

Estimação de Componentes Harmônicas em Sistemas Elétricos Utilizando Combinação Convexa de Filtros Adaptativos

Hemerson Diego Azevedo Barros, Caio Vinícius Santos Dezidério, Thiago Silva Fernandes e Francisco das Chagas de Souza

Resumo— Este trabalho propõe a arquitetura CVX-TNLMS para estimação de componentes harmônicas em sistemas elétricos de potência, baseada na combinação convexa de filtros adaptativos NLMS escalares e NLMS tensoriais operando em paralelo. A modelagem tensorial via produto de Kronecker reduz o número de parâmetros adaptados, enquanto o mecanismo de combinação convexa com normalização recursiva elimina o compromisso entre velocidade de convergência e erro em regime permanente. Ensaios experimentais com dados reais de tensão confirmaram THD de 9,93% e piso de MSE inferior a -20 dB, evidenciando a superioridade do CVX-TNLMS frente ao CVX-NLMS clássico.

Palavras-Chave— Filtragem adaptativa, combinação convexa, NLMS tensorial, estimação harmônica, qualidade de energia elétrica.

Abstract— This paper proposes the CVX-TNLMS architecture for harmonic component estimation in electrical power systems, based on the convex combination of scalar NLMS and tensor NLMS adaptive filters operating in parallel. Tensor modeling via Kronecker product decomposition reduces the number of adapted parameters, while the convex combination mechanism with recursive power normalization eliminates the trade-off between convergence speed and steady-state error. Experimental tests with real voltage data confirmed a THD of 9.93% and an MSE floor below -20 dB, demonstrating the superiority of CVX-TNLMS over the classical CVX-NLMS approach

Keywords— Adaptive filtering, convex combination, tensor NLMS, harmonic estimation, power quality.

I. INTRODUÇÃO

A estimação de componentes harmônicas em sistemas elétricos de potência pode ser formulada como um problema de identificação adaptativa no qual o sinal observado é modelado por um conjunto finito de componentes senoidais. Algoritmos clássicos como o Normalized Least-Mean-Square (NLMS) são amplamente empregados devido à sua simplicidade e baixo custo computacional [4], porém apresentam limitações inerentes ao compromisso entre velocidade de convergência e erro em regime permanente.

Abordagens baseadas em modelagem tensorial e decomposições por produto de Kronecker têm sido investigadas para explorar a estrutura algébrica de operadores lineares [1], [2], [8].

Hemerson Diego Azevedo Barros, Caio Vinícius Santos Dezidério, Thiago Silva Fernandes e Francisco das Chagas de Souza, Laboratório de Sistemas Adaptativos e Processamento de Sinais (LSAPS), Centro de Ciências Exatas e Tecnologia (CCET), Universidade Federal do Maranhão (UFMA), São Luís-MA, Brasil, e-mails: hemerson.barros@discente.ufma.br, caio.deziderio@discente.ufma.br, thiago.fernandes@discente.ufma.br, francisco.souza@ufma.br.

Em paralelo, a combinação convexa de filtros adaptativos com características complementares — um mais rápido, voltado ao transitório, e outro mais lento, orientado à redução do erro — foi sistematizada em [5] e consolidou-se como solução eficaz em diferentes aplicações [3], [7]. No domínio específico da estimação harmônica, [9] demonstraram a eficácia do NLMS tensorial, enquanto [10] propuseram a combinação convexa de filtros IPNLMS para o mesmo problema, obtendo desempenho superior ao dos filtros individuais.

Apesar desses avanços, as vertentes de modelagem tensorial e combinação convexa têm sido exploradas de forma essencialmente independente. Motivado por essa lacuna, este trabalho propõe uma arquitetura denominada CVX-TNLMS, baseada na combinação convexa de quatro filtros adaptativos — dois NLMS tensoriais e dois NLMS escalares — organizados em pares convexos operando em paralelo para a estimação de componentes harmônicas em sistemas elétricos de potência. A estrutura combinada permite explorar simultaneamente a representação estruturada da modelagem tensorial e a adaptabilidade dinâmica da combinação convexa, buscando maior velocidade de convergência, menor erro em regime permanente e custo computacional compatível com aplicações práticas.

II. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O sinal de um sistema elétrico de potência pode ser representado, de forma geral, por

$$y(k) = \sum_{i=1}^{N_h} A_i \sin(\omega t_k + \phi_i) + v(k), \quad (1)$$

onde A_i e ϕ_i são a amplitude e a fase, respectivamente, das componentes harmônicas, N_h representa o total de componentes harmônicas presentes no sinal e ω é a frequência angular fundamental; $v(k)$ representa um ruído branco gaussiano e t , o tempo. Nota-se que as componentes harmônicas presentes no sinal correspondem aos termos da série de Fourier desse mesmo sinal.

A forma discreta do sinal representado na equação (1) é dada por

$$y(k) = \sum_{i=1}^{N_h} A_i \sin\left(\frac{2i\pi k}{N_s} + \phi_i\right) + v(k). \quad (2)$$

Em (2), N_s é o número de amostras por ciclo da componente

fundamental, dado por

$$N_s = \frac{f_s}{f_0}, \quad (3)$$

onde f_s e f_0 são a frequência de amostragem e a frequência fundamental do sinal, respectivamente.

Para a estimação das componentes harmônicas presentes no sinal dado pela equação (1), pode-se usar um filtro adaptativo, cujo esquema é ilustrado na Figura 1, onde k é o número de iterações, $\mathbf{x}(k)$ é o vetor de entrada, $\mathbf{w}(k)$ é o vetor de pesos do filtro adaptativo, $\hat{y}(k)$ é a saída estimada do filtro, $y(k)$ é o sinal que se deseja estimar e $v(k)$ é um ruído de medição. O sinal de erro é calculado como:

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k). \quad (4)$$

A Figura 1 mostra um diagrama de filtragem adaptativa aplicada ao problema de estimação de harmônicos em sistemas elétricos de potência, cujo vetor de entrada do filtro adaptativo é representado por

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{2\pi k}{N_s}\right), \cos\left(\frac{2\pi k}{N_s}\right), \sin\left(\frac{4\pi k}{N_s}\right), \cos\left(\frac{4\pi k}{N_s}\right), \\ \dots, \\ \sin\left(\frac{2\pi N_h k}{N_s}\right), \cos\left(\frac{2\pi N_h k}{N_s}\right) \end{bmatrix}^T, \quad (5)$$

onde o sobrescrito T denota transposta de um vetor ou matriz. Utilizando a identidade trigonométrica

$$A_i \sin(\theta_i + \phi_i) = A_i \cos(\phi_i) \sin(\theta_i) + A_i \sin(\phi_i) \cos(\theta_i), \quad (6)$$

com

$$\theta_i(k) = \frac{2\pi i k}{N_s}, \quad (7)$$

o vetor de pesos associado às componentes harmônicas pode ser escrito como

$$\mathbf{w}_h(k) = [w_1(k), w_2(k), w_3(k), w_4(k), \dots, w_{2N_h-1}(k), w_{2N_h}(k)]^T. \quad (8)$$

Após a convergência do algoritmo adaptativo, os pesos estimados aproximam os coeficientes da série de Fourier associados às componentes senoidais. Assim, para a i -ésima componente harmônica, tem-se

$$w_{2i-1}(k) \approx A_i \cos(\phi_i) \quad (9)$$

$$w_{2i}(k) \approx A_i \sin(\phi_i). \quad (10)$$

Consequentemente, a amplitude estimada da i -ésima componente harmônica pode ser obtida por

$$A_i = \sqrt{w_{2i-1}^2(k) + w_{2i}^2(k)}, \quad (11)$$

e a fase estimada por

$$\phi_i = \text{atan2}(w_{2i}(k), w_{2i-1}(k)), \quad (12)$$

para $i = 1, 2, \dots, N_h$.

Algorithm 1 CVX-TNLMS (NLMS tensorial convexo)

```

1: Param. NLMS:  $\mu_{N,1}, \mu_{N,2} \in (0, 2)$ ;  $\varepsilon_N, \mu_{\alpha,N}, \varepsilon_N > 0$ ;  $\eta_N \in (0, 1)$ 
2: Param. TNLMS:  $M_1, M_2$ ;  $\mu_{T,1}, \mu_{T,2} \in (0, 2)$ ;  $\varepsilon_T, \mu_{\alpha,T}, \varepsilon_T > 0$ ;  $\eta_T \in (0, 1)$ 
3: Init.:  $\mathbf{w}_N(0) = \mathbf{0}$ ,  $\alpha_N(0) = 4$ ,  $p_N(0) = 0$ ,  $n \in \{1, 2\}$ 
4:  $\hat{\mathbf{a}}_n(0) = \mathbf{0}$ ,  $\hat{\mathbf{b}}_n(0) = \mathbf{0}$ ,  $\alpha_T(0) = 4$ ,  $p_T(0) = 0$ ,  $n \in \{1, 2\}$ 
5: for  $k = 0, 1, 2, \dots$  do
6:   Matricização:  $X_{i,j}(k) \leftarrow x_{M_1(j-1)+i}(k)$ ,  $i = 1, \dots, M_1$ ,  $j = 1, \dots, M_2$ 
7:
8:   Sub-bloco 1: Filtros NLMS Clássicos
9:   for  $n = 1, 2$  do
10:     $y_{N,n}(k) \leftarrow \mathbf{w}_{n,n}^T(k) \mathbf{x}(k)$ 
11:     $e_{N,n}(k) \leftarrow d(k) - y_{N,n}(k)$ 
12:     $\mathbf{w}_{n,n}(k+1) \leftarrow \mathbf{w}_{n,n}(k) + \mu_{N,n} \frac{e_{N,n}(k) \mathbf{x}(k)}{\|\mathbf{x}(k)\|_2^2 + \varepsilon_N}$ 
13:   end for
14:   Combinação Convexa NLMS:
15:    $\Delta y_N(k) \leftarrow y_{N,1}(k) - y_{N,2}(k)$ 
16:    $\lambda_N(k) \leftarrow (1 + \exp[-\alpha_N(k)])^{-1}$ 
17:    $\hat{y}_N(k) \leftarrow \lambda_N(k) y_{N,1}(k) + (1 - \lambda_N(k)) y_{N,2}(k)$ 
18:    $e_N(k) \leftarrow d(k) - \hat{y}_N(k)$ 
19:    $p_N(k) \leftarrow \eta_N p_N(k-1) + (1 - \eta_N) |\Delta y_N(k)|^2$ 
20:    $\alpha_N(k+1) \leftarrow \alpha_N(k) + \frac{\mu_{\alpha,N}}{p_N(k) + \varepsilon_N} e_N(k) \Delta y_N(k) \lambda_N(k) [1 - \lambda_N(k)]$ 
21:
22:   Sub-bloco 2: Filtros Tensoriais TNLMS
23:   for  $n = 1, 2$  do
24:     $\mathbf{z}_n(k) \leftarrow \mathbf{X}(k) \hat{\mathbf{b}}_n(k)$ 
25:     $\mathbf{u}_n(k) \leftarrow \mathbf{X}^T(k) \hat{\mathbf{a}}_n(k)$ 
26:     $y_{T,n}(k) \leftarrow \hat{\mathbf{a}}_n^T(k) \mathbf{z}_n(k)$ 
27:     $e_{T,n}(k) \leftarrow d(k) - y_{T,n}(k)$ 
28:     $\hat{\mathbf{a}}_n(k+1) \leftarrow \hat{\mathbf{a}}_n(k) + \mu_{T,n} \frac{e_{T,n}(k) \mathbf{z}_n(k)}{\|\mathbf{z}_n(k)\|_2^2 + \|\mathbf{u}_n(k)\|_2^2 + \varepsilon_T}$ 
29:     $\hat{\mathbf{b}}_n(k+1) \leftarrow \hat{\mathbf{b}}_n(k) + \mu_{T,n} \frac{e_{T,n}(k) \mathbf{u}_n(k)}{\|\mathbf{z}_n(k)\|_2^2 + \|\mathbf{u}_n(k)\|_2^2 + \varepsilon_T}$ 
30:   end for
31:   Combinação Convexa TNLMS:
32:    $\Delta y_T(k) \leftarrow y_{T,1}(k) - y_{T,2}(k)$ 
33:    $\lambda_T(k) \leftarrow (1 + \exp[-\alpha_T(k)])^{-1}$ 
34:    $\hat{y}_T(k) \leftarrow \lambda_T(k) y_{T,1}(k) + (1 - \lambda_T(k)) y_{T,2}(k)$ 
35:    $e_T(k) \leftarrow d(k) - \hat{y}_T(k)$ 
36:    $p_T(k) \leftarrow \eta_T p_T(k-1) + (1 - \eta_T) |\Delta y_T(k)|^2$ 
37:    $\alpha_T(k+1) \leftarrow \alpha_T(k) + \frac{\mu_{\alpha,T}}{p_T(k) + \varepsilon_T} e_T(k) \Delta y_T(k) \lambda_T(k) [1 - \lambda_T(k)]$ 
38: end for

```

III. ALGORITMO ADAPTATIVO TENSORIAL

O diagrama de blocos da Figura 1 descreve a estrutura de filtragem adaptativa aplicada à estimação de componentes harmônicas, em que $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^M$ é o vetor de parâmetros desconhecido do sistema, conforme é apresentado na equação (1), $\mathbf{x}(k)$ é o vetor de entrada formado por seno e cosseno a partir das frequências harmônicas de interesse e $v(k)$ representa ruído de medição, de modo que o sinal desejado será dado por

$$d(k) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}(k) + v(k). \quad (13)$$

O erro de estimação entre o sinal desejado e a saída do filtro $\hat{y}(k) = \hat{\mathbf{w}}^T(k) \mathbf{x}(k)$ é definido por

$$e(k) = d(k) - \hat{y}(k). \quad (14)$$

O algoritmo NLMS, cuja regra de atualização apresenta o passo de adaptação normalizada pela energia instantânea do regressor [4] é dado por

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \frac{\beta}{\|\mathbf{x}(k)\|^2 + \varepsilon} e(k) \mathbf{x}(k), \quad (15)$$

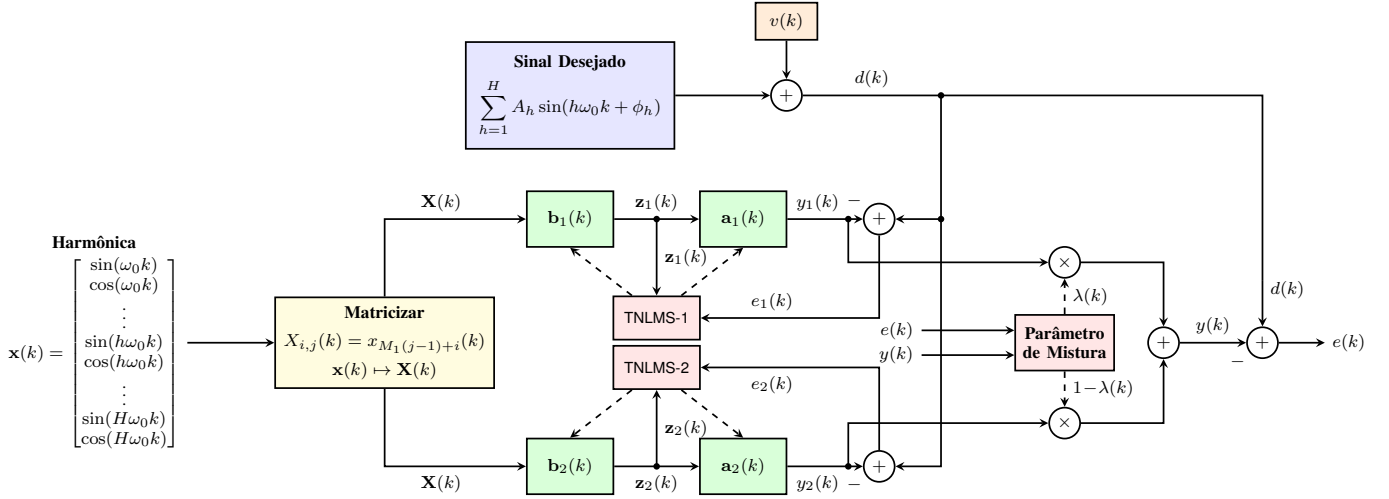


Fig. 1. Diagrama de blocos da combinação convexa de filtros TNLMS adaptativos para estimação harmônica.

em que $\beta \in (0, 2)$ é o passo de adaptação e $\varepsilon > 0$ é uma constante de regularização que preserva a robustez numérica.

A. Algoritmo NLMS Tensorial

Admite-se que $\mathbf{w}^o$ seja um operador linear separável, de forma que exista a aproximação

$$\mathbf{w}^o \approx \mathbf{b} \otimes \mathbf{a}, \quad (16)$$

com $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{M_1}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{M_2}$ e $\otimes$ denotando o produto de Kronecker. Dessa forma, tem-se $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} \in \mathbb{R}^{M_1 M_2}$. O vetor $\mathbf{x}(k)$ é reorganizado na matriz $\mathbf{X}(k) \in \mathbb{R}^{M_1 \times M_2}$, cujo elemento (i, j) é dado por

$$X_{i,j}(k) = x_{M_1(j-1)+i}(k), \quad (17)$$

permitindo escrever a saída estimada na forma bilinear, onde $\hat{\mathbf{a}}$ é uma aproximação de $\mathbf{a}$ e $\hat{\mathbf{b}}$ uma aproximação de $\mathbf{b}$; deste modo, a equação (18) corresponde à saída estimada do filtro.

$$\hat{y}(k) = \hat{\mathbf{a}}^T(k) \mathbf{X}(k) \hat{\mathbf{b}}(k). \quad (18)$$

Definem-se as convoluções parciais

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{X}(k) \hat{\mathbf{b}}(k) \in \mathbb{R}^{M_1}, \quad (19)$$

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{X}^T(k) \hat{\mathbf{a}}(k) \in \mathbb{R}^{M_2}, \quad (20)$$

os quais atuam como regressores efetivos para a atualização de $\hat{\mathbf{a}}(k)$ e $\hat{\mathbf{b}}(k)$, respectivamente. O erro a priori é definido por

$$e(k) = d(k) - \hat{y}(k). \quad (21)$$

Dessa forma, as regras de atualização do algoritmo NLMS tensorial (TNLMS) são dadas por [8]:

$$\hat{\mathbf{a}}(k+1) = \hat{\mathbf{a}}(k) + \mu_1 \frac{e(k) \mathbf{z}(k)}{\|\mathbf{z}(k)\|_2^2 + \|\mathbf{u}(k)\|_2^2 + \varepsilon}, \quad (22)$$

$$\hat{\mathbf{b}}(k+1) = \hat{\mathbf{b}}(k) + \mu_2 \frac{e(k) \mathbf{u}(k)}{\|\mathbf{z}(k)\|_2^2 + \|\mathbf{u}(k)\|_2^2 + \varepsilon}, \quad (23)$$

onde $\varepsilon > 0$ é uma constante de regularização numérica e $0 < \mu_1, \mu_2 < 2$, é a condição de convergência no sentido do MSE. A decomposição reduz o número de parâmetros adaptados de M para $M_1 + M_2$, elevando a taxa de aprendizagem β de 20 dB/(5M) para 20 dB/[5(M₁ + M₂)] [8].

IV. COMBINAÇÃO CONVEXA

Como ilustrado na Figura 1, o esquema proposto emprega dois filtros adaptativos com estruturas semelhantes operando em paralelo. A combinação é composta por dois algoritmos NLMS tensorial, ambos para a estimação de componentes harmônicas.

A saída global do sistema ocorre por meio de uma combinação convexa das saídas individuais de cada filtro tensorial [5], de acordo com a equação (24)

$$\hat{y}(k) = \lambda(k) \hat{y}_1(k) + [1 - \lambda(k)] \hat{y}_2(k), \quad 0 \leq \lambda(k) \leq 1, \quad (24)$$

com erro global dado por $e(k) = d(k) - \hat{y}(k)$. A restrição de convexidade assegura que a saída combinada permaneça limitada pelas saídas dos filtros componentes [5]. Para garantir $\lambda(k) \in (0, 1)$ em todo instante, adota-se uma função sigmoideal aplicada a uma variável auxiliar $\alpha(k)$ [5]:

$$\lambda(k) = \text{sgm}[\alpha(k)] = \frac{1}{1 + e^{-\alpha(k)}}, \quad (25)$$

Adota-se uma função sigmoideal saturada $[-4, 4]$ com a adaptação de $\alpha(k)$ dada em (26) por gradiente estocástico, visando minimizar o erro quadrático médio $e^2(k)$ [5], isto é,

$$\alpha(k+1) = \alpha(k) + \mu_\alpha e(k) \Delta \hat{y}(k) \lambda(k) [1 - \lambda(k)], \quad (26)$$

em que $\Delta \hat{y}(k) = \hat{y}_1(k) - \hat{y}_2(k)$ representa a diferença entre as saídas dos dois filtros e $\mu_\alpha > 0$ o passo do misturador. O fator $\lambda(k)[1 - \lambda(k)]$, proveniente da derivada da sigmoide pela regra da cadeia, atinge seu máximo em $\lambda = 0,5$ e se anula nos extremos, reduzindo naturalmente o ruído de gradiente à medida que o sistema converge para um dos filtros componentes. [5]

Entretanto, como $\Delta\hat{y}(k)$ pode variar significativamente ao longo da adaptação, a utilização de um passo fixo pode comprometer a velocidade de convergência ou a estabilidade numérica. Para contornar essa limitação, emprega-se uma versão normalizada, baseada em uma estimativa recursiva da potência de $\Delta\hat{y}(k)$ [6], dada por

$$p(k) = \eta p(k-1) + (1-\eta) |\Delta\hat{y}(k)|^2, \quad (27)$$

onde $\eta \in (0,1)$ é o fator de esquecimento. Dessa forma, a atualização normalizada de $\alpha(k)$ é expressa por [6]

$$\alpha(k+1) = \alpha(k) + \frac{\mu_\alpha}{p(k) + \epsilon} e(k) \Delta\hat{y}(k) \lambda(k) [1 - \lambda(k)], \quad (28)$$

sendo $\epsilon > 0$ uma constante de regularização. Essa normalização torna o processo de adaptação mais robusto a variações de escala do sinal e melhora o comportamento do misturador em diferentes regimes de operação.

TABELA I

COMPARATIVO DAS ESTIMAÇÕES HARMÔNICAS ATRAVÉS DA FFT, CVX-NLMS E CVX-TNLMS.

Ordem	f_i (Hz)	FFT (Baseline)		CVX-NLMS		CVX-TNLMS	
		Amp.	Fase (rad)	Amp.	Fase (rad)	Amp.	Fase (rad)
1	59,77	71,48	2,76	78,11	1,23	79,53	1,17
3	180,18	1,90	1,18	6,33	1,64	3,66	1,79
5	299,71	1,34	2,45	3,57	0,85	6,17	0,83
7	420,12	0,84	0,87	1,62	3,04	1,06	3,61
9	539,65	1,63	2,19	1,65	4,70	0,86	2,49
11	660,06	0,71	0,70	2,16	4,76	1,08	4,20
13	779,59	1,12	2,74	1,53	4,70	1,89	3,88

V. RESULTADOS

Os ensaios experimentais foram conduzidos utilizando dados reais de tensão (127 V, 60 Hz) extraídos da rede elétrica capturados por um sensor acoplado a um conversor analógico-digital (ADC) de um microcontrolador. O sinal medido é mostrado na Figura 2.

O processamento dos dados e a implementação dos filtros adaptativos foram desenvolvidos em ambiente MATLAB. O sinal desejado $d(k)$, utilizado como referência para o cálculo do erro de estimação, corresponde diretamente à saída bruta do sensor (Figura 2), sem qualquer pré-processamento, incorporando o ruído real de medição.

Ao analisar o cenário composto por um *freezer* (motor de indução) operando em paralelo com fontes chaveadas (carregadores de *notebook* e *smartphone*), o algoritmo identificou um perfil de distorção centrado predominantemente em harmônicas ímpares (3^a , 5^a , 7^a , 9^a , 11^a e 13^a). Este comportamento corrobora a literatura de qualidade de energia, sendo característico do processo de retificação em ponte de onda completa utilizado no estágio de entrada de conversores CA-CC. A reconstrução espectral do sinal pela FFT identificou, conforme Tabela I, as harmônicas ímpares (3^a , 5^a , 7^a , 9^a , 11^a , 13^a), caracterizando o perfil de distorção observado.

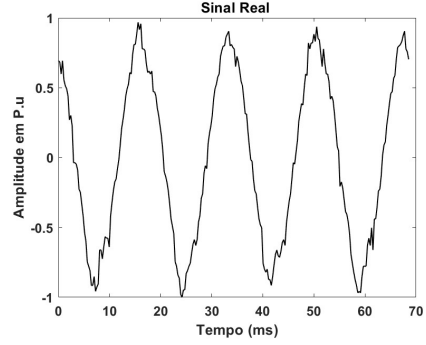


Fig. 2. Sinal medido.

A Distorção Harmônica Total (THD) do sinal medido foi calculada a partir dos coeficientes espectrais identificados pela FFT, conforme

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{N_h} A_i^2}}{A_1} \times 100\%, \quad (29)$$

cujo valor numérico, obtido somando as potências das componentes harmônicas estimadas, é

$$THD = \frac{\sqrt{10,53}}{71,48} \times 100\% \approx 4,53\%. \quad (30)$$

As estimativas de amplitude e fase produzidas pelos algoritmos CVX-NLMS e CVX-TNLMS para as componentes harmônicas dominantes são apresentadas, respectivamente, na Tabela I. Ambos os esquemas mostraram-se capazes de rastrear o sinal em regime dinâmico severo (janela de análise inferior a 0,1 s).

O mecanismo de combinação convexa atenuou o compromisso entre velocidade de convergência e erro em regime permanente (*misadjustment*). Durante o regime transitório, o parâmetro escalar de mistura $\lambda(k) \approx 1$ favoreceu a predição do sub-filtro rápido ($\mu_f = 0,5$), conforme a Figura 3. Uma vez alcançado o regime permanente, a lei de adaptação sigmoide transferiu a dominância para o sub-filtro lento ($\mu_s = 0,05$). Essa transição mitigou o ruído, reduzindo o erro quadrático médio (MSE) para um piso inferior a -20 dB, como ilustra a Figura 4.

Ao contrastar a abordagem linear e a tensorial, o CVX-TNLMS exibiu superioridade na qualidade da estimativa em regime permanente. A modelagem restrita ao produto de Kronecker parametrizou o problema por um número consideravelmente menor de coeficientes em adaptação simultânea. Consequentemente, o modelo tensorial apresentou menor variância estocástica no erro residual quando comparado ao CVX-NLMS clássico, comprovando a eficácia da exploração do acoplamento multilinear na filtragem de ruídos práticos de instrumentação.

O cenário real possui baixa ordem, tornando próximos os MSEs das combinações. Por outro lado, o cenário sintético é separável e possui uma estrutura tensorial 2×60 ($M = 120$) e $f_s = 8.000$, levando o algoritmo CVX-TNLMS a um desalinhamento médio de 6 dB, conforme ilustrado na Figura

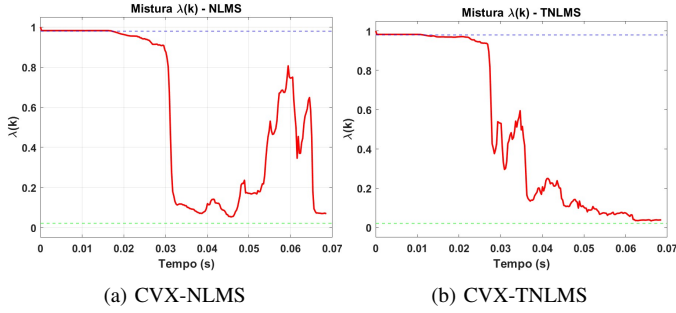


Fig. 3. Parâmetro de mistura $\lambda(k)$ para CVX-NLMS (a) e CVX-TNLMS (b).

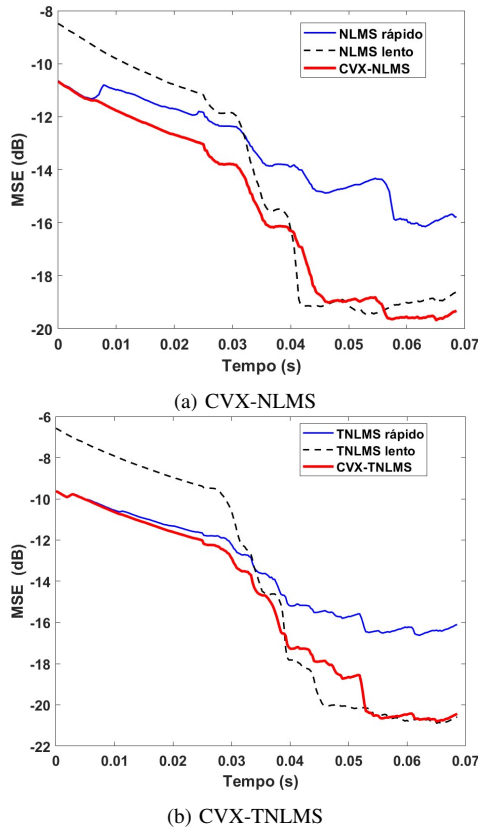


Fig. 4. Curva de aprendizagem (MSE) para CVX-NLMS (a) e CVX-TNLMS (b), com $M_1 = 2$ e $M_2 = 12$, $f_s = 3720$.

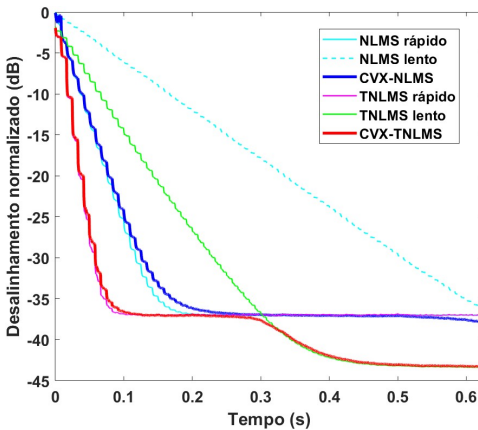


Fig. 5. Desalinhamento normalizado dos algoritmos convexos no cenário sintético.

5 evidenciando sua vantagem em modelos separáveis de maior dimensão.

VI. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma arquitetura baseada em combinação convexa de filtros adaptativos — CVX-NLMS e CVX-TNLMS — para a estimação de componentes harmônicas em sistemas elétricos de potência, na qual os ramos tensorial e escalar exploram, respectivamente, o acoplamento multilinear e a estrutura clássica do problema. Os resultados experimentais sobre dados reais de tensão demonstraram a superioridade do esquema tensorial frente ao CVX-NLMS clássico em termos de variância do erro em regime permanente, preservando a capacidade de rastreamento dinâmico característica da combinação convexa, com THD estimada de 9,93% e piso de MSE inferior a -20 dB. Como desdobramento futuro, destaca-se a inclusão de componentes de frequência não múltipla da fundamental, possibilitando a detecção de inter-harmônicas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Laboratório de Sistemas Adaptativos e Processamento de Sinais (LSAPS/UFMA), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Processo nº 408339/2024-1, e à Fundação de Amparo à Pesquisa e ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Maranhão (FAPEMA), pelo apoio concedido para o desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] L.-M. Dogariu, C. Paleologu, J. Benesty, and F. Albu, "Kalman Filter Using a Third-Order Tensorial Decomposition of the Impulse Response," *Applied Sciences*, vol. 14, no. 11, p. 4507, 2024.
- [2] C. Paleologu, J. Benesty, and S. Ciochină, "Linear System Identification Based on a Kronecker Product Decomposition," *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, vol. 26, no. 10, pp. 1793–1808, 2018.
- [3] J. Arenas-García, L. A. Azpícueta-Ruiz, M. T. M. Silva, V. H. Nascimento, and A. H. Sayed, "Combinations of Adaptive Filters: Performance and Convergence Properties," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 33, no. 1, pp. 120–140, 2016.
- [4] A. H. Sayed, *Fundamentals of Adaptive Filtering*. New York: Wiley-IEEE Press, 2003.
- [5] J. Arenas-García, A. R. Figueiras-Vidal, and A. H. Sayed, "Mean-Square Performance of a Convex Combination of Two Adaptive Filters," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, no. 3, pp. 1078–1090, Mar. 2006.
- [6] L. A. Azpícueta-Ruiz, A. R. Figueiras-Vidal, and J. Arenas-García, "A Normalized Adaptation Scheme for the Convex Combination of Two Adaptive Filters," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Las Vegas, NV, USA, 2008, pp. 3301–3304.
- [7] M. T. M. Silva and V. H. Nascimento, "Improving the Tracking Capability of Adaptive Filters via Convex Combination," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 7, pp. 3137–3149, Jul. 2008.
- [8] M. Rupp and S. Schwarz, "A Tensor LMS Algorithm," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, South Brisbane, Australia, 2015, pp. 3347–3351.
- [9] T. S. Fernandes and F. C. de Souza, "Identificação de Harmônicas em Sistemas Elétricos de Potência Utilizando o Algoritmo NLMS Tensor," in *Anais do Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)*, São Luís, MA, Brasil, 2021.
- [10] R. N. M. Martins and F. C. de Souza, "Combinação Convexa de Filtros Adaptativos Para Estimação de Componentes Harmônicos em Sistemas Elétricos de Potência," in *Anais do Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)*, Ouro Preto, MG, Brasil, 2019, pp. 635–642.