação K e da taxa de código (CR, do inglês *code rate*).

TABELA III: Parâmetros utilizados nas simulações.

C	N	M	$f_c(\text{GHz})$	$\Delta_f(\text{KHz})$	CR
1	8	8	60	625	1/4, 1/2, 3/4
2	16	16	6	30	1/4

Os campos da Tabela III são definidos por:

- **C**: cenário/índice da simulação.
- **N**: número de intervalos de tempo, que define a resolução no domínio do tempo.
- **M**: número de *delay bins* ou subportadoras, que define a resolução no domínio da frequência.
- f_c : Frequência da portadora, medida em GHz.
- Δ_f : Espaçamento entre subportadoras, medido em KHz.
- **CR**: Taxa de código, quando utilizado.

D. Métrica de desempenho

O desempenho do sistema é avaliado pelas taxas de erro de bit, BER, e de quadro, FER. O BER, definido pela razão

de bits incorretos pelo total transmitido [15], caracteriza a robustez básica frente à razão sinal-ruído (SNR, do inglês *signal-to-noise ratio*). Contudo, para sistemas que utilizam códigos LDPC, o FER assume papel central, pois reflete a capacidade do código em recuperar a integridade de quadros de informação. Dessa forma, essas duas taxas permitem comparar a eficiência de modulações e técnicas de correção de erro sob diferentes condições de canal [9], [14], [7], [4].

IV. RESULTADOS

O desempenho do Cenário 1 em termos de FER é apresentado na Fig. 2 para diferentes ordens de modulação e velocidades relativas de 60 km/h, 150 km/h e 360 km/h. Observa-se que, para a modulação 4-QAM sem codificação de canal, a DHT superou levemente a DFT em termos de robustez, com o FER de $9,40 \cdot 10^{-2}$ frente aos $1,04 \cdot 10^{-1}$ da DFT para 20dB. Para as modulações de ordem superior (16, 64 e 256-QAM), ambas as transformadas apresentaram desempenho equivalente, FER de $9,92 \cdot 10^{-1}$, $9,94 \cdot 10^{-1}$ para a DFT e DHT, respectivamente, em 20dB. Essa semelhança entre a DHT e a DFT permaneceu verdadeira nos parâmetros que incorporam o código LDPC com $CR \in \{1/4, 1/2, 3/4\}$. Em relação ao Cenário 2, conforme mostrado nas Tabelas IV e V, a DHT superou a DFT marginalmente em cenários limitados por ruído (até 20 dB) com modulação 4-QAM. Já para modulações como 64 e 256-QAM, a DFT manteve uma ligeira vantagem competitiva.

V. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma análise comparativa da viabilidade da transformada discreta de Hadamard (DHT) em substituição à DFT convencional na arquitetura da comunicação OTFS. Através de simulações em canais duplamente dispersivos com velocidades relativas de até 360 km/h. Validou-se que o desempenho das métricas BER e FER para as modulações 4-QAM a 256-QAM, com e sem LDPC 5G NR, mantém-se equivalente entre as transformadas, com ligeira vantagem para a DHT em cenários específicos. Conclui-se que a DHT é uma alternativa robusta para sistemas OTFS, oferecendo a vantagem estratégica de uma reduzida complexidade computacional, o que a torna ideal para dispositivos com restrições de energia e custo. Trabalhos já em desenvolvimento focam em implementação de algoritmos rápidos para a DHT em

¹Repositório do projeto no LAPS-UFPE: https://github.com/laps-ufpe/otfs_dft_dht/.

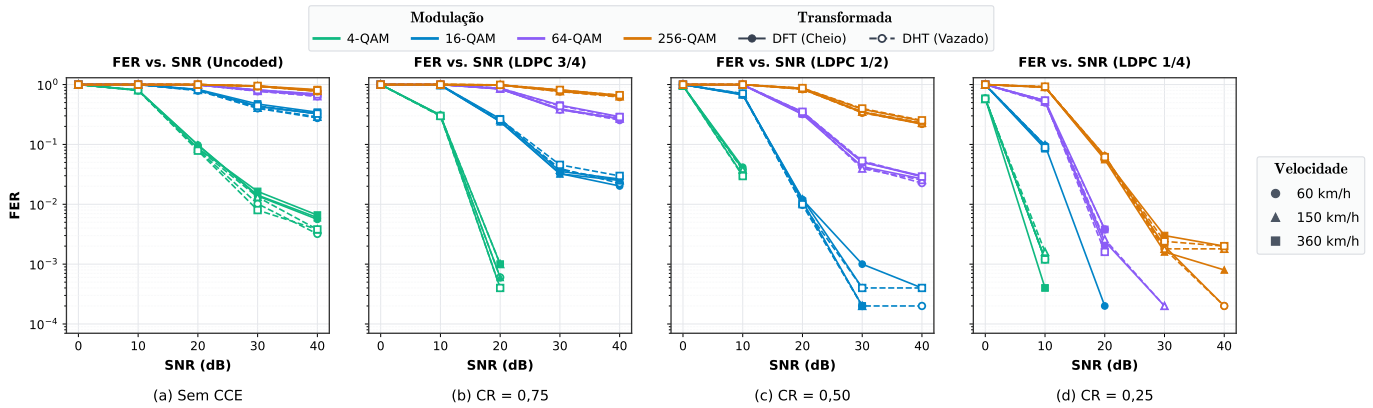

 Fig. 2: Desempenho FER (log) $\times$ SNR (dB) do Cenário 1.

TABELA IV: Cenário 2: Velocidade relativa de 360km/h, Desempenho de BER e FER.

	Mod.	Transf.	SNR			
			0dB	10dB	20dB	30dB
BER	4QAM	DFT	2,07e-1	3,43e-2	5,82e-4	0,00e+0
		DHT	2,06e-1	3,49e-2	3,38e-4	7,81e-6
	16QAM	DFT	3,24e-1	1,39e-1	1,95e-2	3,65e-4
		DHT	3,31e-1	1,39e-1	1,83e-2	3,81e-4
	64QAM	DFT	3,87e-1	2,36e-1	7,91e-2	8,98e-3
		DHT	3,82e-1	2,31e-1	7,69e-2	9,74e-3
	256QAM	DFT	4,14e-1	2,99e-1	1,49e-1	4,41e-2
		DHT	4,14e-1	3,01e-1	1,53e-1	4,32e-2
FER	4QAM	DFT	1,00e+0	8,41e-1	8,00e-2	0,00e+0
		DHT	1,00e+0	8,53e-1	7,10e-2	2,00e-3
	16QAM	DFT	1,00e+0	9,99e-1	7,00e-1	7,90e-2
		DHT	1,00e+0	1,00e+0	7,19e-1	7,50e-2
	64QAM	DFT	1,00e+0	1,00e+0	9,88e-1	5,20e-1
		DHT	1,00e+0	1,00e+0	9,92e-1	5,39e-1
	256QAM	DFT	1,00e+0	1,00e+0	1,00e+0	9,12e-1
		DHT	1,00e+0	1,00e+0	1,00e+0	9,04e-1

 TABELA V: Cenário 2 com LDPC ($CR = 1/4$): Velocidade relativa de 360km/h, Desempenho de BER e FER.

	Mod.	Transf.	SNR			
			0dB	10dB	20dB	30dB
BER	4QAM	DFT	1,35e-1	6,09e-4	0,00e+0	0,00e+0
		DHT	1,26e-1	3,67e-4	0,00e+0	0,00e+0
	16QAM	DFT	3,27e-1	2,03e-2	1,56e-5	0,00e+0
		DHT	3,35e-1	1,61e-2	0,00e+0	0,00e+0
	64QAM	DFT	3,98e-1	1,21e-1	6,46e-4	0,00e+0
		DHT	3,99e-1	1,17e-1	2,47e-4	0,00e+0
	256QAM	DFT	4,26e-1	2,41e-1	4,64e-3	0,00e+0
		DHT	4,27e-1	2,40e-1	6,51e-3	0,00e+0
FER	4QAM	DFT	5,49e-1	2,00e-3	0,00e+0	0,00e+0
		DHT	5,26e-1	3,00e-3	0,00e+0	0,00e+0
	16QAM	DFT	9,65e-1	9,20e-2	1,00e-3	0,00e+0
		DHT	9,74e-1	8,20e-2	0,00e+0	0,00e+0
	64QAM	DFT	1,00e+0	4,81e-1	4,00e-3	0,00e+0
		DHT	1,00e+0	4,90e-1	1,00e-3	0,00e+0
	256QAM	DFT	1,00e+0	8,14e-1	2,90e-2	0,00e+0
		DHT	1,00e+0	8,00e-1	3,30e-2	0,00e+0

ambiente hardware-software (FPGA-SoC), incluindo futuras investigações de técnicas avançadas de estimação de canal para dispositivos restritos.

REFERÊNCIAS

- [1] B. Xu, Z. Xia, R. Liu, Y. Zhang, J. Hu, and W. Xie, "Research on OTFS modulation applied in LTE-based 5G terrestrial broadcast," in *2020 International Wireless Communications and Mobile Computing (IWCMC)*, 2020, pp. 514–519.
- [2] P. S. R. Diniz, W. A. Martins, and M. V. S. Lima, "Block transceivers: OFDM and beyond," in *Synthesis Lectures on Communications*, 2012.
- [3] E. V. Yi Hong, Tharaj Thaj, *Delay-Doppler Communications: Principles and Applications*. Academic Press, 2022, vol. 1.
- [4] L. Gaudio, G. Colavolpe, and G. Caire, "OTFS vs. OFDM in the presence of sparsity: A fair comparison," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 21, no. 6, pp. 4410–4423, 2022.
- [5] M. Aldababsa, S. Özyurt, G. K. Kurt, and O. Kucur, "A survey on orthogonal time frequency space modulation," *IEEE Open Journal of the Communications Society*, vol. 5, pp. 4483–4518, 2024.
- [6] D. Sundararajan and M. O. Ahmad, "Fast computation of the discrete Walsh and Hadamard transforms," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 7, no. 6, pp. 898–904, Jun 1998.
- [7] R. Bomfin, A. Nimr, M. Chafii, and G. Fettweis, "A robust and low-complexity Walsh-Hadamard modulation for doubly-dispersive channels," *IEEE Communications Letters*, vol. 25, no. 3, pp. 897–901, 2021.
- [8] Y. Gong, Z. Li, L. Yang, L. Tian, J. Miao, D. Zhang, and Z. Xu, "LDPC-Hadamard code-assisted OTFS in high-mobility scenarios," *IEEE Open Journal of Vehicular Technology*, vol. 6, pp. 1849–1860, 2025.
- [9] A. R. Shadangi, S. S. Das, and I. Chakrabarti, "Low-complexity VLSI architecture for OTFS transceiver under multipath fading channel," *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, vol. 32, no. 7, pp. 1285–1296, 2024.
- [10] R. D. Schafer, *An Introduction to Nonassociative Algebras*. New York: Dover Publications, 1995, originally published: Academic Press, 1966.
- [11] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory*. Pearson, 1993, vol. 1.
- [12] IT++, "IT++: a c++ library of mathematical, signal processing and communication classes and functions," <https://itpp.sourceforge.net/>, 2007, versão 4.3.1. Acessado em: 20 agosto 2025.
- [13] J. J. Mao, "5G-NR-LDPC-CPP: A c++ implementation of 5G NR LDPC codes," <https://github.com/just1nGH/5G-NR-LDPC-CPP>, 2021, acessado em: 23 setembro 2025.
- [14] T. Blazek and D. Radovic, "Performance evaluation of OTFS over measured V2V channels at 60 GHz," in *2020 IEEE MTT-S International Conference on Microwaves for Intelligent Mobility (ICMIM)*, 2020, pp. 1–4.
- [15] S. Lin and D. J. Costello, *Error Control Coding, Second Edition*. USA: Prentice-Hall, Inc., 2004.