

Análise de desempenho do Algoritmo de Water-filling Modificado para Alocação de Recursos em Sistemas OFDMA

Anderson Daniel Soares, Luciano Leonel Mendes e Rausley Adriano Amaral de Souza.

Resumo—O crescimento da demanda por sistemas de comunicações móveis de alta capacidade com múltiplos usuários está motivando as pesquisas por técnicas mais eficientes de utilização do espectro de frequências. A utilização da técnica OFDMA em sistemas móveis já é uma realidade nos padrões de quarta geração como LTE, IEEE802.16 e IEEE802.22. No entanto, a eficiência do múltiplo acesso da técnica OFDMA está condicionada ao algoritmo de alocação de recursos, que considera a vazão e a taxa de erro de bit (BER - *Bit Error Rate*) requeridas de cada usuário e as condições do canal de comunicação, para a alocação das subportadoras e suas respectivas ordens de modulação. O objetivo deste artigo consiste em analisar uma proposta de algoritmo de alocação de recursos baseadas no teorema de *Water-filling*, que leva em consideração as taxas de dados requeridas por cada usuário. A análise de desempenho irá considerar a eficiência em atender tanto aos requisitos de vazão quanto de robustez em canais seletivos em frequência.

Palavras-Chave—OFDMA, *Water-filling*, Vazão, Robustez, Canais Seletivos.

Abstract—The growth of mobile communication systems with high data rate capacity and multiple users is pushing the researches about techniques that presents high spectrum efficiency. OFDMA is already a reality in many advanced mobile communication systems, such as LTE, IEEE802.16 and IEEE802.22. Nevertheless, the efficiency of the OFDMA technique depends on the resource allocation algorithm, which must consider the data rate and bit error rate (BER) required by each user and the channel frequency response to determine which subcarriers and the modulation orders shall be allocated for each user. The aim of this paper is to analyze the performance of a resource allocation algorithm, based on *Water-filling* theorem, but that has been modified to consider the required throughput of each user. The performance analysis includes the efficiency of the algorithm to fulfill the users requirements about throughput and robustness in a frequency-selective channels.

Keywords—OFDMA, *Water-filling*, Throughput, Robustness, Frequency Selective Channels.

I. INTRODUÇÃO

Atualmente, as transmissões de dados sem fio requerem alta eficiência espectral em canais variantes no tempo e seletivos em frequência. *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (OFDM) [1] tem sido usada para combater os efeitos dos múltiplos percursos em canais desta natureza, sendo normalmente empregado em conjunto com a técnica de múltiplo acesso denominada de TDMA (*Time Division Multiple Access*) [2]. No OFDM/TDMA, um único usuário emprega todas as

subportadoras de um dado símbolo OFDM para a transmissão de seus dados. Essa solução pode tornar-se ineficiente em canais seletivos em frequência e variantes no tempo, principalmente nos casos onde os usuários não requerem todas as subportadoras para transmitir seus dados. Uma solução para aumentar a eficiência de transmissão de dados é compartilhar subportadoras de um símbolo OFDM com múltiplos usuários. Esta técnica é chamada de *Orthogonal Frequency Division Multiple Access* (OFDMA) [3] e está sendo usada em diversos sistemas de comunicações atualmente, como o *Long Term Evaluation* (LTE), *Worldwide Interoperability for Microwave Access* (WiMAX) [4] e IEEE802.22 [5].

Para que o OFDMA apresente um desempenho espectral satisfatório, o algoritmo de alocação de recursos, que determina quais subportadoras e suas respectivas ordens de modulação devem ser alocadas para quais usuários, deve considerar a resposta em frequência do canal de comunicação de cada usuário com a Estação Radiobase (ERB). Existem várias técnicas de alocação de subportadoras e modulação adaptativa para sistema OFDMA na literatura [6], [7], [8], [9], [10]. Em [6], a alocação dos recursos é realizada através da distribuição da potência utilizando o teorema de *Water-filling* [11], empregando-se a resposta em frequência do canal e a demanda por vazão de cada usuário na determinação de quais subportadoras serão alocadas para cada usuário, bem como qual a constelação empregada em cada subportadora. Em [7], os autores analisam um esquema de alocação de recursos para o enlace de subida de sistemas de comunicação móvel, onde são apresentados três algoritmos com o objetivo de maximizar a soma da taxa de dados entre os usuários. Um dos algoritmos determina a quantidade de subportadoras por usuário, outro realiza a alocação de subportadoras e, por último, o algoritmo de *Water-filling* aloca as potências disponíveis aos usuários. Em [8], os autores propõem uma abordagem baseada na predição da BER média sobre todas as subportadoras, onde são determinadas regiões de relação sinal ruído para o chaveamento da ordem de modulação. Em [9], é apresentado um algoritmo eficiente para alocar os recursos para os diferentes usuários do símbolo OFDM. Dois passos são utilizados, sendo o primeiro para determinar o número de subportadoras por usuário e o segundo para distribuir quais subportadoras devem ser alocadas para cada usuário, de modo que a potência de transmissão total seja minimizada. Os mesmos autores, em [12], apresentam um algoritmo de alocação de potência para múltiplos usuários que utiliza o teorema de *Water-filling*.

O objetivo deste artigo consiste em apresentar uma proposta de algoritmo de alocação de recursos para sistemas OFDMA, onde a análise da resposta em frequência do canal de comunicação entre a ERB e cada um dos usuários é levada em consideração para determinar quais as subportadoras devem ser alocadas para cada usuário. O teorema de *Water-filling* é empregado para garantir que a potência limitada disponível para a transmissão de um símbolo OFDM seja alocada de forma mais eficiente. O processo de alocação de recursos pode atender a duas premissas diferentes, onde ambas garantem a vazão mínima requerida, definida pela qualidade de serviço (QoS). A primeira, considera a maximização da vazão total do sistema, enquanto que a segunda maximiza a robustez. Havendo subportadoras sobressalentes após a distribuição das subportadoras que garantam a QoS, três abordagens de alocação para essas subportadoras são consideradas e seus respectivos desempenhos são analisados. Para atingir este objetivo, o artigo encontra-se organizado da seguinte forma: a Seção II apresenta o modelo de um sistema OFDMA. A Seção III apresenta o algoritmo de alocação adaptativa priorizando a vazão e a robustez do sistema, além de apresentar o desempenho desses dois procedimentos em canais seletivos em frequência. Finalmente, a Seção IV apresenta as conclusões deste artigo.

II. MODELO DO SISTEMA

A solução proposta neste artigo pode ser utilizada em um sistema de comunicação em que haja um nó central, denominado de ERB, e múltiplos usuários. O esquema proposto pode operar tanto no enlace de subida quanto de descida. Entretanto, neste artigo será abordado apenas a alocação dos recursos para os usuários no enlace de subida. A ERB é responsável por executar o algoritmo de alocação de recursos e informar aos usuários quais são as subportadoras que cada um deve alocar, bem como o número de bits por símbolo que deve ser empregado em cada subportadora. A Figura 1 apresenta o diagrama em blocos simplificado da ERB.

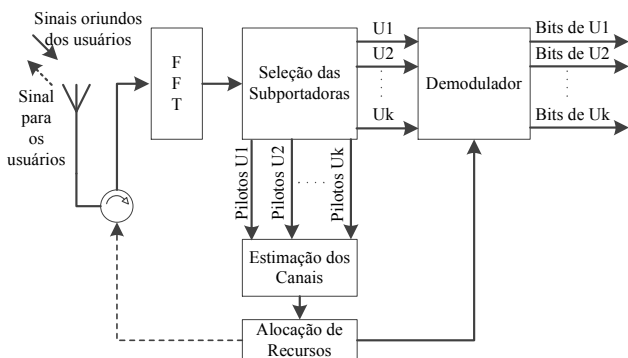


Fig. 1. Diagrama em blocos simplificado da ERB.

Os sinais provenientes dos usuários devem ser alinhados no domínio do tempo para garantir que o sinal amostrado na FFT (*Fast Fourier Transform*), corresponda corretamente ao símbolo OFDM formado pelas subportadoras de todos os usuários [3]. O bloco de Seleção das Subportadoras separa as subportadoras de cada usuário e suas respectivas subportadoras

piloto. Os dados dos diferentes usuários são entregues ao demodulador, que atua de forma adaptativa conforme estabelecido pelo bloco de Alocação de Recursos. Este bloco utiliza as estimativas das resposta em frequência do canal e relação sinal-ruído dos usuário para determinar a ordem de modulação empregada em cada subportadora. O bloco de alocação de recursos ainda utiliza as respostas em frequência dos canais e a vazão mínima demandada por cada usuário (QoS) para determinar quais subportadoras devem ser alocadas para cada usuário. As informações de alocação de recursos são então encaminhadas para os usuários empregando o cabeçalho do quadro de comunicação.

A Figura 2 apresenta o diagrama em blocos simplificado do terminal do usuário.

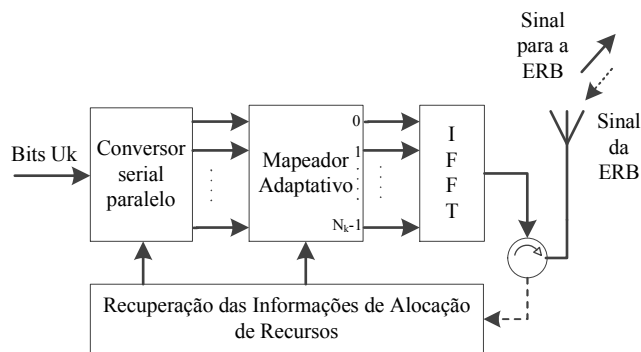


Fig. 2. Diagrama em blocos simplificado do terminal do usuário.

As informações referentes à alocação de recursos são recebidas e empregadas para configurar o processo de transmissão dos dados do usuário. Os bits do usuário são convertidos em símbolos de acordo com a ordem de modulação definida pelo algoritmo de alocação de recursos na ERB. Os símbolos do mapeador adaptativo são mapeados nas suas respectivas subportadoras do símbolo OFDM. A IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) emprega o mesmo número de pontos em todos os usuários, porém apenas as posições das subportadoras destinadas para o usuário em questão poderão receber valores diferentes de zero. As subportadoras que não são destinadas para o usuário em questão são denominadas de subportadoras virtuais.

Neste artigo, é considerado que o atraso entre o sinal recebido dos usuários e a transmissão dos dados de alocação de subportadora e bit para os mesmos é muito menor que o tempo de coerência do canal [13]. O número de subportadoras utilizadas nesse sistema é grande o suficiente para que a largura de banda de cada subportadora seja menor que a banda de coerência do canal [13]. Logo, o sinal recebido do usuário u na n -ésima subportadora é definido como:

$$c'_{u,n} = H_{u,n} \cdot c_{u,n} + v_n, \tag{1}$$

onde $c_{u,n}$ é o símbolo transmitido na n -ésima subportadora pelo usuário u , $H_{u,n}$ é a resposta em frequência do canal e v_n é a amostra de ruído presente a frequência da n -ésima subportadora. O símbolo transmitido, $c_{u,n}$, pertence a uma constelação M -QAM com $M = 2^{b_{u,n}}$ símbolos, onde $2^{b_{u,n}}$ é a máxima eficiência espectral que o usuário u pode atingir na

n -ésima subportadora. O desafio dos algoritmos de alocação de subportadoras e bits é definir como as subportadoras serão alocadas para cada usuário e distribuir a potência entre as subportadoras, otimizando a utilização do canal seletivo em frequência. O algoritmo proposto para implementar esta alocação de recursos será apresentado a seguir.

III. ALGORITMO DE ALOCAÇÃO DE RECURSOS

Nesta seção, são abordadas duas análises do algoritmo de *Water-filling* modificado (AWM) [6]. Tanto a prioridade na vazão quanto a prioridade na robustez serão tratadas nesta análise considerando-se um canal seletivo em frequência.

A. Algoritmo de Water-filling Modificado

O algoritmo de *Water-filling* clássico realiza a alocação de potência para as subportadoras visando minimizar a potência de transmissão, sem considerar os requisitos de vazão, definida pela QoS, de cada usuário. Desta forma, esta abordagem pode fazer com que os usuários que experimentam canais mais severos tenham pouco ou nenhum recurso alocado para a transmissão de seus dados. A proposta do AWM considera as demandas mínimas de cada usuário no processo de alocação de potência e de subportadoras. Primeiramente, será feita uma análise para um único usuário. A potência necessária para transmitir b_n bits em uma dada subportadora é dada por [12]

$$P_n = \frac{\Gamma \cdot \sigma_n^2}{|H_n|^2} \cdot (2^{b_n} - 1), \quad (2)$$

onde σ_n^2 é a variância do ruído e

$$\Gamma = \frac{1}{3} \left\{ Q^{-1} \left[\frac{P_{es}}{4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right)} \right] \right\}^2 \quad (3)$$

é definido como SNR Gap [14], sendo P_{es} a probabilidade de erro alvo.

A potência disponível para a transmissão do símbolo OFDM é constante, dado por:

$$P = \sum_{n=0}^{N-1} P_n, \quad (4)$$

onde P_n deve ser maior ou igual a zero.

A determinação da potência a ser entregue para cada subportadora, respeitando-se a condição apresentada em (4) é um problema de otimização, cuja solução é conhecida como Teorema de *Water-filling*:

$$P_n = K - \frac{\Gamma \cdot \sigma_n^2}{|H_n|^2} \quad (5)$$

onde K é uma constante denominada de *water level*.

A distribuição de potência empregando-se (5) e a consequente carga de bits por subportadora determinada por (2) resulta na máxima taxa de dados que o usuário poderia obter, caso todas as subportadoras fossem alocadas para um único usuário. No entanto, considerando o caso de múltiplo acesso, é necessário distribuir as subportadoras entre todos

os usuários. Neste algoritmo, a alocação das subportadoras é feita priorizando o usuário que pode atingir a maior taxa, definida após o procedimento de alocação de potência e bits pelo algoritmo de *Water-filling* para cada usuário. O usuário com maior prioridade recebe a subportadora que tem a maior ordem de modulação. Esta subportadora não poderá ser alocada para nenhum outro usuário. Assim, o número de bits da posição da subportadora alocada do respectivo usuário é subtraída da taxa total do mesmo. Em seguida, o novo usuário prioritário é encontrado e o processo continua até que todos os usuários garantam suas respectivas taxas mínimas. Após isto, três diferentes abordagens são utilizadas para distribuir as subportadoras restantes:

- Distribuição Aleatória (DA): A distribuição das subportadoras entre os usuários é aleatória, seguindo uma distribuição uniforme.
- Máxima Ordem de Modulação (MOM): uma dada subportadora é alocada para o usuário que pode transmitir o maior número de bits por símbolo nesta subportadora específica.
- Máxima Taxa Média (MTM): uma dada subportadora é alocada para o usuário que pode atingir a maior taxa de dados média.

Vale observar que no procedimento de alocação, a potência empregada em cada usuário irá variar ao longo do tempo em função da resposta em frequência do canal, sendo sempre menor ou igual a potência máxima disponível e que a igualdade somente será verificada quando todas as subportadoras forem alocadas para um único usuário.

As subportadoras extras alocadas para os usuários podem ser utilizadas para aumentar a vazão de dados ou para aumentar a robustez. As subseções a seguir analisam ambos os cenários.

B. Priorização da Vazão

Este cenário tem como objetivo empregar os recursos disponíveis para maximizar a ordem de modulação em cada subportadora, de modo que a vazão seja máxima. Neste caso, cada subportadora irá receber a potência necessária para garantir a QoS em função da ordem de modulação e da resposta do canal.

As análises dos resultados obtidos com o algoritmo tem como objetivo verificar a eficiência espectral das três abordagens descritas anteriormente. Os canais utilizados são seletivos em frequência e variantes no tempo segundo a distribuição de Rayleigh [15]. O tempo de coerência dos canais é superior ao tempo de duração do símbolo OFDM. No total, três usuários compartilham os recursos do sistema, sendo que cada um requer no mínimo a transmissão de 50 bits por símbolo OFDMA, que é composto por 256 subportadoras. A potência total disponível para todas as subportadoras está 37 dB acima da variância do ruído no receptor da ERB. A resposta ao impulso do canal experimentado por cada usuário é dada por:

$$\begin{aligned} h_1 &= r \cdot (0,9\delta[n] + 0,4\delta[n-4] - 0,2\delta[n-7] + 0,1\delta[n-9]) \\ h_2 &= r \cdot (0,8\delta[n] + 0,5\delta[n-3] + 0,2\delta[n-7] - 0,1\delta[n-9]) \\ h_3 &= r \cdot (0,9\delta[n] + 0,6\delta[n-2] - 0,4\delta[n-5] + 0,1\delta[n-9]) \end{aligned} \quad (6)$$

onde r é uma variável aleatória com distribuição Rayleigh.

A vazão média obtida para cada usuário é computada após a transmissão de 20 símbolos OFDM. A Figura 3 apresenta o número de bits alocados para cada usuário e o número médio de bits transmitidos por símbolo OFDMA, considerando as três abordagens.

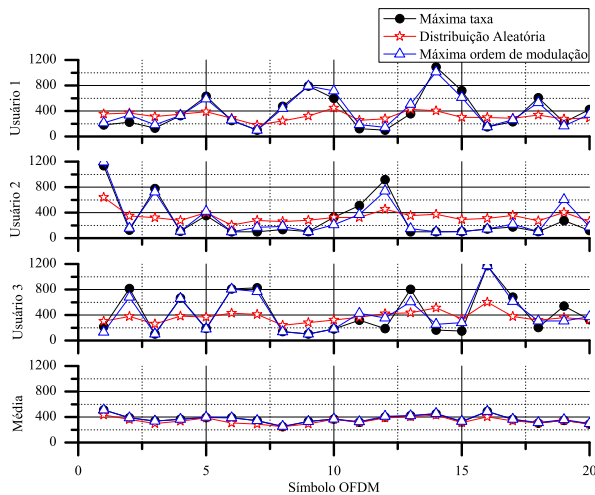


Fig. 3. Número de bits de cada usuário e número médio de bits nos símbolos OFDMA visando maximizar a vazão.

Pode-se verificar que a abordagem de distribuição aleatória das subportadoras extras resulta em pouca variação do número de bits transmitidos por cada usuário em cada símbolo OFDMA e que esta técnica resulta na menor vazão média do sistema, tal como mostra a Tabela I. Já com as abordagens de Máxima Vazão Média e Máxima Ordem de Modulação observa-se uma maior variância do número de bits transmitidos por cada usuário em cada símbolo OFDMA, sendo que a abordagem por Máxima Ordem de Modulação apresenta uma vazão ligeiramente superior a abordagem por Máxima Taxa Média.

TABELA I

NÚMERO MÉDIO DE BITS DOS USUÁRIOS ALOCADOS NOS SÍMBOLOS OFDMA.

	Bits U1	Bits U2	Bits U3	Média
DA	300,38	313,06	369,62	327,67
MOM	293,10	318,74	453,56	355,10
MTM	263,18	299,76	495,20	352,71

A Figura 4 apresenta o número médio de bits transmitidos por subportadora para cada usuário e o número médio total de bits transmitidos por subportadora em um símbolo OFDMA.

A Tabela II apresenta a eficiência espectral média obtida pelas três abordagens apresentadas, onde é notório que a Máxima Ordem de Modulação atinge a maior eficiência espectral total enquanto que a Distribuição Aleatória resulta na menor eficiência. Contudo, um usuário com uma condição de propagação desfavorável com relação aos outros usuários pode obter uma vazão mais alta com a Distribuição Aleatória do que seria possível com as outras abordagens.

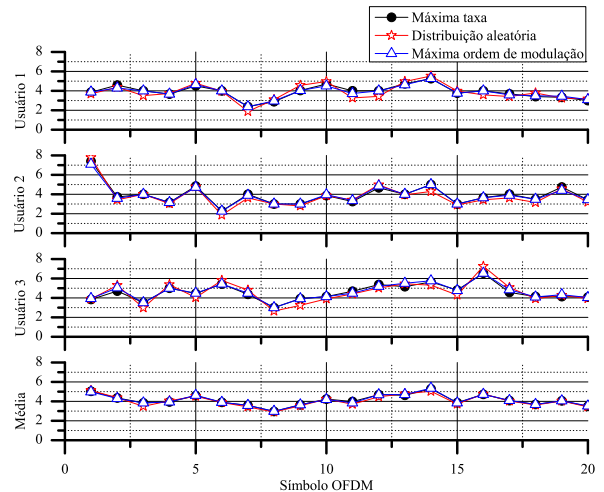


Fig. 4. Eficiência espectral das abordagens de cada usuário e eficiência média dos símbolos OFDMA visando maximizar a vazão.

TABELA II

EFICIÊNCIA ESPECTRAL DAS ABORDAGENS DE ALOCAÇÃO DE SUBPORTADORAS APRESENTADAS.

	Efic. U1	Efic. U2	Efic. U3	Efic. Média
DA	3,601	4,058	4,508	4,056
MOM	3,768	4,067	4,537	4,124
MTM	3,808	4,090	4,457	4,118

C. Priorização da Robustez

A priorização da robustez tem como objetivo a utilização dos recursos extras disponíveis para reduzir a ordem de modulação em cada subportadora visando aumentar a robustez do sistema. Com isso, considerando que as estatísticas do canal se mantenham invariantes, é possível reduzir a potência necessária para se obter a mesma QoS. Desta forma, esta técnica permite utilizar de forma mais eficiente a energia disponível em sistemas limitado em potência.

Neste caso, ao invés dos usuários utilizarem as subportadoras extras para aumentar a vazão de dados, cada usuário irá utilizar as subportadoras extras para reduzir a ordem de modulação em cada subportadora, respeitando a vazão mínima requerida. Existem diversos critérios para a redução do número máximo de bits possível que uma subportadora pode transmitir. Na proposta apresentada neste artigo, depois que todos os usuários possuem suas respectivas subportadoras com a carga de bits definida pelo algoritmo de *Water-filling* modificado, verifica-se se ainda há subportadoras disponíveis. Essas subportadoras podem ser distribuídas entre os usuários utilizando as abordagens DA, MOM ou MTM. Uma vez que um dado usuário recebe mais subportadoras do que é necessário para a transmissão de sua taxa mínima, passa-se a reduzir as maiores ordens de modulação, atribuindo os bits nas novas subportadoras alocadas para o usuário. Este procedimento é realizado até que o menor número médio de bits por subportadora seja obtido.

A Tabela III apresenta o número médio de bits transmitidos por cada usuário em um dado símbolo OFDMA, considerando as três abordagens de alocação de subportadoras, enquanto que

a Tabela IV apresenta a eficiência espectral média obtida por cada usuário.

TABELA III

NÚMERO MÉDIO DE BITS DOS USUÁRIOS ALOCADOS NOS SÍMBOLOS OFDMA.

	Bits U1	Bits U2	Bits U3	Média
DA	190,96	193,10	192,32	192,12
MOM	215,98	197,16	195,00	202,71
MTM	205,34	188,22	212,92	202,16

TABELA IV

EFICIÊNCIA ESPECTRAL DAS ABORDAGENS DE ALOCAÇÃO DE SUBPORTADORAS APRESENTADAS.

	Efic. U1	Efic. U2	Efic. U3	Efic. Média
DA	2,2301	2,1774	2,3233	2,2436
MOM	2,1961	2,2927	2,4370	2,3086
MTM	2,1811	2,2575	2,4596	2,2994

Comparando os resultados obtidos nas Tabelas I e III, assim como aqueles obtidos nas Tabelas II e IV é possível observar que a abordagem de maximização de robustez resulta em taxas de dados inferiores e, conseqüentemente, a utilização de constelações mais robustas. Dentre as abordagens de alocação de subportadoras, novamente fica evidente que a MOM resulta na maior vazão média empregando uma quantidade média de bits transmitidos por subportadora muito próximo daquela obtida com a técnica DA. Assim, pode-se afirmar que o MOM apresenta maior vazão que a DA, sem comprometer a robustez do sistema de forma significativa.

IV. CONCLUSÕES

O algoritmo apresentado neste artigo considera tanto as condições do canal de comunicação quanto a vazão mínima de cada usuário na determinação de quais subportadoras devem ser alocadas para cada usuário, bem como na definição da carga de bits que cada subportadora deve transmitir. A análise comparativa entre as técnicas de alocação de subportadoras sobressalentes mostra que a distribuição considerando o usuário que consegue alocar a máxima ordem de modulação em uma dada subportadora resulta em melhor desempenho, tanto quando se busca maximizar a vazão média, quanto se busca aumentar a robustez do sistema. No caso de maximização da vazão, os resultados das análises de desempenho mostram que o ganho de vazão deste esquema é significativo, principalmente quando comparado com a técnica de distribuição aleatória. Já no caso de aumento de robustez, a alocação por máxima ordem de modulação resulta em uma vazão média superior, sem sacrificar de forma significativa a robustez média do sistema.

REFERÊNCIAS

- [1] A. Bahai, "Multi-carrier digital communications: theory and applications of OFDM," 2nd ed. New York: Springer, 2004.
- [2] Y.-J. Chang, F.-T. Chien, and C.-C. J. Kuo, "Performance comparison of OFDM-TDMA and OFDMA with cross-layer consideration," in Proc. IEEE VTC-06, Sept. 2006.
- [3] S. C. Yang, "OFDMA system analysis and design," Boston: Artech House, 2010.

- [4] M. Ergen, "Mobile Broadband Including WiMAX and LTE," Boston, MA: Springer Science Business Media, LLC, 2009.
- [5] IEEE 802.22-10/0073r03, Institute of Electrical and Electronics Engineers "Wireless Regional Area Networks," 2010.
- [6] A. D. Soares, L. L. Mendes and R. A. A. Souza, "A Subcarrier and Bit Allocation for Mobile OFDMA Systems," Virginia Tech, Blacksburg, EUA, 2012.
- [7] V. D. Papoutsis and S. A. Kotsopoulos, "Efficient Rate Adaptive Resource Allocation Scheme in Uplink OFDMA Wireless Systems," in ICWMC 2011: The Seventh International Conference on Wireless and Mobile Communications, Luxembourg, 2011.
- [8] J. Faezah and K. Sabira, "Adaptive Modulation for OFDM Systems," International Journal of Communication Networks and Information Security (IJCNIS), vol. 1, no. 2, ago. 2009.
- [9] G. Münz, S. Pfletschinger and J. Speidel, "Efficient Subcarrier Allocation for Multiple Access in OFDM Systems," in 7th International OFDM-Workshop 2002 (InOWo'02), Hamburg, 2002, p. 21-25.
- [10] R. V. Sonalkar and R. R. Shively, "An efficient bit-loading algorithm for DMT applications," IEEE Communications Letters, vol. 4, no. 3, p. 80-82, mar. 2000.
- [11] S. Haykin, "Communication System," 5th Edition Hoboken, John Wiley, Year 2009.
- [12] G. Munz, S. Pfletschinger and J. Speidel, "An efficient waterfilling algorithm for multiple access OFDM," in Globecom 2002, Taipei, Taiwan, vol. 1, p. 681-685.
- [13] J. G. Proakis and M. Salehi, "Digital communications," Boston: McGraw-Hill, 2008.
- [14] J. M. Cioffi, "A Multicarrier Primer," Stanford University, Stanford, CA, ANSI T1E1, 1991.
- [15] R. D. Yates and D. J. Goodman, "Probability and Stochastic Processes: A Friendly Introduction for Electrical and Computer Engineers," John Wiley, 1999.