

Análise de Uma Fibra de Quase Cristal Fotônico Baseada no Mosaico de Penrose

Filipe Dantas, João R. C. F. da Silva, Nilson Cunha e José Patrocínio da Silva

Resumo— Este artigo propõe o estudo de uma fibra óptica composta por sílica fundida com furos de ar elípticos, distribuídos quase periodicamente segundo o mosaico de Penrose. A geometria resultante forma uma fibra de quase cristal fotônico (PQCF), operando em 1,55 μm . Dois cenários estruturais foram analisados: no primeiro, os furos apresentam eixo horizontal maior; no segundo, eixo vertical maior. Os resultados indicam confinamento eficiente do campo eletromagnético em ambos os casos. Contudo, para a polarização em x, a segunda configuração apresentou maior concentração de campo. Foram analisadas distribuições unidimensionais e bidimensionais do campo elétrico, além das perdas por confinamento.

Palavras-Chave— Confinamento de campo, fibra de quase cristal fotônico, furos elípticos, mosaico de Penrose, perdas por confinamento, simulação eletromagnética.

Abstract— This paper proposes the study of an optical fiber composed of fused silica with elliptical air holes, distributed quasi-periodically according to the Penrose tiling. The resulting geometry forms a photonic quasi-crystal fiber (PQCF), operating at 1.55 μm . Two structural scenarios are analyzed: in the first, the holes have a larger horizontal axis; in the second, a larger vertical axis. Results show effective electromagnetic field confinement in both cases. However, under x-polarization, the second configuration exhibits stronger field concentration. One-dimensional and two-dimensional electric field distributions were analyzed, as well as the confinement loss in the structure.

Keywords— Confinement loss, electromagnetic simulation, elliptical holes, field confinement, Penrose tiling, photonic quasi-crystal fiber.

I. INTRODUÇÃO

As estruturas ópticas quando utilizadas para propagação da luz, se baseiam, no confinamento da luz dentro dos dielétricos. Esse processo ocorre por reflexões sucessivas, ou devido ao processo de difração em estruturas de cristais e quase cristais fotônicos [1]. Para as estruturas baseadas em cristais fotônicos, a luz pode se propagar por longas distâncias e com baixas perdas, nesse caso, quando ondas de luz atingem uma grade de difração, elas são difratadas, a luz branca se divide nas subfaixas do espectro óptico, enquanto a luz monocromática se divide em pontos discretos nítidos [2]. Em adição, quando essas estruturas são formadas por padrões quase periódicos, baseados em quase cristais fotônicos, elas seguem regras definidas que especificam a configuração completa do padrão [3]. Um exemplo de padrão bidimensional, que combina simetria rotacional quintupla com ordem translacional quase periódica, é o padrão de formação baseado no mosaico de Penrose. Nesse padrão, a razão entre o comprimento do *pitch* (distância centro a centro entre furos adjacentes) e o raio dos furos é igual à proporção conhecida

como razão áurea $\phi = (1 + \sqrt{5})/2$ [4]. Nos últimos anos, vários trabalhos que reforçam a utilização de padrões quase periódicos no desenvolvimento de dispositivos foram publicados na literatura [1]-[7].

Nesse contexto, as fibras ópticas baseadas em quase cristais fotônicos (PQCFs) surgem como alternativas promissoras para aplicações em telecomunicações e sensoriamento óptico, por sua flexibilidade geométrica, imunidade a interferência eletromagnética e baixas perdas [5]-[7]. Entre os vários tipos de sequências quase periódicas utilizadas em aplicações com dispositivos fotônicos, a sequência baseada no mosaico de Penrose, destaca-se por permitir a obtenção de simetrias que apresentam bandas proibidas em redes cristalinas convencionais, favorecendo características ópticas como intensidade e dispersão [5],[6]. Estratégias como a manipulação da geometria dos furos dielétricos [7], o uso de defeitos estruturais para otimização da resposta não linear [8], e a inclusão de múltiplas camadas com furos duplos para modulação da dispersão [9]-[10], têm demonstrado resultados expressivos na otimização do desempenho óptico dessas fibras.

Deste modo, este trabalho propõe o estudo de uma PQCF baseada no mosaico de Penrose, composta por sílica fundida e estruturada com furos em formatos elípticos preenchidos com ar. Foram analisados dois cenários estruturais distintos, sob a mesma excitação em 1,55 μm . Na estrutura 1, os furos apresentam eixo maior na direção horizontal e na estrutura 2, o eixo maior é na direção vertical. O objetivo é identificar a configuração com melhor desempenho em termos de confinamento do campo e perdas ópticas.

II. ESTRUTURAS

A distribuição dos furos de ar elípticos na fibra foi inspirada na mosaico de Penrose [11], que permite a formação de estruturas quase periódicas com diversas simetrias, dentre elas a simetria de ordem cinco (pentagonal).

a. Tesselação de Penrose

A tesselação de Penrose com peças denominadas *kites* (flechas) e *darts* (dardos) é um exemplo clássico de um padrão quase periódico, ou seja, uma cobertura do plano que exhibe ordem e simetria local, mas que nunca se repete periodicamente. Uma forma elegante e geométrica de iniciar essa construção é a partir da estrela de cinco pontas (pentagrama) formada exclusivamente por *darts*.

Essa estrela central é composta por 5 *darts* dispostos radialmente, encaixados ponta com ponta, formando ângulos internos de 36° entre eles, totalizando os 180° necessários para completar o centro. Essa configuração é permitida pelas *matching rules* (regras de junção), que controlam como as peças podem ser ligadas com base em marcadores de bordas. Essas regras garantem que o padrão não evolua para uma formação

Filipe Dantas, Departamento de Engenharia Elétrica, UFRN, Natal-RN, e-mail: filipe.dantas.105@ufrn.edu.br; Nilson Cunha, UFRN, Natal-RN, e-mail: nilson.ee@gmail.com; João Silva, PPGEEC/UFRN, Natal-RN; José Patrocínio da Silva, Departamento de Engenharia Elétrica, PPGEEC/UFRN, Natal-RN, e-mail: jose.patrocinio@ufrn.br.

periódica, forçando a não repetição e a simetria quádrupla. A Fig. 1 ilustra os *kites*, *darts* e o conjunto pentagonal utilizado neste estudo.

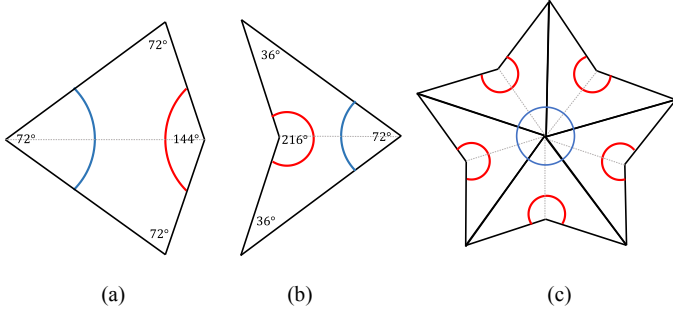


Fig. 1. Tesselação de Penrose. (a) kite. (b) dart. (c) Configuração de pentágono (5 darts, 0 kites).

A partir da configuração central, apresentada na Fig. 1c, o padrão pode ser expandido utilizando as operações de inflação e deflação, em que *kites* e *darts* são substituídos por conjuntos de tamanho maior ou menor, respectivamente. Essas operações são controladas por relações geométricas baseadas no número áureo ($\phi \approx 1,6180339887$). Ao aplicar repetidamente a inflação, o padrão cresce radialmente em torno da estrela central, mantendo a coerência global e revelando novas estruturas com simetria de ordem 5, sem repetição [11].

O número áureo está profundamente entrelaçado com a geometria do padrão, pois a razão entre as diagonais dos *kites* e *darts* estão diretamente ligadas a ϕ , os ângulos internos das peças ($36^\circ, 72^\circ, 108^\circ$ e 144°) são múltiplos que aparecem naturalmente na geometria pentagonal, que é a base do número áureo e, por fim, durante a inflação, o fator de escala aplicado é ϕ , ou seja, cada aplicação de inflação aumenta o tamanho do padrão radialmente por um fator de ϕ . Portanto, ao se considerar uma estrutura com raio r_n , o crescimento radial deve seguir a progressão geométrica descrita na Eq. (1).

$$r_n = r_0 \phi^n; \quad (1)$$

em que, r_0 é o raio inicial da estrela de cinco pontas, ϕ é a razão áurea e n é o número de etapas de inflação aplicado.

Dessa forma, esse crescimento gera padrões concêntricos que se expandem com densidade variável, mas sempre em proporções áureas, criando uma complexidade visual de extremo equilíbrio matemático [11].

b. Estrutura

Com base na Tesselação de Penrose apresentada, os furos de ar elípticos foram organizados em camadas circulares ao redor do centro da fibra. Cada camada contém cinco elipses posicionadas nos vértices do pentágono, com espaçamento radial definido por uma expressão relacionada a ϕ . Os centros das elipses foram determinados por funções trigonométricas baseadas em ângulos múltiplos de 36° , mantendo simetria rotacional. Os eixos dos furos de ar variam a cada conjunto, permitindo um ajuste eficiente das bandas proibidas na estrutura. Essa construção resulta em uma distribuição quase periódica que favorece a concentração e confinamento do campo eletromagnético no centro da fibra.

A Fig. 2, mostra a estrutura utilizada nas simulações, considerando o eixo maior dos furos de elípticos, na direção

horizontal. As dimensões utilizadas são: raio da estrutura $r = 12 \mu\text{m}$ e espessura da camada perfeitamente casada (PML) igual a $2 \mu\text{m}$. Para obtenção dos resultados, foram utilizadas três elipses de referência. Elipse_1 com semieixos $b = 0,464 \mu\text{m}$ e $a = 1,214 \mu\text{m}$, Elipse_2 com $b = 0,618 \mu\text{m}$ e $a = 1,618 \mu\text{m}$ e a Elipse_3 com $b = 0,309 \mu\text{m}$ e $a = 0,809 \mu\text{m}$, que se repetem nos conjuntos subsequentes.

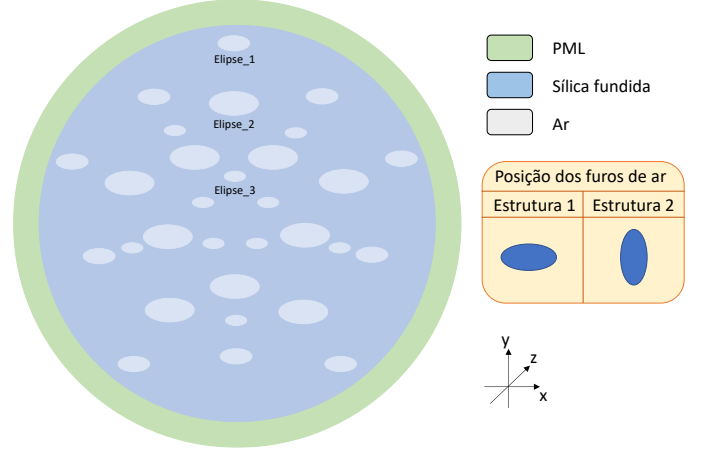


Fig. 2. Estrutura proposta

O domínio computacional foi limitado com uma PML do tipo circular, com o objetivo de absorver as ondas que incidem nos seus limites, evitando a reflexão das mesmas de volta ao meio propagador. Como discutido anteriormente, a Fig. 2 representa a estrutura 1, já para a estrutura 2, basta manter a posição do centro dos furos e inverter seus raios a e b .

III. RESULTADOS E DISCURSÕES

A aquisição dos resultados foi obtida com simulações numéricas, utilizando uma formulação própria, baseada no método dos elementos finitos (FEM) em conjunto com o método da propagação vetorial de feixes (VBPM) [12]. O código é original e foi desenvolvido em linguagem FORTRAN, de forma que para os dados de entrada é necessário criar a malha da estrutura em um gerador de malha externo, e após o processamento dos dados no algoritmo é necessário exportá-los para o MATLAB para que seja feita a interpretação dos dados por meio da análise visual das respostas obtidas.

A malha da estrutura foi formada por cerca de 22,000 elementos triangulares lineares de tamanhos adaptativos, de forma que nas regiões de interesse (núcleo da fibra) o tamanho dos elementos fosse menor.

Inicialmente foi realizado o levantamento dos modos fundamentais de ambas as estruturas, como visto na Fig. 3. Pode-se verificar que ambas as configurações apresentaram um confinamento satisfatório do campo na parte central da fibra, além disso foi demonstrado que a estrutura 2 foi mais eficiente em confinar o campo dentro da estrutura, atingindo uma intensidade máxima de 97 V/m .

Em seguida, foi realizado um estudo do comportamento do campo elétrico, porém agora de forma unidimensional, em que o campo E foi plotado ao longo de uma linha de referência vertical que cruza todo o diâmetro da fibra. Essa é uma forma eficiente de se verificar a intensidade de campo confinado, como mostrado na Fig. 4. As simulações mostraram que as estruturas

propostas conseguem confinar campo para excitações que variam de $1,40 \mu\text{m}$ a $1,55 \mu\text{m}$, portanto, partindo de $1,40 \mu\text{m}$, foram adicionados passos de $0,05 \mu\text{m}$ para se verificar a intensidade do campo E em cada um desses comprimentos de onda. Ficou verificado para ambas as estruturas que a maior intensidade de campo obtida para o comprimento de onda de excitação de $1,40 \mu\text{m}$, uma possível razão para isso é que ocorreu um pequeno desvio espectral devido a dispersão provocada pelos furos de ar, uma vez que essas grades são altamente seletivas e dependem fortemente da geometria e periodicidade da estrutura.

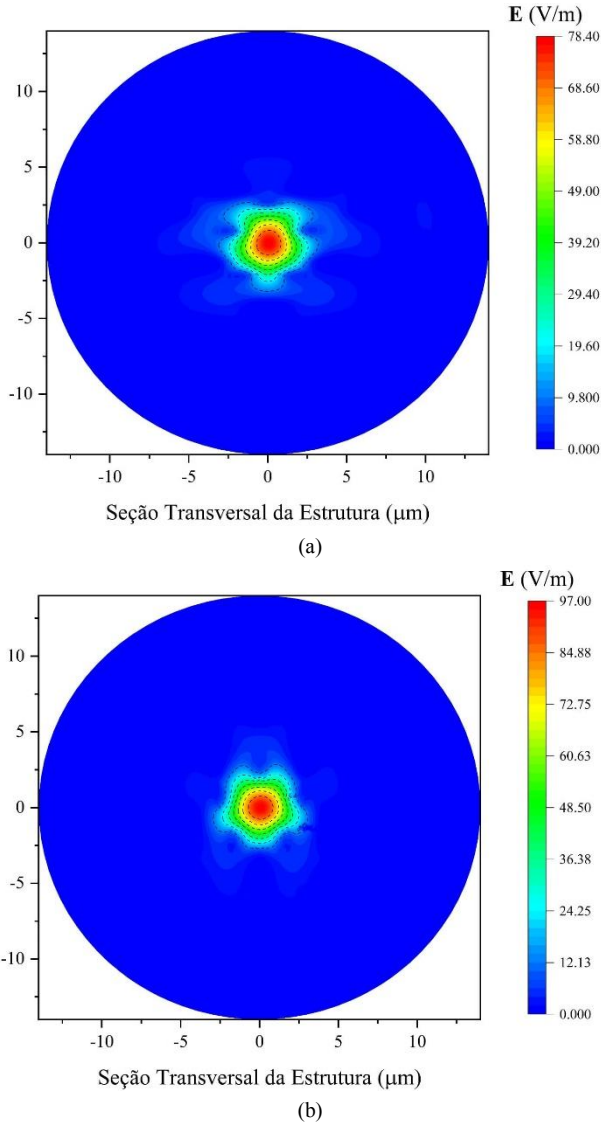


Fig. 3. Distribuição 2D de campo Elétrico. (a) Estrutura 1. (b) Estrutura 2

Na Fig. 4, observa-se que a estrutura 2 alcança valor máximo de campo elétrico de $106,28 \text{ V/m}$ para o comprimento de onda de $1,4 \mu\text{m}$, enquanto a estrutura 1 atinge um valor máximo de $84,78 \text{ V/m}$ nas mesmas condições. Além dos picos, percebe-se que a estrutura 2 apresenta uma curva mais concentrada e pronunciada, indicando um confinamento de campo mais eficiente em torno do centro da fibra. Já a estrutura 1 apresenta uma distribuição um pouco mais dispersa e suavizada, com valores médios levemente inferiores ao longo do perfil.

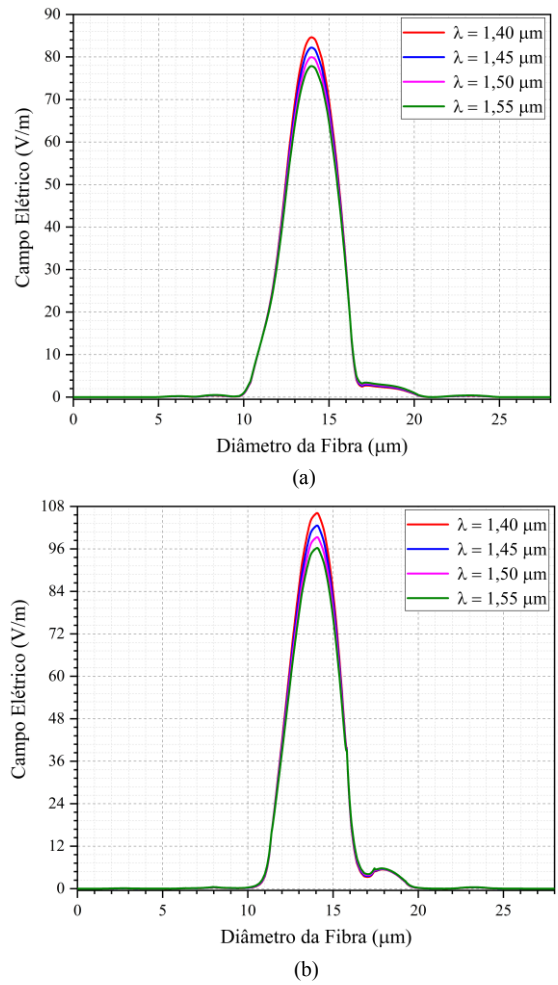


Fig. 4. Distribuição 1D de campo Elétrico. (a) Estrutura 1. (b) Estrutura 2

Outro estudo desenvolvido abordou as curvas de perdas por confinamento (CL). Essas perdas, referem-se a parte do modo óptico que não fica totalmente confinado no núcleo da fibra e vaza para a casca ou para o revestimento, resultando em perda de potência durante a propagação. Sua análise é importante pois a partir disso é possível identificar as tendências de atenuação ao longo do comprimento de onda, o que contribui diretamente para a avaliação da eficiência de confinamento em cada estrutura.

Essas perdas são descritas pela Eq. (2).

$$CL = 8,856 \times 10^4 \times \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{Im}(n_{eff}) \text{ [dB/m]} \quad (2)$$

Dessa forma, na Fig. 5 são apresentadas as curvas de perdas por confinamento nas estruturas analisadas. A partir da Fig. 5, observa-se que a estrutura 1 apresenta menores perdas para o comprimento de onda de aproximadamente $1,43 \mu\text{m}$, enquanto a estrutura 2 apresenta menores perdas no comprimento de onda de $1,40 \mu\text{m}$, corroborando o resultado demonstrado na Fig. 4. Além disso, a estrutura 2 exibe menores perdas, na ordem de dez vezes, quando comparados com a estrutura 1, o que novamente justifica a intensidade de campo E ser maior na estrutura 2

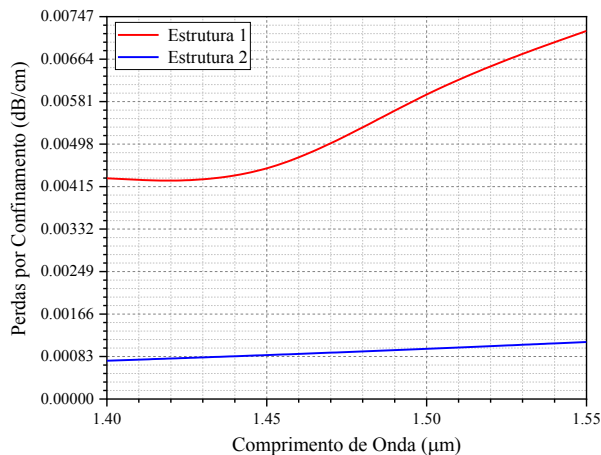


Fig. 5. Perdas por confinamento versus comprimento de onda.

IV. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi realizada uma análise numérica de duas variações estruturais para uma fibra QPCF baseada na mosaico de Penrose, com foco na concentração de campo eletromagnético e nas perdas por confinamento. Ambas as estruturas mostraram capacidade de focalização no centro da fibra, entretanto, diferenças nas dimensões dos furos elípticos influenciaram significativamente nas curvas de perdas. A estrutura com maior semieixo vertical apresentou menores valores de atenuação na faixa de 1,40 μm a 1,55 μm, demonstrando maior eficiência no confinamento do campo, característica que é essencial para sensores ópticos ou dispositivos integrados de alta precisão. Esses resultados reforçam o potencial da modelagem baseada nos padrões de Penrose para aplicações em sensores ópticos e dispositivos integrados de alta precisão.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN pelo apoio na formulação deste artigo.

REFERÊNCIAS

- [1] M. M. de Araújo e J. P. da Silva, "The Design of a Glycerol Concentration Sensor Based on an LRSP Hybrid Photonic Biosensor," *Sensors*, vol. 23, pp. 2010-2023, 2023.
- [2] C. E. Rúbio-Mercedes, N. H. O. Cunha e J. P. da Silva, "Numerical Analysis of Plasmonic Couplers based on Metallic Lens", *JMOe*, vol. 22, pp.346-359, 2023.
- [3] N. H. O. Cunha, e J. P. da Silva, "High Sensitivity Surface Plasmon Resonance Sensor Based on a Ge-Doped Defect and D-Shaped Microstructured Optical Fiber". *Sensors*, vol. 22, pp. 1-17, 2022.
- [4] J. Rychtýl, S. Mieszczak e J. W. Kłos, "Spin Waves in a Planar Quasicrystal of Penrose Tiling", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* vol. 10, pp. 01-07, 2018.
- [5] S. Kim, C.-S. Kee e J. Lee, "Novel optical properties of six-fold symmetric photonic quasicrystal fibers," *Optics Express*, vol. 15, pp. 13221-13226, 2007.
- [6] E. Liu e J. Liu, "Quasiperiodic photonic crystal fiber," *Chinese Optics Letters*, vol. 21, pp. 060603, 2023.
- [7] M. Aliee, M. H. Mozaffari e H. Saghaei, "Dispersion-flattened photonic quasicrystal optofluidic fiber for telecom C band operation," *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, vol. 40, p. 100797, 2020.
- [8] R. Bhattacharjee *et al.*, "Exploring a photonic quasi-crystal fiber for enhancing the efficiency of second harmonic generation," *Optical Materials*, vol. 35, pp. 2132-2137, 2013.
- [9] W. Cai *et al.*, "Dispersion properties of a photonic quasi-crystal fiber with double cladding air holes," *Optik*, vol. 127, pp. 4438-4442, 2016.

- [10] J. Rychtýl, P. Gruszecki, M. Mruczkiewicz, J.W. Kłos, S. Mamica e M. Krawczyk, "Magnonic crystals - prospective structures for shaping spin waves in nanoscale," *Low Temperature Physics*, vol. 41, pp. 10, 2015. 10.
- [11] L. Bursill e P. Ju Lin, "Penrose tiling observed in a quasi-crystal," *Nature* vol. 316, pp. 50-51, 1985.
- [12] J. P. da Silva, "Simulação por elementos finitos da propagação de feixes ópticos em estruturas fotônicas," *Tese de Doutorado*, UNICAMP, Brasil, 2003.