

Algoritmo com Ganho Proporcional ao Desvio Médio Quadrático dos Coeficientes Baseado na Autocorrelação do Erro

Fábio Luis Perez, Francisco das Chagas de Souza e Rui Seara

Resumo—Este artigo apresenta um algoritmo adaptativo alternativo ao algoritmo proporcional com ganho baseado no desvio médio quadrático dos coeficientes (z^2 -proportionate algorithm). Este último combina uma distribuição de ganho proporcional ao desvio médio quadrático dos coeficientes com uma distribuição de ganho uniforme. Tal estratégia é fortemente dependente do nível de potência do ruído de medição que, na prática, não está prontamente disponível. Assim, visando contornar essa dependência, um novo procedimento de distribuição de ganho baseado na autocorrelação do erro é aqui discutido. O algoritmo proposto apresenta melhor desempenho do que o algoritmo original (z^2 -proportionate). Através de resultados de simulação, a eficácia do novo algoritmo é avaliada.

Palavras-Chave—Autocorrelação do erro, cancelamento de eco, filtragem adaptativa, identificação de sistemas.

Abstract—This paper presents a new adaptive algorithm alternative to the mean-square weight deviation-proportionate (z^2 -proportionate) algorithm. The latter combines a mean-square weight deviation-proportionate gain distribution with a uniform one. Such a strategy is strongly dependent on the measurement noise power level that, in practice, is not readily available. Aiming to circumvent such dependence, a new strategy of gain distribution based on error autocorrelation is discussed here. The proposed algorithm outperforms the original one (z^2 -proportionate). Through simulation results, the effectiveness of the new algorithm is assessed.

Keywords—Error autocorrelation, echo cancellation, adaptive filtering, system identification.

I. INTRODUÇÃO

Em muitas aplicações do mundo real, tais como as que envolvem comunicações, acústica, processos químicos e sísmicos, a resposta ao impulso do sistema é esparsa [1], [2]. Para essa classe de resposta, algoritmos consagrados, como o LMS (*least-mean-square*) e o LMS normalizado (NLMS – *normalized LMS*) [3], [4], os quais utilizam o mesmo passo de adaptação para todos os coeficientes do filtro adaptativo,

Fábio Luis Perez, Francisco das Chagas de Souza e Rui Seara, LINSE – Laboratório de Circuitos e Processamento de Sinais, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, E-mails: {fabioperez, fsouza, seara}@linse.ufsc.br.

Fábio Luis Perez é também Professor do Departamento de Engenharia Elétrica e Telecomunicações da Universidade Regional de Blumenau (FURB), Blumenau, SC, Brasil.

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)

geralmente, não atingem satisfatoriamente as características de convergência requeridas [5]. Então, visando explorar a natureza esparsa da resposta ao impulso de alguns sistemas, Duttweiler [6] propôs um algoritmo, denominado NLMS proporcional (PNLMS – *proportionate NLMS*), em que cada coeficiente do filtro adaptativo é atualizado proporcionalmente à sua magnitude, resultando em maior velocidade de convergência. Entretanto, tem sido observado que essa melhor característica de convergência do PNLMS não é mantida em todo o processo de adaptação [7]-[9]. Além disso, quando a planta possui média ou baixa esparsidade, o algoritmo PNLMS apresenta uma taxa de convergência baixa em comparação com outros algoritmos da literatura [9]. Para contornar tais problemas, diversas versões do algoritmo PNLMS vêm sendo propostas [5], [7], [10], [11].

Recentemente, dois novos algoritmos da classe proporcional, denominados “*water-filling*” e proporcional ao desvio médio quadrático dos coeficientes (PDMQC), foram propostos em [12]. O primeiro baseia-se na minimização do erro médio quadrático em cada iteração, considerando sinal de entrada branco. O segundo é uma versão derivada do primeiro, exibindo resultados similares ao primeiro, porém, com menor complexidade computacional. Em contraste a outros algoritmos disponíveis na literatura, os dois algoritmos discutidos em [12] utilizam uma estimativa polarizada do desvio médio quadrático dos coeficientes. O algoritmo PDMQC (denominado por seus autores z^2 -proportionate [12]) possui desempenho global melhor do que o “*water-filling*” e, por essa razão, o estudo aqui realizado será apenas sobre o PDMQC. A distribuição de ganho utilizada no algoritmo PDMQC é uma combinação de um ganho proporcional ao desvio médio quadrático dos coeficientes com um ganho unitário, tal que sua distribuição se torne uniforme em regime permanente. Essa mistura é controlada por um parâmetro que depende do conhecimento do valor da variância do ruído de medição. Assim, uma estimativa dessa variância se faz necessária para uma adequada operação do algoritmo. Além disso, o algoritmo PDMQC tem seu desempenho degradado sempre que tal estimativa não é precisamente obtida.

Neste trabalho, uma nova estratégia de distribuição de ganho baseada na autocorrelação do erro é proposta. Tal estratégia visa contornar a dependência do algoritmo PDMQC com respeito à necessidade de se conhecer a variância do ruído de medição na determinação da distribuição de ganho do algoritmo. A eficácia do novo algoritmo é comprovada através de simulações numéricas. Os resultados obtidos atestam que o algoritmo proposto exhibe melhores características de convergência do que o seu antecessor (o PDMQC).

O artigo está organizado como segue. A Seção II revisita o algoritmo PDMQC. A Seção III apresenta uma breve discussão do comportamento do algoritmo PDMQC frente a erros na estimativa da potência do ruído de medição. Na Seção IV, uma descrição da função de autocorrelação do sinal de erro do algoritmo é apresentada assim como é discutida a abordagem proposta. Na Seção V, são mostrados os resultados de simulação atestando a eficácia do novo algoritmo. Finalmente, na Seção VI, são apresentados os comentários e conclusões deste trabalho de pesquisa.

II. REVISITANDO O ALGORITMO PDMQC

Nesta seção, uma revisão das expressões gerais dos algoritmos da classe proporcional é apresentada, como também é seguida uma breve descrição do algoritmo PDMQC.

A. Expressões Gerais dos Algoritmos da Classe Proporcional

Os algoritmos da classe proporcional são formulados conforme o seguinte conjunto de equações [7]:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \frac{\beta \mathbf{G}(k) \mathbf{x}(k) e(k)}{\mathbf{x}^T(k) \mathbf{G}(k) \mathbf{x}(k) + \xi} \quad (1)$$

$$\mathbf{G}(k) = \text{diag}[g_1(k) \ g_2(k) \ \dots \ g_L(k)] \quad (2)$$

$$e(k) = y(k) - \mathbf{w}^T(k) \mathbf{x}(k) \quad (3)$$

onde $\mathbf{w}(k) = [w_1(k) \ w_2(k) \ \dots \ w_L(k)]^T$ é o vetor de coeficientes adaptativos de dimensão L , $\mathbf{x}(k) = [x(k) \ x(k-1) \ \dots \ x(k-L+1)]^T$, o vetor de sinal de entrada com variância σ_x^2 , e β , o parâmetro de controle do tamanho de passo. A constante $\xi > 0$ é um parâmetro de regularização, evitando divisão por zero em (1) e estabilizando a solução. A matriz $\mathbf{G}(k)$ distribui os ganhos individuais entre os coeficientes do filtro de acordo com uma regra específica. O sinal desejado é dado por

$$y(k) = \mathbf{x}^T(k) \mathbf{w}^0 + v(k) \quad (4)$$

onde $\mathbf{w}^0 = [w_1^0 \ w_2^0 \ \dots \ w_L^0]^T$ é a resposta ao impulso da planta e $v(k)$, um ruído de medição independente e identicamente distribuído (i.i.d.) com média zero, variância σ_v^2 e decorrelacionado com qualquer outro sinal no sistema

B. Algoritmo PDMQC

O ganho do algoritmo PDMQC é dado por [12]

$$g_i(k) = \frac{E[z_i^2(k)]}{\frac{1}{L} \sum_{j=1}^L E[z_j^2(k)]}, \quad i = 1, 2, \dots, L \quad (5)$$

com

$$E[z_i^2(k)] = E\{[w_i^0 - w_i(k)]^2\} \quad (6)$$

onde $E[z_i^2(k)]$ representa o desvio médio quadrático do i th coeficiente.

Note de (5) e (6) que a determinação de $g_i(k)$ requer o conhecimento de w_i^0 . Assim, considerando que os coeficientes da planta não são conhecidos *a priori*, um

procedimento para estimar $E[z_i^2(k)]$ é proposto em [12] usando uma abordagem baseada em [13]. Esse procedimento é descrito como segue:

$$E[z_i(k)]_{\text{est}} = \frac{E[p_i(k)]_{\text{est}}}{\sigma_x^2} \quad (7)$$

onde

$$E[p_i(k)]_{\text{est}} = \alpha E[p_i(k-1)]_{\text{est}} + (1-\alpha) p_i(k) \quad (8)$$

com

$$p_i(k) \triangleq x_i(k) e(k) \quad (9)$$

sendo $0 \leq \alpha \leq 1$ um parâmetro de suavização. O operador $E[\cdot]_{\text{est}}$ denota uma estimativa do valor esperado.

Agora, aproximando o valor esperado do desvio médio quadrático pelo quadrado da estimativa do desvio médio dos coeficientes, i.e., $E[z_i^2(k)] \cong \{E[z_i(k)]_{\text{est}}\}^2$ e $\sum_{j=1}^L E[z_j^2(k)] \cong \sum_{j=1}^L \{E[z_j(k)]_{\text{est}}\}^2$, pode-se determinar (5).

Em [12], os ganhos utilizados para atualizar os coeficientes do filtro durante o processo de adaptação são obtidos misturando o ganho proporcional ao desvio médio quadrático dos coeficientes com um ganho uniforme. Tal mistura é efetuada por uma regra dada por

$$\mathbf{g}_c(k) = [1 - \zeta(k)] \mathbf{g}(k) + \zeta(k) \mathbf{1} \quad (10)$$

onde o vetor $\mathbf{g}(k) = [g_1(k) \ g_2(k) \ \dots \ g_L(k)]^T$ é determinado por (5), $\mathbf{1}$ é um vetor unitário L -dimensional, e $\zeta(k)$, um parâmetro de mistura dado por

$$\zeta(k) = \min \left[1, \frac{\omega \sigma_v^2}{\sigma_x^2 \sum_{j=1}^L \{E[z_j(k)]_{\text{est}}\}^2 + \sigma_v^2} \right] \quad (11)$$

com $\omega \geq 0$ sendo um parâmetro que deve ser ajustado para uma adequada operação do algoritmo. Este método de combinação de ganhos é denominado combinação de ganho convexa adaptativa [12]. Tal procedimento, conforme o erro diminui, realiza uma migração gradual do ganho proporcional ao desvio médio quadrático dos coeficientes $E[z^2(k)]$ para o ganho uniforme. Note que o denominador de (11) é uma aproximação do erro quadrático médio para sinal de entrada branco [14].

III. IMPACTO DA ESTIMATIVA DA VARIÂNCIA DO RUÍDO DE MEDIÇÃO SOBRE O COMPORTAMENTO DO ALGORITMO PDMQC

Como mostrado em [12], o algoritmo PDMQC tem melhor desempenho do que os algoritmos PNLMS e NLMS para sinais de entrada brancos. Entretanto, a determinação de $\zeta(k)$ requer o conhecimento da variância do ruído de medição [veja (11)] que, em geral, não está prontamente disponível, sendo necessário ser estimada, representando uma desvantagem em relação aos demais algoritmos.

Outro ponto a ser considerado aqui é a sensibilidade do algoritmo PDMQC com respeito a erros de estimativa da variância do ruído de medição. Para avaliar tal sensibilidade, simulações de Monte Carlo (média de 100 realizações independentes) são realizadas considerando um problema de identificação de sistemas. Para tal, é usada uma resposta ao impulso da planta com comprimento $L=128$, obtida a partir do modelo de caminho de eco #1 (para testes em canceladores de eco de fala) definido na Recomendação G.168 do ITU-T [15], cujo grau de esparsidade é 0,78 (veja definição de grau de esparsidade em [2]).

A Fig. 1 ilustra o efeito do erro de estimativa da variância do ruído de medição no comportamento do algoritmo PDMQC, para diferentes valores do parâmetro ω , considerando entrada branca e $\sigma_v^2 = 17$ dB. Para avaliar o desempenho do algoritmo, utiliza-se o desalinhamento normalizado (em dB) dado por [8]

$$\kappa(k) = 10 \log_{10} \frac{\|\mathbf{w}^o - \mathbf{w}(k)\|_2^2}{\|\mathbf{w}(k)\|_2^2} \quad (12)$$

onde o operador $\|\cdot\|_2$ representa a norma-2 de um vetor. Assim, considerando dois valores distintos de ω , curvas de desalinhamento normalizado são mostradas assumindo uma estimativa exata e uma estimativa imprecisa de σ_v^2 . No caso da estimativa imprecisa, o valor estimado usado no algoritmo PDMQC é $\hat{\sigma}_v^2 = 20$ dB, i.e., uma diferença de 3 dB em relação ao valor exato. Pode-se observar que $\omega=2$ resulta em maior velocidade de convergência do que $\omega=5$, contudo, $\omega=2$ leva a um pior desempenho do que $\omega=5$, quando sujeito ao mesmo erro de estimativa da variância do ruído de medição σ_v^2 ; portanto, diminuir o valor de ω melhora a velocidade de convergência do algoritmo PDMQC, contudo o deixa mais suscetível a erros de estimação. Valores de ω abaixo de 2 não são usuais, pois podem não garantir que ζ seja igual a 1 em regime permanente, o que causaria um desalinhamento muito superior ao desalinhamento dos algoritmos NLMS e PNLMS. Assim, para se obter maior velocidade de convergência, o algoritmo PDMQC requer uma estimativa correta da variância do ruído de medição, caso contrário seu desempenho é degradado.

IV. ABORDAGEM PROPOSTA

O algoritmo PDMQC utiliza uma combinação de ganho convexa adaptativa dada por (10) para encontrar o mesmo nível de desalinhamento em regime permanente de outros algoritmos, tais como o NLMS e o PNLMS [12]. Contudo, o parâmetro de controle $\zeta(k)$, mostrado em (10) e (11), que realiza a mistura entre os ganhos é dependente do valor da variância do ruído de medição, requerendo assim uma estimativa de tal informação. Essa mistura é necessária porque a estimativa do desvio médio quadrático dos coeficientes é degradada conforme $\mathbf{w}(k) \rightarrow \mathbf{w}^o$, uma vez que o ruído de medição se torna predominante no sinal de erro, afetando severamente o cálculo de (7).

Aqui, para migrar do ganho proporcional ao $E[\mathbf{z}^2(k)]$ para o ganho uniforme, propõe-se uma nova abordagem baseada em uma versão normalizada e suavizada da função de autocorrelação do erro. A proposta visa eliminar a necessidade de se conhecer a variância do ruído de medição para realizar a transição de ganhos durante o processo adaptativo.

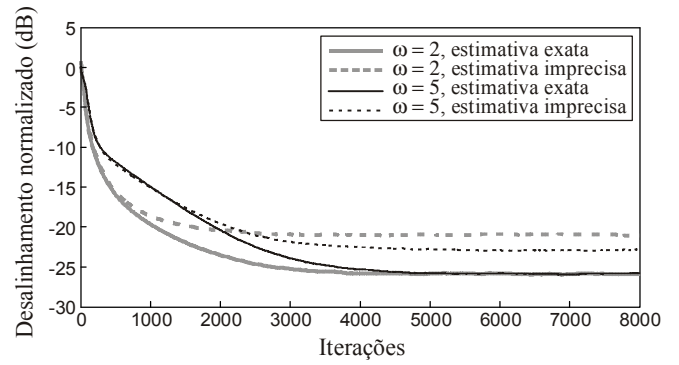


Fig. 1. Desalinhamento normalizado do algoritmo PDMQC para sinal de entrada branco e $\sigma_v^2 = 17$ dB.

A. Autocorrelação do Erro

Substituindo (4) em (3), o sinal de erro é dado por

$$e(k) = \mathbf{x}^T(k)[\mathbf{w}^o - \mathbf{w}(k)] + v(k) \quad (13)$$

e definindo $c(k)$ como uma versão suavizada da autocorrelação instantânea entre amostras de erro adjacentes $e(k)$ e $e(k-1)$, obtém-se

$$c(k) = \gamma c(k-1) + (1-\gamma)e(k)e(k-1) \quad (14)$$

com $0 < \gamma < 1$ sendo um parâmetro de suavização.

Assumindo a convergência do algoritmo, o erro mostrado em (13) tende a diminuir e, conforme o regime permanente se aproxima, $e(k)$ tende ao ruído de medição $v(k)$, pois $\mathbf{w}(k) \rightarrow \mathbf{w}^o$ [4]; como consequência, $c(k)$ [veja (14)] tende a zero visto que $v(k)$ é um sinal descorrelacionado de média nula. O ponto chave da nova abordagem está centrado no comportamento das variáveis $e(k)$ e $c(k)$, conforme descrito a seguir.

B. Algoritmo Proposto

A nova abordagem, em contraste com o algoritmo PDMQC que efetua uma mudança gradual de ganhos, realiza uma migração abrupta do ganho proporcional ao $E[\mathbf{z}^2(k)]$ para o ganho uniforme. Essa migração no algoritmo proposto é baseada na avaliação da função de autocorrelação do erro e não depende do conhecimento da variância do ruído de medição, como requerido no algoritmo PDMQC. Como consequência, a abordagem proposta provê imunidade a flutuações de potência do ruído de medição. Dessa forma, foi desenvolvida uma estratégia para realizar a migração do ganho proporcional ao $E[\mathbf{z}^2(k)]$ para o ganho uniforme. Para tal, é necessário calcular o instante k no qual a distribuição de ganho deve migrar para o ganho unitário. Portanto, uma versão normalizada e suavizada da autocorrelação quadrática do erro é definida. Assim,

$$m(k) = \gamma m(k-1) + (1-\gamma) \frac{c^2(k)}{q^2(k)} \quad (15)$$

com

$$q(k) = \gamma q(k-1) + (1-\gamma)e^2(k) \quad (16)$$

onde $q(k)$ é uma versão suavizada do erro quadrático e $c(k)$ é obtido a partir de (14). Então, uma condição de mudança de ganhos é estabelecida comparando-se $m(k)$ com um valor de limiar pré-estabelecido T_{lo} , dado por

$$m(k) \leq T_{lo}. \quad (17)$$

Assim, sempre que tal condição ocorre em um determinado número N de iterações consecutivas, um ganho unitário é atribuído a todos os coeficientes do filtro adaptativo. Uma vez que o ganho é modificado, o algoritmo somente retorna ao ganho proporcional ao $E[\mathbf{z}^2(k)]$ se, e somente se, $m(k) > T_{hi}$, assumindo aqui $T_{lo} < T_{hi}$. Note que o limiar T_{hi} é usado apenas para criar uma simples histerese, evitando que pequenas flutuações de $m(k)$ inapropriadamente levem o algoritmo voltar a operar com o ganho proporcional ao $E[\mathbf{z}^2(k)]$. Os valores típicos dos limiares são $0,8 \times 10^{-2} \leq T_{lo} \leq 1,2 \times 10^{-2}$ e $2 \times 10^{-2} \leq T_{hi} \leq 6 \times 10^{-2}$.

C. Princípio de Operação do Algoritmo Proposto

Para melhor compreensão do algoritmo proposto, o comportamento de (15) e sua inter-relação com os limiares T_{lo} e T_{hi} , que definem a política de ganho do novo algoritmo, são agora discutidos.

Em geral, no início da convergência, $e(k)$ é correlacionado com $e(k-1)$, refletindo a correlação no processo de evolução dos coeficientes; então de (14) e (16), nota-se que $c^2(k) \cong q^2(k)$ e conseqüentemente $c^2(k)/q^2(k) \cong 1$ [16], resultando em $m(k) > T_{lo}$. Para essa condição, os ganhos do algoritmo são proporcionais ao $E[\mathbf{z}^2(k)]$. À medida que o regime permanente se aproxima, i.e., $\mathbf{w}(k) \rightarrow \mathbf{w}^o$, pode-se verificar, a partir de (13), que $e(k)$ tende para $v(k)$, forçando $c(k)$ tender para zero, implicando assim $m(k) \rightarrow 0$. Quando $m(k) \leq T_{lo}$, a política de ganho do algoritmo é migrada para uma distribuição uniforme, i.e., o uso de ganho unitário para todos os coeficientes. Se uma perturbação ocorre, um aumento no valor da autocorrelação do erro $c(k)$ ocorre e, como consequência, $m(k)$ aumenta. Assim que $m(k) > T_{hi}$ for atingido, o algoritmo retorna a atribuir ganhos proporcionais ao desvio médio quadrático dos coeficientes $E[\mathbf{z}^2(k)]$, seguindo o processo.

V. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção, o desempenho do algoritmo proposto é avaliado. Para tal, simulações de Monte Carlo (média de 100 realizações independentes) são realizadas considerando um problema de identificação de sistemas. Três exemplos são apresentados, considerando duas plantas distintas obtidas a partir dos modelos de caminho de eco #1 e #4 [15], com graus de esparsidades de 0,78 e 0,43, respectivamente. Para todos os exemplos, o sinal de entrada é branco com variância $\sigma_x^2 = 1$, o passo de adaptação é $\beta = 0,1$ e o parâmetro de regularização, $\xi = 10^{-4}$. O fator de suavização para o algoritmo PDMQC é $\alpha = 0,99$ e para o algoritmo proposto,

$\gamma = 0,99$. Os limiares T_{hi} e T_{lo} são 4×10^{-2} e $1,2 \times 10^{-2}$, respectivamente. O valor de N usado é igual ao comprimento do filtro L . No algoritmo PDMQC, o parâmetro $\zeta(k)$ é computado de (11), com $\omega = 2$ para se obter a máxima velocidade de convergência. Além disso, para o algoritmo PDMQC, é necessário estimar a variância do ruído de medição $\hat{\sigma}_v^2$, a qual é assumida (para todos os exemplos) ser igual ao seu valor real σ_v^2 .

A. Exemplo 1

Este exemplo ilustra o comportamento dos algoritmos PDMQC e proposto usando a planta esparsa do modelo de caminho de eco #1 [15], considerando dois valores de variâncias para o ruído de medição: $\sigma_v^2 = 0,1$ (SNR = 10 dB) e $\sigma_v^2 = 0,0001$ (SNR = 40 dB).

A Fig. 2 mostra as curvas de desalinhamento normalizado para os dois algoritmos. Pode-se observar que, além de não se necessitar o conhecimento da variância do ruído de medição presente no sistema, o algoritmo proposto supera o PDMQC.

B. Exemplo 2

Para este exemplo, o comportamento do algoritmo proposto é agora avaliado para uma planta com média esparsidade (modelo de caminho de eco #4 [15]). Aqui, as variâncias do ruído de medição usadas são as mesmas do Exemplo 1.

A Fig. 3 mostra as curvas de desalinhamento normalizado de ambos os algoritmos (PDMQC e proposto). Verifica-se que o algoritmo proposto supera novamente o PDMQC, sem necessidade de conhecimento do valor da variância do ruído de medição.

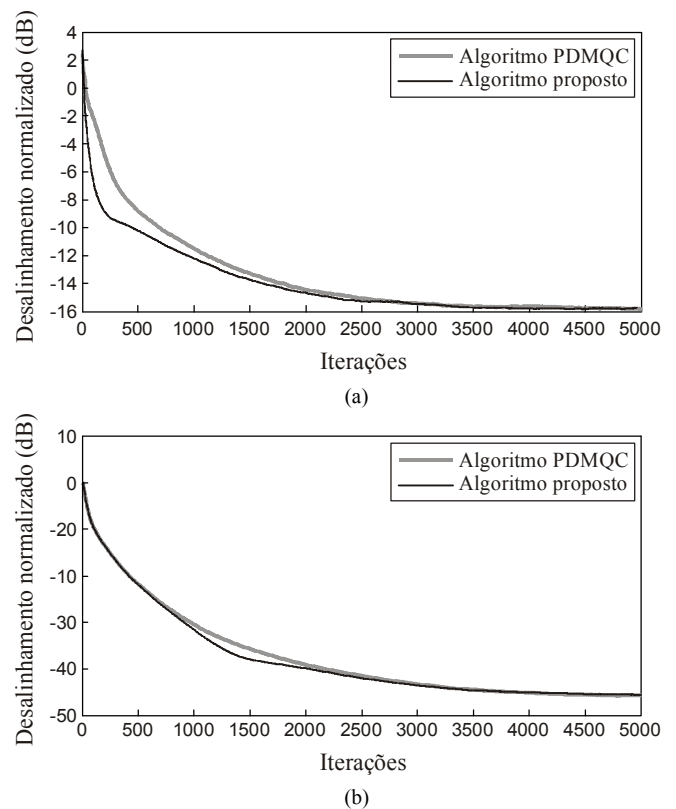


Fig. 2. Exemplo 1. Desalinhamento normalizado dos algoritmos PDMQC e proposto para entrada branca e planta esparsa (modelo de caminho de eco #1 [15]). (a) SNR = 10 dB. (b) SNR = 40 dB.

C. Exemplo 3

Neste exemplo, a habilidade de rastreamento do algoritmo proposto é avaliada. Para tal, é usada uma resposta ao impulso de planta esparsa, obtida a partir do modelo de caminho de eco #4 [15], deslocada de 12 amostras para a direita no instante $k = 6000$. A variância do ruído de medição considerada é $\sigma_v^2 = 0,01$ (SNR = 20 dB).

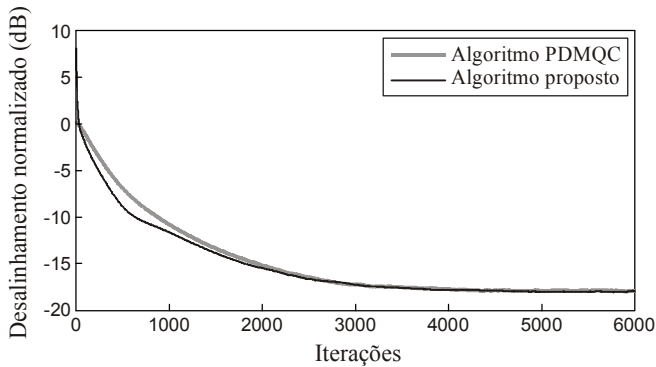
A Fig. 4 mostra as curvas de desalinhamento normalizado para os dois algoritmos (PDMQC e proposto). Observa-se que o algoritmo proposto exibe uma velocidade de convergência maior do que a do PDMQC para a condição de operação considerada. Note que, apesar da mudança do grau de esparsidade da planta, do uso de níveis distintos de variâncias do ruído de medição e perturbações no sistema, os valores dos limiares T_{hi} e T_{lo} utilizados em todos os exemplos são os mesmos, mostrando a robustez do algoritmo proposto com respeito a tais limiares.

VI. CONCLUSÕES

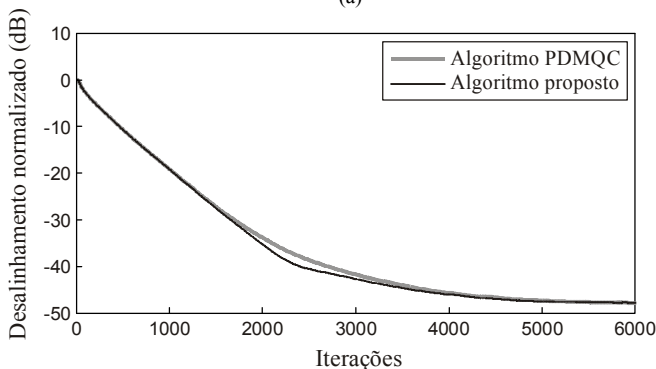
Neste trabalho, uma versão melhorada do algoritmo PDMQC foi apresentada. O algoritmo PDMQC combina uma distribuição de ganho proporcional ao desvio médio quadrático dos coeficientes com uma distribuição de ganho uniforme, resultando um algoritmo fortemente dependente da variância do ruído de medição e da precisão de sua estimativa. O novo algoritmo visa eliminar tal dependência. Assim, uma nova estratégia de distribuição de ganho baseada na autocorrelação do erro é introduzida, sendo esse o ponto fundamental explorado pelo novo algoritmo. Resultados de simulação confirmaram a eficácia do algoritmo proposto. Além disso, é importante enfatizar que o algoritmo proposto pode ser utilizado em cenários nos quais o ruído de medição é não-estacionário.

REFERÊNCIAS

- [1] R. K. Martin, W. A. Sethares, R. C. Williamson, and C. R. Johnson, Jr., "Exploiting sparsity in adaptive filters," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, no. 8, pp. 1883-1894, Aug. 2002.
- [2] Y. Huang, J. Benesty, and J. Chen, *Acoustic MIMO Signal Processing*. New York: Springer-Verlag, 2006.
- [3] B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*. New Jersey: Prentice-Hall, 1985.
- [4] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4th ed. New Jersey: Prentice-Hall, 2002.
- [5] J. Cui, P. A. Naylor, D. T. Brown, and, "An improved IPNLMS algorithm for echo cancellation in packet-switched networks," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)*, Montreal, CA, May 2004, vol. 4, pp. 141-144.
- [6] D. L. Duttweiler, "Proportionate normalized least-mean-squares adaptation in echo cancelers," *IEEE Trans. Speech Audio Process.*, vol. 8, no. 5, pp. 508-518, Sep. 2000.
- [7] J. Benesty and S. L. Gay, "An improved PNLM algorithm," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)*, Orlando, FL, May 2002, vol. 2, pp. 1881-1884.
- [8] F. das C. de Souza, O. J. Tobias, R. Seara, and D. R. Morgan, "Alternative approach for computing the activation factor of the PNLM algorithm," in *Proc. Eur. Signal Process. Conf. (EUSIPCO)*, Glasgow, Scotland, Aug. 2009, pp. 2633-2637.
- [9] A. Deshpande and S. L. Grant, "A new multi-algorithm approach to sparse system adaptation," in *Proc. Eur. Signal Process. Conf. (EUSIPCO)*, Antalya, Turkey, Sep. 2005, pp. 1-4.
- [10] H. Deng and M. Doroslovacki, "Improving convergence of the PNLM algorithm for sparse impulse response identification," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 12, no. 3, pp. 181-184, Mar. 2005.
- [11] F. das C. de Souza, O. J. Tobias, R. Seara, and D. R. Morgan, "A PNLM algorithm with individual activation factors," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 58, no. 4, pp. 2036-2047, Apr. 2010.
- [12] K. Wagner and M. Doroslovacki, "Proportionate-type normalized least mean square algorithms with gain allocation motivated by mean-square-error minimization for white input," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 5, pp. 2410-2415, May 2011.
- [13] N. Li, Y. Zhang, Y. Hao, and J. A. Chambers, "A new variable step-size NLMS algorithm designed for applications with exponential decay impulse responses," *Signal Process.*, vol. 88, no. 9, pp. 2346-2349, Mar. 2008.
- [14] K. T. Wagner and M. I. Doroslovacki, "PtNLMS Algorithm Obtained by Minimization of Mean Square Error Modeled by Exponential Functions," in *Proc. 44th Annual Asilomar Conf. Signal, Systems, and Computers*, Pacific Grove, CA, Nov. 2010, pp. 1951-1955.
- [15] ITU-T Recommendation G.168, Digital Network Echo Cancellers. Geneva, Switzerland: Int. Telecomm. Union, 2007.
- [16] J. G. F. Zipf, O. J. Tobias, R. Seara. "Modelo analítico de um algoritmo LMS de passo variável baseado na autocorrelação do sinal de erro", in *Anais do XXVII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Blumenau, SC, Set. 2009, pp. 1-5.



(a)



(b)

Fig. 3. Exemplo 2. Desalinhamento normalizado dos algoritmos PDMQC e proposto para entrada branca e planta com média esparsidade (modelo de caminho de eco #4 [15]). (a) SNR = 10 dB. (b) SNR = 40 dB.

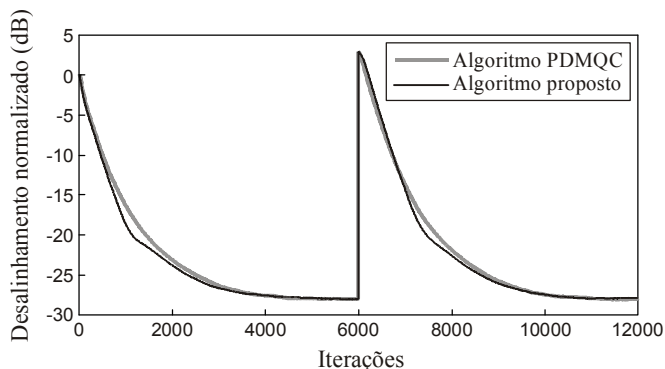


Fig. 4. Exemplo 3. Desalinhamento normalizado dos algoritmos PDMQC e proposto para entrada branca e SNR = 20 dB. Resposta ao impulso da planta (modelo de caminho de eco #4 [15]) é deslocada de 12 amostras para a direita em $k = 6000$.