

Ensino Interdisciplinar de Sistemas LTI com Filtro RC Passa-Baixa como Elemento Integrador

Gabriel A. de Santana, Gabriel S. Simão, João V. M. M. Moreira, Daniel S. Gomes e Paulo H. F. Silva

Resumo— Este trabalho apresenta uma abordagem interdisciplinar para o ensino de sistemas lineares e invariantes no tempo (LTI), utilizando o filtro RC passa-baixa como elemento integrador entre Circuitos Elétricos, Sinais e Sistemas e Cálculo Numérico. A proposta articula representações nos domínios do tempo e da frequência, incluindo modelagem por equações diferenciais, função de transferência, resposta ao impulso, solução numérica pelo método de Euler e filtragem de sinais por série de Fourier, com apoio de *scripts* MATLAB. A abordagem é verificada experimentalmente em bancada por meio da análise transitória, da resposta em regime senoidal e da filtragem de uma onda quadrada simétrica. Os resultados mostram boa concordância entre teoria, simulação e medições, reforçando a consistência da sequência proposta e seu potencial como ferramenta didática para favorecer a integração conceitual no ensino de engenharia.

Palavras-Chave— Ensino de sistemas LTI, filtro RC passa-baixa, análise de circuitos, série de Fourier, método de Euler, validação experimental.

Abstract— This paper presents an interdisciplinary approach to teaching linear time-invariant (LTI) systems, using the RC low-pass filter as an integrating element among Electric Circuits, Signals and Systems, and Numerical Calculus. The proposal articulates time- and frequency-domain representations, including differential-equation modeling, transfer function, impulse response, numerical solution by the Euler method, and signal filtering through Fourier series, supported by MATLAB *scripts*. The approach is experimentally verified through transient analysis, sinusoidal steady-state response, and filtering of a symmetric square wave. The results show good agreement among theory, simulation, and measurements, reinforcing the consistency of the proposed sequence and its potential as a didactic tool to promote conceptual integration in engineering education.

Keywords— LTI systems education, RC low-pass filter, circuit analysis, Fourier series, Euler method, experimental validation.

I. INTRODUÇÃO

O ensino de tópicos fundamentais em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações — como análise de circuitos, processamento de sinais e métodos numéricos — é, em geral, estruturado em disciplinas independentes, com limitada articulação entre si [1,2]. Nesse contexto, os estudantes nem sempre reconhecem que tais conteúdos representam diferentes descrições de um mesmo fenômeno físico. Um sistema linear e invariante no tempo (LTI), por exemplo, pode ser modelado no domínio do tempo por equação diferencial ordinária (EDO), no domínio da frequência, por sua função de transferência ou formulado como um problema resolvido numericamente.

Essa fragmentação pode comprometer a aprendizagem, ao dificultar a integração entre teoria e aplicação [1–3]. Este

Os autores são integrantes do Instituto Federal da Paraíba (IFPB), João Pessoa-PB, Brasil. E-mails: {gabriel.santana, gabriel.simao, joao.macedo, daniel-gomes.dg}@academico.ifpb.edu.br, henrique@ifpb.edu.br.

artigo propõe uma abordagem interdisciplinar para o ensino de sistemas lineares e invariantes no tempo (LTI), utilizando o filtro RC passa-baixa como elemento integrador entre Circuitos Elétricos, Sinais e Sistemas e Cálculo Numérico.

A proposta articula representações nos domínios do tempo e da frequência, com apoio computacional e validação experimental. Como contribuição, apresenta-se uma sequência didática que evidencia a coerência entre modelos teóricos, resultados numéricos e medições em bancada. O artigo está organizado da seguinte forma: a Seção II apresenta a fundamentação teórica; a Seção III descreve o material didático e a sequência proposta; a Seção IV apresenta os resultados e a discussão; e a Seção V apresenta as conclusões.

II. FUNDAMENTAÇÃO E ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR

Com base na aprendizagem significativa [4,5], a Fig. 1 ilustra a articulação proposta: um objeto de estudo, o filtro RC passa-baixa, analisado sob três perspectivas complementares.

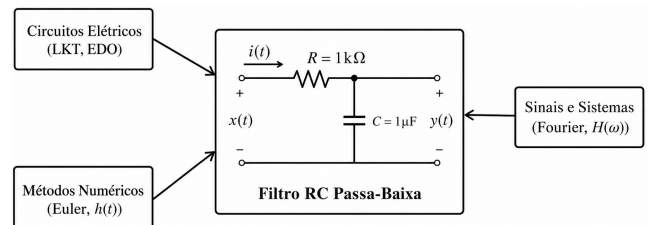


Fig. 1. Articulação interdisciplinar do filtro RC passa-baixa.

A. Abordagem de Circuitos Elétricos

Considera-se um circuito RC série, com a saída medida sobre o capacitor. Aplicando a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT), obtém-se (1), em que $y(t)$ é a tensão no capacitor. Como $i(t) = C dy(t)/dt$, resulta a equação diferencial (2), em que $\tau = RC$ denota a constante de tempo do circuito.

$$x(t) = R i(t) + y(t) \quad (1)$$

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t) \quad (2)$$

B. Abordagem de Sinais e Sistemas

Aplicando-se a transformada de Fourier à (2), obtém-se a função de transferência (3), com magnitude e fase definidas em (4) e frequência de corte $\omega_c = 1/\tau$ [6,7].

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega\tau} \quad (3)$$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}, \quad \angle H(\omega) = -\arctan(\omega\tau) \quad (4)$$

A resposta ao impulso associada ao filtro RC é expressa em (5) e o sinal de saída pode ser obtido como $y(t) = x(t) * h(t)$, em que o símbolo $*$ denota a integral de convolução.

$$h(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} u(t), \text{ com } u(t) = 1 \ (t \geq 0) \text{ e } u(t) = 0 \ (t < 0) \quad (5)$$

C. Abordagem de Cálculo Numérico

A equação diferencial ordinária que descreve o filtro RC, dada por (2), pode ser resolvida por meio de um método numérico. Aplicando-se o método de Euler [8], obtém-se a solução recursiva dada em (6), em que Δt é o passo de integração e m é o número de iterações.

$$y_{j+1} = y_j + \frac{\Delta t}{\tau} (x_j - y_j), \quad j = 0, 1, \dots, m-1 \quad (6)$$

III. MATERIAL DIDÁTICO E SEQUÊNCIA PROPOSTA

O material didático consiste em textos teóricos, originalmente sistematizados a partir de notas de aula [9], acompanhados por *scripts* em MATLAB. A sequência proposta é dividida em quatro etapas: (i) a modelagem do circuito nos domínios do tempo e da frequência; (ii) a solução numérica da EDO; (iii) a filtragem via análise de Fourier; (iv) verificação experimental.

A síntese da abordagem ocorre na etapa (iii), em que um sinal periódico do tipo onda quadrada simétrica de amplitude A e frequência angular ω é aproximado por meio de sua série de Fourier (7).

$$x(t) \approx \sum_{n=1,3,\dots}^{N_h} \frac{4A}{n\pi} \sin(n\omega t) \quad (7)$$

Nesse caso, cada componente harmônica do sinal é processada pela função de transferência do sistema (3). Esse procedimento integra a decomposição espectral, a resposta em frequência e a reconstrução do sinal de saída no domínio do tempo. A Fig. 2 ilustra esse processo de forma integrada: a aproximação da onda quadrada por série de Fourier na Fig. 2(a), a atenuação das harmônicas $b_n = 4A/(n\pi)$ pelo módulo de $H(\omega)$ na Fig. 2(b), as amplitudes das componentes de saída na Fig. 2(c) e a reconstrução do sinal filtrado na Fig. 2(d).

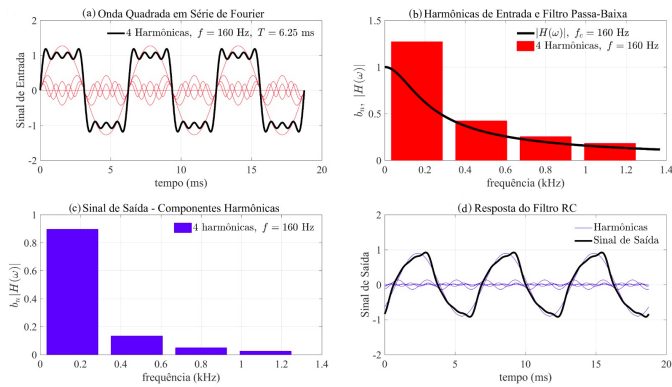


Fig. 2. Simulação em MATLAB do filtro RC passa-baixa para um sinal de entrada do tipo onda quadrada simétrica: (a) aproximação do sinal de entrada por série de Fourier; (b) atenuação das harmônicas pelo filtro RC passa-baixa; (c) distribuição espectral do sinal de saída; e (d) componentes harmônicas e reconstrução no tempo do sinal de saída.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos para as respostas transitória e em regime de um filtro RC passa-baixa. Para a verificação experimental, o circuito RC foi montado em bancada com componentes comerciais: $R = 987 \Omega$ e $C \approx 1,01 \mu\text{F}$, correspondendo a uma constante de tempo $\tau = RC \approx 1,00 \text{ ms}$ e a uma frequência de corte $f_c = 1/(2\pi\tau) \approx 159,02 \text{ Hz}$. Para a realização das medições, foram utilizados um gerador de sinais Keysight 33220A e um osciloscópio Keysight DSO-X 2012A.

A. Análise Transitória

Para a análise transitória do filtro RC passa-baixa, foi considerada a sua resposta a um sinal de entrada do tipo degrau unitário. A solução exata para o sinal de saída é dada por $y(t) = x(t) * h(t) = 1 - e^{-t/\tau}$. Para a obtenção do resultado medido, foi aplicada uma onda quadrada de baixa frequência, $f = 10 \text{ Hz}$, de modo que cada transição represente uma resposta ao degrau independente. A Fig. 3 apresenta uma comparação entre a resposta medida, a solução analítica e a solução numérica via método de Euler ($\Delta t = 0,07 \text{ ms}$). Observa-se uma boa concordância entre os resultados obtidos.

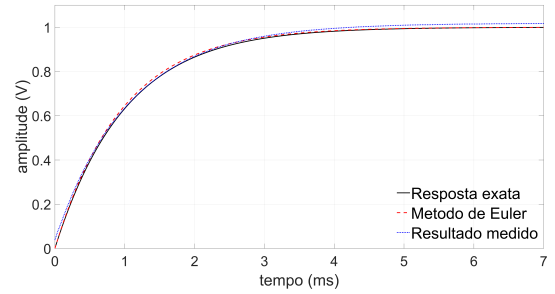


Fig. 3. Estudo comparativo da resposta do filtro RC ao degrau unitário.

B. Análise em Regime

Para a análise em regime do filtro RC passa-baixa, foram considerados dois sinais de entrada periódicos: senoidal e onda quadrada simétrica.

Para uma entrada senoidal de amplitude A , a resposta do filtro RC é dada por $y(t) = A \sin(\omega t - \arctg(\omega\tau)) / \sqrt{1 + \omega^2\tau^2}$. A Fig. 4 mostra uma foto do arranjo de medição montado para obtenção da resposta em regime do filtro RC. Para uma entrada senoidal de 159 Hz, o sinal de saída também é senoidal, sendo atenuado em amplitude e atrasado de fase.

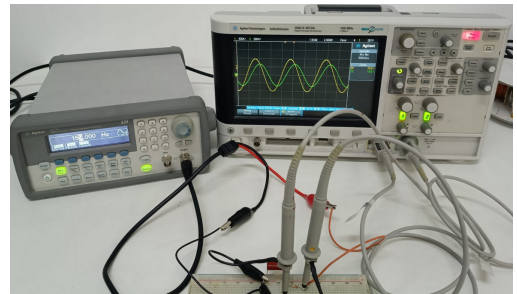


Fig. 4. Arranjo para a medição da resposta em regime do filtro RC.

Considerando a seguinte propriedade dos sistemas LTI, $x(t) = e^{j\omega t} \rightarrow y(t) = e^{j\omega t} H(\omega)$, foi possível obter a função de transferência do filtro RC considerando-se a aplicação de entradas senoidais com amplitude constante ($x(t) = 1 V_{pp}$) em diferentes frequências. Para cada frequência, foram medidos a amplitude do sinal de saída $y(t)$ e o atraso Δt , permitindo calcular a magnitude e a fase experimentalis da função de transferência. As Figs. 5(a) e 5(b) apresentam, respectivamente, as comparações entre as curvas teóricas de magnitude e fase e os pontos medidos entre 10 Hz e 10 kHz.

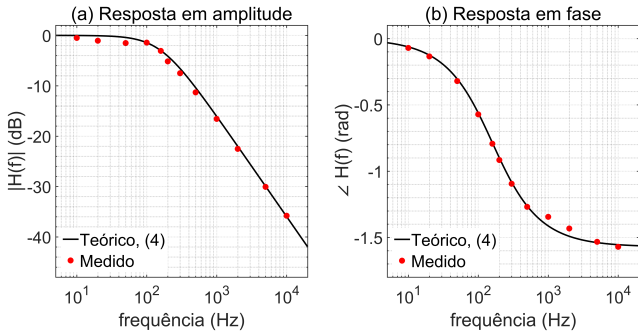


Fig. 5. Estudo comparativo entre os resultados teóricos e medidos obtidos para a função de transferência $H(f)$ do filtro RC: (a) magnitude e (b) fase.

O erro relativo médio para $|H(f)|$ foi calculado em escala linear conforme (8). Considerando-se todas as frequências, $N = 12$, o valor obtido foi de aproximadamente 6,2%. Na frequência de corte (≈ 159 Hz), foram obtidos os valores de magnitude de $-3,07$ dB e fase de $-0,79$ rad.

$$\varepsilon_{rel} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left| \frac{|H_{med}(f_k)| - |H_{teo}(f_k)|}{|H_{teo}(f_k)|} \right| \quad (8)$$

Para uma entrada do tipo onda quadrada simétrica, de amplitude A , expressa pela série de Fourier (7), a resposta do filtro RC é dada por $y(t) \approx \sum_{n=1,3,\dots}^{N_h} H(n\omega) \cdot [4A/(n\pi) \sin(n\omega t)]$. A Fig. 6 apresenta o sinal de entrada medido em 159 Hz e uma comparação entre os sinais de saída teórico e experimental, em que o sinal de saída teórico foi obtido a partir de um sinal de entrada dado por (7), com $N_h = 30$ harmônicas. Verifica-se uma boa concordância entre os resultados obtidos. A Fig. 7 apresenta o arranjo usado na medição da resposta experimental do circuito RC a uma onda quadrada simétrica.

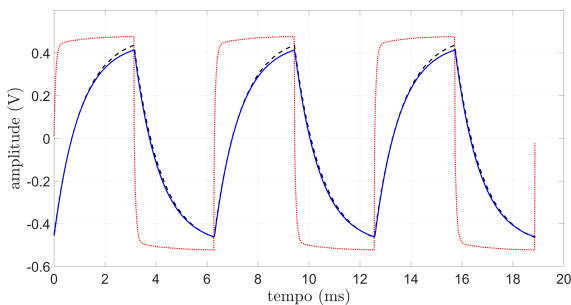


Fig. 6. Resposta em regime do filtro RC para uma onda quadrada simétrica: $x(t)$ medido ($\cdots$), $y(t)$ teórico ($—$) e $y(t)$ medido ($- - -$).

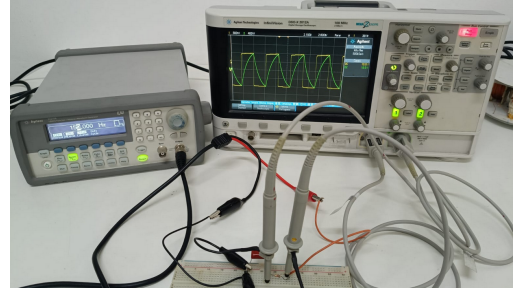


Fig. 7. Arranjo para a medição da resposta do filtro RC passa-baixa à onda quadrada simétrica.

A proposta utiliza o filtro RC como elemento integrador de diferentes representações do sistema LTI, alinhando-se à teoria da aprendizagem significativa de Ausubel e a estratégias de aprendizagem ativa e ensino indutivo [1–5]. A etapa experimental reforça a articulação entre teoria, simulação e medições, além de introduzir aspectos práticos como tolerâncias e incertezas. Embora a avaliação quantitativa do impacto na aprendizagem não tenha sido realizada, o material e o protocolo experimental constituem uma base replicável para outros contextos educacionais.

V. CONCLUSÕES

Apresentou-se uma abordagem interdisciplinar para o ensino de sistemas LTI, utilizando o filtro RC passa-baixa como elemento integrador entre Circuitos Elétricos, Sinais e Sistemas e Cálculo Numérico. Os resultados experimentais mostraram boa concordância entre teoria, simulação e medições, reforçando a consistência da sequência proposta. A contribuição principal está na articulação entre modelagem, simulação e experimentação, oferecendo uma base didática replicável. Como continuidade, propõem-se a avaliação quantitativa da aprendizagem, a migração dos *scripts* para ambientes abertos em Python e a disponibilização do material como recurso educacional aberto.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao IFPB e ao PET-EE pela infraestrutura laboratorial e pelo apoio ao desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] M. J. Prince e R. M. Felder, "Inductive teaching and learning methods: definitions, comparisons, and research bases," *Journal of Engineering Education*, v. 95, n. 2, pp. 123–138, 2006.
- [2] R. M. Felder e R. Brent, "Active learning: an introduction," *ASQ Higher Education Brief*, v. 2, n. 4, pp. 1–5, 2009.
- [3] Z. Xie, Z. Zhu, Y. Wang, Y. Bai e R. Zhang, "Innovative practice of sustainable digital signal processing education," *PLOS ONE*, v. 21, n. 1, e0340806, 2026.
- [4] M. A. Moreira, *Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.
- [5] D. P. Ausubel, *The acquisition and retention of knowledge: a cognitive view*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [6] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky e S. H. Nawab, *Sinais e Sistemas*, 2ª ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- [7] B. P. Lathi, *Sinais e Sistemas Lineares*, 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- [8] R. L. Burden, J. D. Faires e A. M. Burden, *Análise Numérica*, 3ª ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.
- [9] P. H. F. Silva, "Teoria de sinais e sistemas para análise do filtro RC passa-baixa," Material Didático, CEFET-PB, 2004.