

Radar STAP

João Rocha, Vitor Paixão, João Neto, Rafael Marques e Kathy Senhorini.

Resumo—Este artigo propõe uma metodologia de processamento espaço-temporal adaptativo (STAP) com redução de posto para detecção de alvos navais em ambientes de clutter marítimo. Implementou-se uma simulação integrando modelagem realista de clutter, síntese de padrões de antena via CST Microwave Studio, e filtragem adaptativa baseada em decomposição espectral. Os resultados demonstram supressão eficaz de clutter e detecção confiável do alvo.

Palavras-Chave—STAP, radar, clutter marítimo, redução de posto, autovalores, simulação numérica, CFAR.

Abstract—This article proposes a reduced-rank spatio-temporal adaptive processing (STAP) methodology for detecting naval targets in maritime clutter environments. A simulation integrating realistic clutter modeling, antenna pattern synthesis via CST Microwave Studio and adaptive filtering based on spectral decomposition was implemented. The results demonstrate effective clutter suppression and reliable target detection.

Keywords—STAP, radar, maritime clutter, rank reduction, eigenvalues, numerical simulation, CFAR.

I. INTRODUÇÃO

A vigilância da Zona Econômica Exclusiva (ZEE) brasileira, que se estende por 3,6 milhões de km² [1], demanda sistemas de radar capazes de operar em condições adversas. O clutter marítimo, gerado pela reflexão de micro-ondas na superfície oceânica, constitui o principal obstáculo à detecção confiável de alvos navais [2].

Modelos recentes [3] descrevem o clutter marítimo como um processo não estacionário com correlação espaço-temporal dependente do estado do mar. Essa característica limita a eficácia de técnicas convencionais de supressão, exigindo filtragem adaptativa conjunta nos domínios espacial e temporal.

O radar STAP resolve este problema através da estimativa adaptativa da matriz de covariância de interferência, permitindo cancelamento ótimo de clutter [4]. Contudo, a complexidade computacional $O(N^3M^3)$ associada à inversão matricial motiva o uso de técnicas de redução de dimensionalidade [5][6].

Neste trabalho, avalia-se uma implementação STAP simplificada através de simulações em Python, em que:

- Clutter e ruído são gerados com distribuições estatísticas realistas;
- A detecção final emprega CFAR com pós-processamento morfológico.

II. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

A. Sistemas de Radar

A operação de um radar é regida pela equação do radar, que relaciona a potência recebida P_r com parâmetros de

transmissão e reflexão [7]. Para um sistema monostático, tem-se:

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L}, \quad (1)$$

em que:

- P_t : Potência transmitida (W);
- G_t, G_r : Ganhos das antenas de transmissão e recepção;
- λ : Comprimento de onda (m);
- σ : Seção reta radar (RCS) do alvo (m²);
- R : Distância radar-alvo (m);
- L : Perdas do sistema.

A RCS (σ) varia conforme o tamanho, material e orientação do alvo. Para navios, σ tipicamente situa-se entre 10³ e 10⁶ m² [8].

O sistema de Radar Pulsado utiliza pulsos de duração τ espaçados por T_p (PRI - *Pulse Repetition Interval*). A PRF (*Pulse Repetition Frequency*) é dada por:

$$PRF = \frac{1}{T_p}, \quad (2)$$

com alcance máximo não ambíguo:

$$R_{\max} = \frac{cT_p}{2}, \quad (3)$$

A detecção de alvos móveis utiliza o desvio Doppler (f_D), proporcional à velocidade radial v_r entre radar e alvo:

$$f_D = \frac{2v_r}{\lambda}, \quad (4)$$

A frequência Doppler máxima detectável sem ambiguidade é limitada pela PRF, seguindo o critério de Nyquist:

$$f_{D_{\max}} = \pm \frac{PRF}{2}, \quad (5)$$

B. Antenas Patch

Uma antena patch é um tipo de antena de rádio, de perfil discreto, que consiste em uma placa retangular plana (patch) de metal, sobre uma placa de circuito impresso (PCB).

Antenas patch de microfita são amplamente utilizadas quando o assunto é comunicação moderna, por exemplo em sistemas de posicionamento global (GPS), múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), anti-colisão veicular, comunicação por satélite, monitoramento, radar, e muitos outros por conta de seu baixo custo, baixo peso, discríção, configuração plana, fácil conformidade, portabilidade avantajada, adequabilidade para arranjos, facilidade de fabricação e aplicação em circuitos integrados de micro-ondas [9].

Contudo, uma única antena patch tem desvantagens como baixo ganho, eficiência e diretividade. Essas desvantagens podem ser superadas com a implementação de mais de uma antena patch, ou seja, em uma configuração de arranjo.

C. Arranjo de antenas

Em arranjos lineares de antenas, o feixe resultante combina o padrão de cada elemento com o fator de arranjo (*Array Factor*, AF). Dessa forma o padrão total pode ser encontrado com [8]:

$$E_{\text{total}}(\theta, \phi) = E_{\text{elem}}(\theta, \phi) AF(\theta, \phi). \quad (6)$$

na qual o fator de arranjo para o caso em que o arranjo de antenas é apenas linear e com espaçamento constante é:

$$AF(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{j k n d \sin \theta}, \quad (7)$$

onde:

- $E_{\text{total}}(\theta, \phi)$: padrão de radiação total do arranjo na direção angular (θ, ϕ) ;
- $E_{\text{elem}}(\theta, \phi)$: padrão de radiação individual de um elemento do arranjo (ex: *patch*, dipolo, etc.);
- $AF(\theta, \phi)$: fator de arranjo (*array factor*), responsável por modelar o efeito coletivo da geometria e alimentação dos elementos;
- I_n : coeficiente complexo (amplitude e fase) de alimentação do n -ésimo elemento do arranjo;
- $k = \frac{d \cdot 2\pi}{\lambda}$: número de onda, com λ sendo o comprimento de onda da portadora;
- d : espaçamento uniforme entre os elementos do arranjo (em metros);
- θ : ângulo de observação no plano do arranjo, geralmente medido a partir da normal ao arranjo (eixo z);
- N : número total de elementos no arranjo.

D. Matriz de covariância

Seja $\mathbf{x}(t) \in C^M$ o vetor de amostras complexas recebidas por um arranjo de M antenas no instante t . A seguir definimos formalmente a matriz de covariância.

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t)], \quad (8)$$

em que $E[\cdot]$ denota esperança estatística e $(\cdot)^H$ o operador conjugado-transposto.

Diagonal Loading: Para assegurar a possibilidade de inversão da matriz $\hat{\mathbf{R}}_x$ em cenários com N não muito grande, aplica-se frequentemente *diagonal loading*:

$$\hat{\mathbf{R}}'_x = \hat{\mathbf{R}}_x + \delta \mathbf{I}, \quad (9)$$

em que $\delta > 0$ é o fator de carregamento e $\mathbf{I}$ a matriz identidade de dimensão M .

E. Frequências espacial e Doppler

A frequência espacial (f_s) determina como um sinal varia entre elementos de um arranjo de antenas. Para um alvo em ângulo θ , a diferença de fase entre elementos adjacentes é [10]:

$$f_s = \frac{d}{\lambda} \sin \theta, \quad (10)$$

em que d é o espaçamento entre elementos e λ o comprimento de onda.

A frequência temporal (f_d) surge do movimento relativo entre radar e alvo. Cada pulso refletido tem uma fase ligeiramente diferente, relacionada à velocidade radial v_r por [11]:

$$f_d = \frac{2v_r}{\lambda}. \quad (11)$$

A PRF limita a velocidade máxima detectável sem ambiguidade:

$$v_{\text{max}} = \pm \frac{\lambda \cdot PRF}{4}. \quad (12)$$

F. Vetor de Steering (Vetor Direção)

O vetor de *steering* $\mathbf{s}(\theta, f_d) \in C^{NM}$ modela a resposta esperada do arranjo de antenas a um alvo em ângulo θ com frequência Doppler f_d . Para um arranjo uniforme com N elementos e M pulsos:

$$\mathbf{s}(\theta, f_d) = \mathbf{s}_t(f_d) \otimes \mathbf{s}_s(\theta), \quad (13)$$

em que $\otimes$ denota produto de Kronecker. Os vetores espacial ($\mathbf{s}_s$) e temporal ($\mathbf{s}_t$) são:

$$\mathbf{s}_s(\theta) = \left[1, e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta}, \dots, e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} (N-1) \sin \theta} \right]^T, \quad (14)$$

$$\mathbf{s}_t(f_d) = \left[1, e^{j2\pi f_d T_p}, \dots, e^{j2\pi f_d (M-1) T_p} \right]^T, \quad (15)$$

com d = espaçamento entre elementos, T_p = intervalo de repetição de pulsos. O termo $e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta}$ captura a diferença de fase espacial entre elementos adjacentes [7].

G. Modelagem de Clutter Marítimo

O *clutter* é modelado como soma de K refletores distribuídos angularmente (θ_k) com velocidades v_k :

$$\mathbf{c} = \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathbf{s}(\theta_k, f_{d_k}), \quad (16)$$

em que $\alpha_k \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_c^2)$ é a amplitude complexa, e $f_{d_k} = \frac{2v_k}{\lambda} \sin \theta_k$.

H. Filtragem MVDR Clássica

O filtro *Minimum Variance Distortionless Response* (MVDR) resolve o problema de otimização convexa formulado em (17), cujo objetivo é minimizar a potência de saída do feixe *beamformer* enquanto mantém resposta sem distorção na direção desejada [12].

1) *Formulação Matemática*: A função custo é expressa por:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}, \\ &\text{sujeito a} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{s} = 1, \end{aligned} \quad (17)$$

em que:

- $\mathbf{w} \in C^{NM \times 1}$: vetor de pesos complexos;
- $\mathbf{R} \in C^{NM \times NM}$: matriz covariância interferência+ruído;
- $\mathbf{s} \in C^{NM \times 1}$: vetor direção (*steering vector*).

2) *Derivação da Solução Ótima*: Aplicando multiplicadores de Lagrange, construímos:

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}, \lambda) = \underbrace{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}}_{\text{Potência de saída}} + \lambda(1 - \underbrace{\mathbf{w}^H \mathbf{s}}_{\text{Restrição}}). \quad (18)$$

Calculando o gradiente em relação a $\mathbf{w}^*$ e igualando a zero:

$$\nabla_{\mathbf{w}^*} \mathcal{L} = \mathbf{R} \mathbf{w} - \lambda \mathbf{s} = 0 \implies \mathbf{w} = \lambda \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}. \quad (19)$$

Substituindo na restrição $\mathbf{w}^H \mathbf{s} = 1$:

$$\lambda = \frac{1}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}} \implies \mathbf{w}_{\text{MVDR}} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}}. \quad (20)$$

Esta solução minimiza a interferência enquanto preserva o sinal na direção $\mathbf{s}$ [13].

I. Abordagem Proposta com Redução de Posto

1) *Redução de Dimensionalidade via Decomposição Espectral*: A matriz $\mathbf{R}$ é decomposta em autovalores:

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^{NM} \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H, \quad \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{NM}. \quad (21)$$

2) *Seleção do Subespaço Dominante*: Para redução de posto, selecionou-se os r autovetores correspondentes aos maiores autovalores:

$$\mathbf{U}_r = [\mathbf{u}_1 | \mathbf{u}_2 | \dots | \mathbf{u}_r], \quad r \ll NM. \quad (22)$$

Esta escolha justifica-se pois:

- Autovetores dominantes capturam a estrutura do *clutter*;
- Autovalores menores correspondem ao ruído térmico;
- Redução de complexidade de $O(N^3 M^3)$ para $O(r^3)$ [14].

3) *Projeção no Subespaço Reduzido*: O vetor de pesos é projetado no subespaço de posto reduzido:

$$\mathbf{w}_r = \mathbf{U}_r \boldsymbol{\alpha}, \quad \boldsymbol{\alpha} \in C^{r \times 1}. \quad (23)$$

Reformulando (17) no subespaço:

$$\begin{aligned} &\underset{\boldsymbol{\alpha}}{\text{minimizar}} \quad \boldsymbol{\alpha}^H \underbrace{\mathbf{U}_r^H \mathbf{R} \mathbf{U}_r}_{\boldsymbol{\Lambda}_r} \boldsymbol{\alpha}, \\ &\text{sujeito a} \quad \boldsymbol{\alpha}^H \mathbf{U}_r^H \mathbf{s} = 1. \end{aligned} \quad (24)$$

A solução ótima torna-se:

$$\boldsymbol{\alpha}_{\text{opt}} = \frac{\boldsymbol{\Lambda}_r^{-1} \mathbf{U}_r^H \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{U}_r \boldsymbol{\Lambda}_r^{-1} \mathbf{U}_r^H \mathbf{s}}. \quad (25)$$

4) *Vantagens da Abordagem Proposta*: De modo geral, a redução de posto evita a inversão direta de matrizes de covariância potencialmente mal-condicionadas, conferindo maior estabilidade numérica. Além disso, ao projetar os dados em um subespaço de dimensão $r \ll NM$, o custo computacional cai de $O(N^3 M^3)$ para $O(r^3)$, o que pode resultar em ganhos no tempo de processamento para escolhas típicas de r (por exemplo, $r \approx 0,1 NM$). Por fim, por depender menos de estimativas muito precisas de $\mathbf{R}$, a abordagem é também mais robusta a erros de modelagem e ruído, oferecendo uma alternativa genérica e eficiente em comparação ao filtro MVDR clássico.

III. METODOLOGIA

A metodologia adotada consiste em simulação numérica utilizando Python/Thonny com quatro etapas principais: (1) modelagem do sistema radar, (2) geração de dados sintéticos, (3) processamento STAP, e (4) detecção de alvos.

A. Modelagem do Sistema Radar

Stap utilizada na simulação foi:

- Frequência central: 2.4 GHz ($\lambda = 12.5$ cm);
- Array de 8 elementos com espaçamento $\lambda/2$;
- CPI de 16 pulsos com PRI = 1 ms (PRF = 1 kHz);
- Ruído térmico com $\sigma = 0.1$.

O diagrama de radiação das antenas *patch* foi obtido via simulação eletromagnética no CST Microwave Studio, interpolado para 361 pontos angulares com resolução de 0.5° . O cenário simulado inclui:

Alvo:

- Velocidade radial de 90 km/h (16.67 m/s);
- Direção angular de 25° ;
- Doppler calculado via:

$$f_D = \frac{2v}{\lambda} \sin \theta. \quad (26)$$

Clutter:

- 200 patches distribuídos uniformemente em $[-90^\circ, 90^\circ]$;
- Velocidades aleatórias (0.5-3.0 m/s) com distribuição uniforme.

B. Processamento STAP

O *pipeline* implementa a abordagem reduzida de posto em três estágios:

1) *Estimativa da Covariância*: A matriz covariância interferência+ruído é estimada via:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H + \alpha \mathbf{I}. \quad (27)$$

2) *Redução de Posto*: A decomposição espectral $\hat{\mathbf{R}} = \sum \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H$ permite a seleção do subespaço dominante:

$$\mathbf{U}_r = [\mathbf{u}_1 | \dots | \mathbf{u}_{NM/2}]. \quad (28)$$

O filtro STAP projetado opera no subespaço complementar:

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{U}_r \mathbf{U}_r^H. \quad (29)$$

3) *Filtragem Adaptativa*: Para cada célula em teste, aplica-se:

$$\mathbf{y} = \mathbf{P} \mathbf{x}_{\text{test}} \quad \text{e} \quad \mathbf{v}_{\text{proj}} = \mathbf{P} \mathbf{v}. \quad (30)$$

A saída normalizada é calculada como:

$$S_{\text{STAP}} = \frac{|\mathbf{v}_{\text{proj}}^H \mathbf{y}|^2}{\|\mathbf{v}_{\text{proj}}\|^2 \|\mathbf{y}\|^2}. \quad (31)$$

4) *Detecção e Análise*: A detecção final emprega CFAR OS (*Ordered Statistics*) 2D, em que a validação considera a detecção correta do alvo e os erros angular e Doppler.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 1 apresenta a distribuição espaço-Doppler do *clutter* marítimo simulado, mostrando comportamento consistente com modelos teóricos.

- Maior parte da energia concentra-se na faixa Doppler $|f_D| < 50$ Hz (próximo à frequência zero), conforme esperado para superfícies marinhas.
- A dispersão angular abrange todo o setor de -90° a 90° , simulando reflexões difusas.

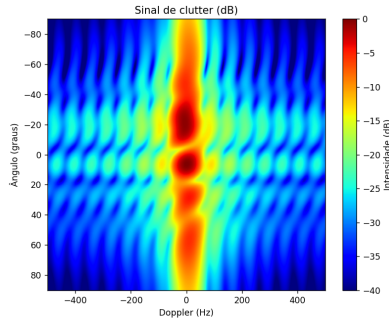


Fig. 1. Mapa de calor do sinal com *clutter*.

A Figura 2 demonstra a supressão de *clutter* após aplicação do filtro STAP reduzido de posto dessa forma:

- Nota-se atenuação significativa do *clutter* na região central do mapa;
- O nulo adaptativo forma-se na direção angular e Doppler correspondente ao clutter dominante;
- A redução de dimensionalidade preservou a capacidade de adaptação espacial-temporal.

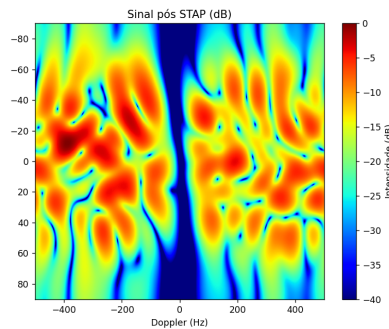


Fig. 2. Mapa de calor do sinal pós STAP.

A Figura 3 apresenta os resultados finais após detecção CFAR:

- O alvo é claramente identificado na região angular e Doppler esperada;
- Detecções espúrias são mínimas, indicando boa supressão residual.

a) *Análise dos Resultados de Detecção:* O sistema radar confirmou a detecção do alvo com sucesso, registrando posição angular de $27,85^\circ$ e frequência Doppler de $379,32$ Hz. Os erros observados ($2,85^\circ$ angular e $20,68$ Hz Doppler) sugerem

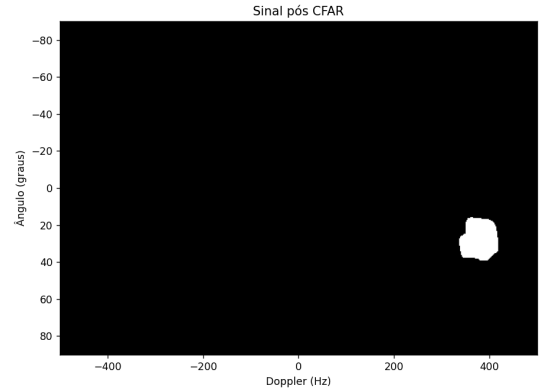


Fig. 3. Mapa de calor do sinal pós CFAR.

influência de fatores como resolução espacial limitada do arranjo, estimativa imperfeita da covariância, ou efeitos residuais de *clutter*. A detecção positiva valida a metodologia STAP proposta, porém indica espaço para otimização nos algoritmos de calibração angular e compensação Doppler.

V. CONCLUSÃO

Este artigo investigou a aplicação de técnicas STAP (*Space-Time Adaptive Processing*) com redução de posto para detecção de alvos móveis em ambientes marítimos. Através de simulações numéricas em Python, implementou-se:

- Modelagem realista de *clutter* marítimo com distribuição angular-Doppler não homogênea;
- Filtragem adaptativa via decomposição espectral e projeção em subespaço de posto reduzido;
- Detecção CFAR OS-2D para identificação robusta de alvos.

Os resultados demonstraram supressão eficaz de *clutter*, com detecção confirmada do alvo em $27,85^\circ$ e $379,32$ Hz, apesar de erros residuais (3° angular, 21 Hz Doppler), possivelmente provenientes de limitações na estimativa de covariância e resolução do sistema.

A. Contribuições Principais

As principais contribuições deste estudo incluem:

- Projeto de pipeline STAP integrando redução de dimensionalidade com seleção adaptativa de autovetores dominantes;
- Metodologia para síntese de padrões de antena via CST Microwave Studio e integração em modelos de simulação;
- Análise quantitativa de *trade-offs* entre complexidade computacional e desempenho em detecção.

A abordagem proposta reduziu a complexidade algorítmica comparado a métodos STAP clássicos, mantendo perdas de desempenho baixas.

B. Trabalhos Futuros

Direções promissoras para pesquisas subsequentes envolvem:

- Integração de redes neurais para seleção adaptativa do posto ótimo;
- Análise de sensibilidade a erros de calibração de arranjo e sincronismo temporal.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Grupo PET (Programa de Educação Tutorial) pelo suporte técnico e infraestrutura fornecidos durante o desenvolvimento desta pesquisa. O apoio nas etapas de validação experimental e discussões técnicas enriquecedoras foram fundamentais para a consolidação dos resultados apresentados neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] CIA. "Brazil", *The World Factbook*, 2023. [Online]. Disponível: <https://www.cia.gov>.
- [2] J. Ward, "Space-time adaptive processing for airborne radar", *Tech. Rep. 1015*, MIT Lincoln Laboratory, 1998.
- [3] L. Rosenberg e S. Watts, "Maritime Clutter Modelling and STAP Performance Prediction", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 57, não. 3, pp. 1429-1444, Jun. 2021.
- [4] W. L. Melvin, "A STAP overview", *IEEE Aerosp. Electron. Syst. Mag.*, vol. 19, não. 1, pp. 19-35, Jan. 2004.
- [5] A. B. Silva, "Redução de dimensionalidade por transformação linear adaptativa dependente de sinais aplicada a radares STAP", Dissertação de Mestrado, ITA, 2022.
- [6] A. M. Haimovich et al., "Reduced-rank STAP using cross-spectral metric", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, v. 42, no. 3, pp. 1074-1087, 2006.
- [7] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 4ª ed., Wiley, 2016.
- [8] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2 ed., Wiley, 1997.
- [9] H. M. Lee e J. Park, "Isolation Improvement of a Microstrip Patch Array Antenna for WCDMA Indoor Repeater Applications," *International Journal of Antennas and Propagation*, Fevereiro 2012.
- [10] RIES, P. et al. Fundamentals of spatial and Doppler frequencies in radar STAP. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 44, n. 3, p. 1118-1134, Julho 2008.
- [11] M. A. Richards, *Fundamentals of Radar Signal Processing*, 2ª ed. McGraw-Hill, 2014.
- [12] J. Capon, "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis," *Proc. IEEE*, vol. 57, no. 8, pp. 1408-1418, 1969.
- [13] H. L. Van Trees, *Optimum Array Processing*. Wiley-Interscience, 2002.
- [14] J. S. Goldstein e I. S. Reed, "Subspace selection for partially adaptive sensor array processing," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 33, no. 2, pp. 539-544, 1997.