

# Desempenho de um Sistema MIMO com Códigos Polares em Canal com Desvanecimento Rayleigh

Gláuber Vitor da Cruz Ribeiro, Victor Gomes Dias, Sharon Rafaella Oliveira Simões de Sousa e Waslon Terlizzie Araújo Lopes

**Resumo**— Os códigos polares são usados atualmente para codificação de canal em sistemas de comunicação 5G. Por outro lado, a diversidade espacial com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO – *Multiple Input Multiple Output*), que consiste basicamente na utilização de múltiplas antenas transmissoras e/ou receptoras, é usada para mitigar os efeitos do desvanecimento na transmissão dos sinais através do canal sem fio. Neste contexto, este artigo aborda o desempenho da combinação dos códigos polares com um sistema MIMO em termos da taxa de erro de bit (BER – *Bit Error Rate*). Os resultados obtidos nesta reprodução indicam que o aumento do tamanho do código tende a reduzir a taxa de erro, e que o uso de múltiplas antenas pode melhorar o desempenho em relação à transmissão convencional. Por exemplo, considerando uma BER de  $2 \times 10^{-5}$ , observa-se um ganho de até 5 dB em termos da relação sinal-ruído (SNR – *signal-to-noise ratio*), conforme esperado na literatura.

**Palavras-Chave**— Códigos polares, MIMO, Desvanecimento Rayleigh, 5G.

**Abstract**— Polar codes are currently used for channel coding in 5G communication systems. On the other hand, spatial diversity with multiple input and multiple output (MIMO), which basically consists of using multiple transmitting and/or receiving antennas, is used to mitigate the effects of fading in signal transmission through the wireless channel. In this context, this paper addresses the performance of combining polar codes with a MIMO system in terms of bit error rate (BER). The results obtained in this reproduction indicate that increasing the code length tends to reduce the error rate, and that the use of multiple antennas can improve performance compared to conventional transmission. For example, considering a BER of  $2 \times 10^{-5}$ , a gain of up to 5 dB in terms of the signal-to-noise ratio (SNR) is observed, as reported in the literature.

**Keywords**— Polar codes, MIMO, Rayleigh Fading, 5G.

## I. INTRODUÇÃO

A evolução dos sistemas de comunicações móveis tem sido um dos principais motores do progresso tecnológico das últimas décadas, influenciando de forma decisiva o modo como os indivíduos e os dispositivos se conectam e interagem. Desde os sistemas analógicos de primeira geração (1G), voltados exclusivamente para transmissão de voz, até os sistemas atuais de quinta geração (5G), voltados para aplicações de alta taxa, baixa latência e conectividade massiva. Cada nova geração tem introduzido avanços significativos em termos de capacidade espectral, confiabilidade e eficiência energética [1].

Gláuber Vitor da Cruz Ribeiro, Centro de Energias Alternativas e Renováveis (CEAR), UFPB, João Pessoa-PB, e-mail: glauber.ribeiro@estudante.cear.ufpb.br; Victor Gomes Dias, CEAR, UFPB, João Pessoa-PB, e-mail: victorg.dias@estudante.cear.ufpb.br; Sharon Rafaella Oliveira Simões de Sousa, CEAR, UFPB, João Pessoa-PB, e-mail: sharon.sousa@estudante.cear.ufpb.br; Waslon Terlizzie Araújo Lopes, CEAR, UFPB, João Pessoa-PB, e-mail: waslon@cear.ufpb.br. Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq.

Com o advento do 5G, surgiram novos desafios técnicos associados às elevadas taxas de transmissão, à alta densidade de dispositivos e à exigência ubíqua e em tempo real. Um dos fenômenos mais críticos nesses cenários é o desvanecimento de canal, provocado por efeitos de multipercursos, mobilidade e obstruções físicas, especialmente intensificados em ambientes urbanos e densos devido às frequências milimétricas utilizadas por sistemas 5G [2]. Esses efeitos comprometem a estabilidade e a qualidade do sinal, exigindo técnicas para amenizá-los.

Nesse contexto, destacam-se duas ferramentas complementares: o uso de múltiplas antenas e a adoção de novos esquemas de codificação de canal. A técnica MIMO permite explorar a diversidade espacial e realizar a multiplexação de dados, proporcionando ganhos significativos em capacidade e confiabilidade [3]. Por outro lado, os códigos polares, introduzidos por Arıkan em 2009, representam uma das mais relevantes contribuições à teoria da codificação dos últimos anos. Esses códigos são os primeiros a atingir a capacidade de canais binários simétricos com complexidade computacional polinomial. Por isso, foram selecionados pelo 3GPP como esquema de codificação para os canais de controle do 5G [4], [6].

A combinação entre sistemas MIMO e códigos polares tem se mostrado particularmente promissora na mitigação dos efeitos de desvanecimento severo e na maximização do desempenho em canais com altas taxas de erro. Estudos recentes mostram que essa integração pode reduzir significativamente a taxa de erro de bits (BER – *Bit Error Rate*), melhorar a robustez da comunicação e atender aos requisitos extremos de confiabilidade e latência impostos por aplicações críticas do 5G, como redes veiculares, automação industrial e realidade aumentada [7].

Este artigo apresenta uma análise baseada em técnicas consolidadas da combinação entre os códigos polares e os sistemas MIMO no contexto das comunicações móveis de quinta geração. Além disso, são apresentados resultados de simulações que validam o impacto dessas técnicas no desempenho do sistema quando sujeito a desvanecimento Rayleigh.

## II. CÓDIGOS POLARES

Os códigos polares são uma inovação significativa na parte de correção de erros de transmissão, fundamentados no conceito de polarização dos canais. Através de uma transformação recursiva, os canais de comunicação são “polarizados” em dois grupos extremos: canais praticamente perfeitos e canais completamente ruidosos. Os bits de informação são então alocados apenas nos canais bons, enquanto os canais ruins

são preenchidos com ditos congelados, cujos valores são conhecidos pelo transmissor e pelo receptor [4].

Matematicamente, essa transformação é realizada por meio de um produto de Kronecker repetido de uma matriz base

$$G_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

gerando a matriz de codificação

$$G_N = G_2^{\otimes \log_2 N}. \quad (2)$$

A codificação é então realizada da seguinte forma:

$$\mathbf{x} = \mathbf{u}G_N, \quad (4)$$

em que  $\mathbf{u}$  é o vetor contendo os bits de informação,  $m_i$ , para  $i = 1$  a 4, e os bits congelados, que são sempre 0. A Figura 1 representa uma árvore binária de codificação polar para 8 bits.

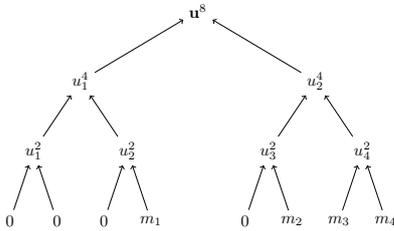


Fig. 1. Árvore binária de codificação polar para 8 bits.

Uma das formas de decodificação é através do cancelamento sucessivo (SC – *Successive Cancellation*), que estima os bits de forma sequencial e processa cada bit sucessivamente baseado nas decisões anteriores. Durante a decodificação SC, os bits congelados são inseridos diretamente na saída do decodificador. Por sua vez, os bits de informação são estimados com base nas probabilidades condicionais fornecidas pelas funções de verossimilhança calculadas recursivamente ao longo de uma árvore binária de decisão [4].

### III. TRANSMISSÃO COM MÚLTIPLAS ANTENAS

A tecnologia MIMO representa uma das inovações mais significativas em sistemas modernos de comunicação sem fio, sendo fundamental para o aumento da capacidade espectral e melhoria da robustez do sinal. A essência do MIMO está no uso simultâneo de múltiplas antenas no transmissor e no receptor, criando múltiplos canais de transmissão paralelos que podem ser explorados para diversidade espacial e multiplexação [8].

Por meio da exploração da diversidade espacial, o sistema MIMO pode mitigar os efeitos de desvanecimento e ruído, além de aumentar a taxa de transmissão sem a necessidade de maior largura de banda ou potência adicional. Essa capacidade é essencial para atender às crescentes demandas por altas taxas de dados e qualidade de serviço em redes móveis, especialmente em ambientes com propagação complexa e canais não estacionários [9].

O canal MIMO é representado por uma matriz  $\mathbf{H}$ , cujos elementos  $h_{ij}$  indicam o ganho do canal entre a  $i$ -ésima antena do transmissor e a  $j$ -ésima antena do receptor. Essa

modelagem permite analisar o comportamento do sistema sob diferentes condições de propagação, como desvanecimento, ruído e interferência [10]. O sinal recebido em um sistema MIMO pode ser modelado por

$$\mathbf{R} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{n} \quad (5)$$

em que  $\mathbf{R}$  é o vetor de sinais recebidos pelas antenas do receptor,  $\mathbf{A}$  é o vetor de sinais transmitidos pelas antenas do transmissor,  $\mathbf{H}$  é a matriz do canal que representa os efeitos de propagação e desvanecimento entre as antenas, e  $\mathbf{n}$  é o ruído aditivo, geralmente modelado como ruído branco gaussiano aditivo (AWGN) com média nula.

### IV. IMPLEMENTAÇÃO DOS CÓDIGOS POLARES TRANSMITIDOS POR MÚLTIPLAS ANTENAS

Com base nas seções anteriores que abordaram a teoria dos códigos polares e dos sistemas MIMO, foram implementadas rotinas computacionais para simular o processo completo de transmissão e recepção de mensagens codificadas, de acordo com a Figura 2. Nesta simulação, a mensagem original é primeiramente codificada utilizando códigos polares, aproveitando sua capacidade de correção de erros próximos ao limite de Shannon [5].

A mensagem codificada é então transmitida simultaneamente por múltiplas antenas, caracterizando um sistema MIMO. Durante a transmissão, o sinal sofre os efeitos do desvanecimento multipercurso, modelado por um canal Rayleigh, que provoca variações aleatórias na amplitude e fase do sinal, resultando em atenuação e distorção da mensagem transmitida.

No receptor, as múltiplas antenas capturam as versões afetadas do sinal transmitido. A partir destes sinais, é realizada a combinação e o processamento do sinal para mitigar os efeitos do desvanecimento e do ruído. Após esse processo, o sinal reconstruído é submetido ao decodificador polar, que realiza a recuperação da mensagem original, corrigindo os erros introduzidos pelo canal. Por fim, é calculada a BER para uma dada SNR.



Fig. 2. Sistema de transmissão baseado em códigos polares e MIMO.

### V. RESULTADOS

Para a obtenção dos resultados, foram desenvolvidas rotinas em C++ para simular o modelo do sistema descrito na Figura 2. Os sinais transmitidos estiveram sujeitos ao desvanecimento Rayleigh e à influência da relação sinal-ruído, variando de 0 dB a 10 dB. A análise foi conduzida considerando, no mínimo, 5.000 blocos para cada valor de SNR. Além disso, avaliou-se o impacto do tamanho do código

polar a partir da variação da equação  $2^n$ , com  $n$  variando de 6 a 10, resultando em até 1024 bits transmitidos.

A razão de codificação foi mantida constante em  $r = \frac{K}{N} = 0,5$ , em que  $K$  representa o número de bits de informação e  $N$  o comprimento total do código polar. A Figura 3 apresenta a BER em função da SNR para vários valores de comprimento de código. Observa-se, conforme descrito na literatura, que à medida que o tamanho do código aumenta, a BER tende a diminuir. Esse comportamento é atribuído ao maior grau de polarização obtido com mensagens mais longas, o que favorece a separação dos canais em altamente confiáveis e altamente ruidosos, permitindo que os bits de informação sejam alocados nos canais mais confiáveis.

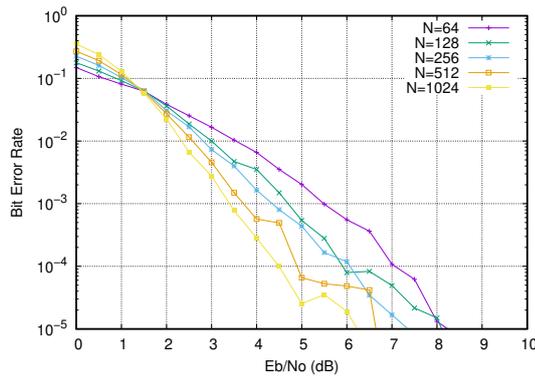


Fig. 3. Taxa de erro de bit em função da relação sinal-ruído para diferentes comprimentos de códigos polares.

Outro fator relevante a ser analisado é a comparação entre a transmissão utilizando uma única antena (SISO – *Single Input Single Output*), sujeita ao desvanecimento Rayleigh, e a transmissão com múltiplas antenas de transmissão e recepção (MIMO) sob as mesmas condições de canal. A Figura 4 ilustra a melhoria na taxa de erro de bit (BER) obtida com o uso de duas antenas tanto no transmissor quanto no receptor para  $N = 512, 1024$ . Os resultados reproduzidos indicam que o sistema MIMO apresenta uma redução significativa na BER em comparação ao sistema SISO. Isso ocorre porque, nos sistemas MIMO, o sinal é transmitido por múltiplos caminhos independentes, o que proporciona maior resistência a atenuações severas. Mesmo que alguns desses caminhos estejam degradados, outros ainda podem transmitir a informação com eficiência, resultando em uma menor probabilidade de erro [8] [9].

## VI. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi realizada a reprodução de simulações envolvendo a transmissão de códigos polares em sistemas com múltiplas antenas (MIMO) sob efeito de desvanecimento Rayleigh. Os resultados confirmam observações presentes na literatura: o desempenho do sistema melhora significativamente com o aumento do tamanho do código polar, evidenciado pela redução da taxa de erro de bit (BER). Além disso, a comparação entre sistemas de transmissão com antena única (SISO) e sistemas MIMO evidenciou que a utilização de múltiplas antenas proporciona uma diminuição considerável da BER. Esse ganho é associado à diversidade espacial

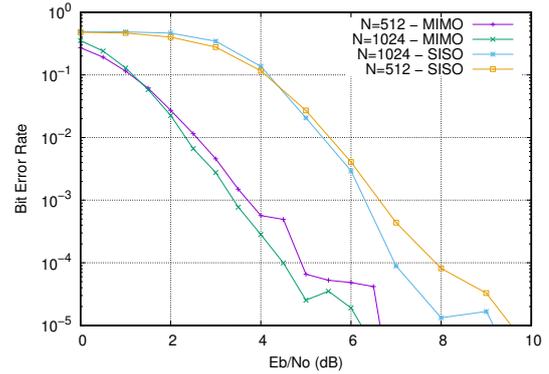


Fig. 4. Taxa de erro de bit para os sistemas SISO e MIMO.

oferecida pelos sistemas MIMO, que atenua os efeitos do desvanecimento independente em cada caminho, aumentando a confiabilidade da transmissão. Assim, a combinação entre códigos polares e tecnologia MIMO, conforme amplamente discutido na literatura, configura-se como uma abordagem eficaz para aprimorar a robustez e a eficiência de sistemas modernos de comunicação sem fio.

Como trabalhos futuros, pretende-se explorar o uso de códigos polares em sistemas MIMO sob diferentes modelos de desvanecimento, além do Rayleigh, de modo a avaliar a robustez em cenários mais diversos. Adicionalmente, planeja-se investigar o desempenho desses sistemas utilizando diferentes algoritmos de decodificação, como *Successive Cancellation List (SCL)*, visando encontrar combinações mais eficientes entre o tipo de canal, a configuração MIMO e o método de decodificação.

## REFERÊNCIAS

- [1] J. G. Andrews, S. Buzzi, W. Choi, S. V. Hanly, A. Lozano, A. C. K. Soong, and J. C. Zhang, "What will 5G be?," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 32, no. 6, pp. 1065–1082, 2014.
- [2] T. S. Rappaport, S. Sun, R. Mayzus, H. Zhao, Y. Azar, K. Wang, G. N. Wong, J. K. Schulz, M. Samimi, and F. Gutierrez, "Millimeter wave mobile communications for 5G cellular: It will work!," *IEEE Access*, vol. 1, pp. 335–349, 2013.
- [3] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *European Transactions on Telecommunications*, vol. 10, no. 6, pp. 585–595, 1999.
- [4] E. Arkan, "Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 55, no. 7, pp. 3051–3073, 2009.
- [5] C. E. Shannon, "A Mathematical Theory of Communication," *Bell System Technical Journal*, vol. 27, no. 3, pp. 379–423, 1948.
- [6] 3GPP, "NR; Multiplexing and channel coding (Release 15)," Technical Specification 38.212 V15.0.0, 2017.
- [7] J. Yang, C. Zhang, W. Song, S. Xu, and X. You, "Joint detection and decoding for MIMO systems with polar codes," in *Proc. 2016 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, Montreal, QC, Canada, 2016, pp. 161–164.
- [8] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, Mar. 1998.
- [9] A. J. Paulraj, R. U. Nabar, and D. A. Gore, *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003.
- [10] A. Goldsmith, *Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2005.