

Uma Nova Malha de Travamento de Fase Aplicada a Sistemas de Comunicação Baseados em Atratores Caóticos

Robson Vieira, Daniel Chaves, Cecilio Pimentel e Murilo S. Baptista

Resumo— Neste artigo, propomos um sistema de comunicação baseado em caos, no qual dois osciladores caóticos são acoplados em uma configuração mestre-escravo por meio de uma malha de travamento de fase. O sinal do oscilador mestre é modulado em FM e transmitido por um canal AWGN, enquanto o sinal do escravo é enviado a um oscilador controlado por tensão. As saídas deste oscilador e do canal alimentam o detector de fase, cuja saída é utilizada para realimentar o oscilador escravo. Esse esquema, denominado malha de travamento de fase caótica, atenua significativamente os efeitos do ruído do canal. Simulações numéricas demonstram que o sistema proposto apresenta um desempenho superior em relação a algumas técnicas previamente propostas.

Palavras-Chave— Comunicação baseada em caos, sincronização caótica, modulação em frequência, probabilidade de erro

Abstract— In this article, we propose a chaos-based communication system in which two chaotic oscillators are coupled in a master-slave configuration through a phase-locked loop. The master oscillator signal is FM-modulated and transmitted through an AWGN channel, while the slave signal is fed into a voltage-controlled oscillator. The outputs of this oscillator and the channel are fed into the phase detector, whose output is used to feedback the slave oscillator. This scheme, referred to as a chaotic phase-locked loop, significantly mitigates the effects of the channel noise. Numerical simulations demonstrate that the proposed system outperforms some previously studied techniques.

Keywords— Chaos-based communication, chaotic synchronization, frequency modulation, error probability

I. INTRODUÇÃO

Sinais caóticos gerados por sistemas dinâmicos não lineares têm sido empregados no desenvolvimento de sistemas de comunicações [1], [2], [3]. Isso se deve às propriedades inerentes dos sistemas caóticos, tais como decorrelação, comportamento aperiódico, espectro de banda larga [4], robustez a efeitos multipercurso [5]. Outra característica de sistemas caóticos explorada em esquemas de comunicação é a sincronização de caos, fenômeno observado em dois ou mais osciladores caóticos acoplados [6]. Esse fenômeno possibilita aplicações

como mascaramento de mensagens, robustez à interferências e ruído [7], análise do efeito da digitalização [8].

Diversas técnicas têm sido desenvolvidas para transmitir informação digital usando formas de onda caóticas. Em particular, esquemas como chaveamento caótico (CSK, chaos shift keying) e chaveamento caótico diferencial (DCSK, differential chaos shift keying) são largamente estudados na literatura [2]. Devido à não periodicidade dos sinais caóticos, a energia para transmitir um bit de informação não é constante no sistema DCSK, o que gera degradação de desempenho [9]. Para superar essa limitação, uma modulação em frequência combinada com DCSK (FM-DCSK) foi proposta pela primeira vez em [9]. Trabalhos recentes empregam o esquema FM-DCSK em novas aplicações [10], [11]. A modulação FM, em conjunto com a malha de travamento de fase utilizada na recepção, melhora a qualidade do sinal recebido pelo efeito da supressão de ruído [12].

Nesse contexto de sistemas de comunicação baseado em caos, Souza et al. [13] propõem uma metodologia que explora a topologia de atratores caóticos. Inicialmente, define-se uma partição de uma seção de Poincaré do atrator, na qual diferentes regiões são rotuladas com símbolos distintos. A evolução do fluxo caótico é mapeada para uma dinâmica simbólica associada às trajetórias caóticas. Essa dinâmica exibe restrições impostas pela topologia do atrator e é modelada por um diagrama de estados. Cada ramo deste diagrama é rotulado por bits de informação e por formas de ondas caóticas que consistem de segmentos de trajetórias caóticas que conectam as regiões particionadas. As formas de ondas caóticas são transmitidas através de um canal de comunicação e a sequência binária correspondente é decodificada usando o algoritmo de Viterbi [14] que explora as restrições provenientes da dinâmica sobre o atrator caótico. Em [15] é proposta uma variação do esquema proposto em [13] com o objetivo de melhorar o desempenho. Nessa abordagem, consideram-se duas revoluções na seção de Poincaré para a transmissão de um único bit de informação, o que resulta em um aumento da distância euclidiana entre as possíveis formas de onda caóticas.

Neste trabalho, propomos um sistema de comunicação que apresenta novas contribuições em relação a [13]. No sistema proposto, dois atratores são acoplados, por meio de uma malha de travamento de fase, em uma configuração mestre-escravo. Para isso, o sinal na saída do oscilador mestre, gerado por uma variável de estado de forma similar a [13], é modulado por um modulador FM e transmitido através de um canal AWGN. Em paralelo, o oscilador escravo envia seu sinal ao oscilador

Robson Vieira, Daniel Chaves e Cecilio Pimentel, Departamento de Eletrônica e Sistemas, Universidade Federal de Pernambuco, Recife-PE, e-mail: {robson.vsilva, daniel.chaves, cecilio.pimentel} @ufpe.br; Murilo S. Baptista, Department of Physics, School of Natural and Computing Science, University of Aberdeen, UK, e-mail: murilo.baptista@abdn.ac.uk.

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

controlado por tensão (VCO, voltage-controlled oscillator). O detector de fase, por sua vez, recebe as saídas do canal e do VCO e envia um sinal para o oscilador escravo, fechando um laço. Denominamos esse esquema de malha de travamento de fase caótica. Por fim, o sinal do oscilador escravo é a entrada do algoritmo de decodificação.

A metodologia proposta pode ser aplicada a qualquer atrator caótico, contudo, abordaremos o atrator de Duffing como um estudo de caso. Essa escolha é motivada por ser um sistema de baixo custo, pela facilidade de implementação numérica e experimental, além da rica dinâmica gerada pelo oscilador [16] e da utilização em diferentes esquemas de comunicação [17], [18]. O desempenho do sistema proposto é avaliado por meio de simulações computacionais, demonstrando uma melhoria significativa em comparação com a técnica apresentada em [13] e [15].

Este trabalho é dividido em 5 seções. Na Seção II, descrevemos o oscilador de Duffing e apresentamos as formas de onda caóticas. Na Seção III, apresentamos o sistema de comunicação proposto. Uma análise da sincronização do caos também é discutida nesta seção. Na Seção IV, discutimos os resultados das simulações numéricas e comparações com resultados da literatura. Por fim, as conclusões deste trabalho são apresentadas na Seção V.

II. OSCILADOR DE DUFFING E FORMAS DE ONDAS CAÓTICAS

O oscilador de Duffing, proposto por Georg W. C. Duffing com o intuito de estudar efeitos não lineares em molas não ideais, é descrito pelo sistema de equações diferenciais [19]

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -\delta y - \alpha x - \beta x^3 + \gamma \sin(\omega t)\end{aligned}\quad (1)$$

em que α , β e δ são os coeficientes linear de rigidez, não linear de rigidez e de amortecimento, respectivamente, γ e ω são a amplitude e frequência da força externa.

Resolvendo numericamente (1), considerando os valores tipicamente utilizados, $\delta = 0,0$, $\alpha = -1,0$ e $\beta = 1,0$ [4], os parâmetros da força externa ajustados para $\gamma = 0,15$ e $\omega = 0,5$ e as condições iniciais $x(0) = 0,1$ e $y(0) = 0,0$, obtemos a solução apresentada na Fig. 1. A presença do atrator estranho no espaço de fase e o máximo expoente de Lyapunov positivo, $\lambda_{max} = 0,022904$, garante a caoticidade da solução. Considerando que o atrator da Fig. 1 apresenta duas regiões simétricas, uma região negativa e outra positiva em relação ao eixo x , e o fluxo evolui no sentido horário, uma seção de Poincaré apropriada para esse atrator deve conter cruzamentos com o fluxo nestas duas regiões. Então, a seção de Poincaré consiste de dois semiplanos paralelos ao plano $x-z$ definido por $y = 0$, um para a região negativa e outro para a positiva. Desse modo, o fluxo caótico realiza sucessivos cruzamentos na seção de Poincaré. Todas as análises deste trabalho serão conduzidas utilizando o atrator e os parâmetros apresentados na Fig. 1.

O particionamento binário da seção de Poincaré é feito associando um símbolo do alfabeto $\mathcal{A}_2 = \{A, B\}$ a cada um dos semiplanos. Dado que o alfabeto é binário, há quatro

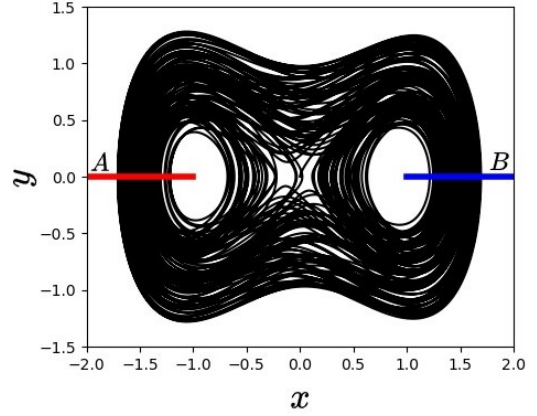


Fig. 1: Espaço de fase do oscilador de Duffing com $\delta = 0,0$, $\alpha = -1,0$, $\beta = 1,0$, $\gamma = 0,15$ e $\omega = 0,5$ e a seção de Poincaré com particionamento binário.

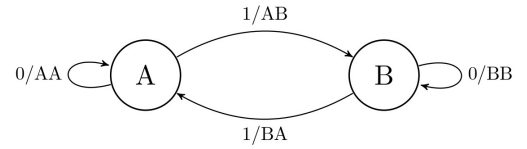


Fig. 2: Diagrama de estados.

transições possíveis entre as regiões A e B , representadas pelas sequências simbólicas AA , AB , BA e BB . Como o fluxo do atrator cruza essas regiões na seção de Poincaré, a dinâmica do sistema pode ser modelada em um diagrama de estados. Nesse diagrama, cada estado corresponde a uma região A ou B , enquanto as transições entre estados refletem os cruzamentos sucessivos do fluxo caótico na seção de Poincaré, respeitando as restrições impostas pela topologia do atrator. A cada transição no diagrama associamos um bit de informação, conforme ilustrado na Fig. 2.

A. Formas de Ondas Caóticas

As formas de onda caóticas associadas às transições de estados são definidas pelos segmentos de trajetórias das variáveis de estado do atrator que conectam duas regiões da seção de Poincaré em cruzamentos sucessivos [13]. Denominaremos essas formas de onda, vinculadas às transições de estado, como trajetórias de transição. No caso do oscilador de Duffing, no diagrama da Fig. 2, pode-se utilizar o sinal gerado por uma das variáveis de estado, x ou y , ou por uma combinação dessas. As trajetórias de transição que conectam A com A , A com B , B com A e B com B são denotadas por $x_{AA}(t)$, $x_{AB}(t)$, $x_{BA}(t)$ e $x_{BB}(t)$, respectivamente. A Fig. 3 ilustra uma sequência de trajetórias de transição $x(t)$, seguindo o diagrama de estados da Fig. 2, para a sequência de informação $\{1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0\}$, considerando que a evolução do atrator caótico inicie no estado A . As linhas tracejadas na vertical na Fig. 3 indicam que o tempo entre dois cruzamentos sucessivos na seção de Poincaré é variável. Isso implica que o tempo de sinalização para transmissão dos bits de informação também é variável.

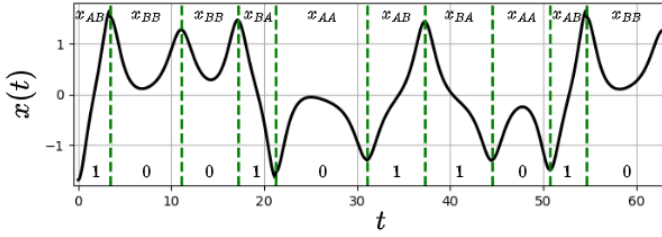


Fig. 3: Sequência de trajetórias de transição do atrator de Duffing para sequência de informação $\{1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0\}$ iniciando no estado A .

III. SISTEMA DE COMUNICAÇÃO BASEADO EM CAOS

O sistema de comunicação proposto é composto por dois osciladores de Duffing, acoplados na forma mestre-escravo, um sistema de controle, um modulador FM, um canal AWGN, um detector de fase, um VCO e um bloco de parametrização e decodificação. O diagrama de bloco da Fig. 4 ilustra a estrutura do sistema proposto. Para que os osciladores estejam acoplados e sincronizados, este artigo propõe uma malha de travamento de fase caótica. A linha pontilhada na Fig. 4 destaca os elementos que compõem esta malha. Os osciladores mestre e escravos são descritos por (1) em que usamos a notação (x_m, y_m) e (x_s, y_s) para as variáveis dos osciladores mestre e escravo, respectivamente.

O sistema de controle recebe a sequência de informação binária e atua no oscilador mestre, garantindo que sua trajetória caótica cruze uma região desejada da seção de Poincaré. Desta forma, o controle induz transições no diagrama de estados de acordo com a sequência de informação. Por exemplo, se o bit de informação é 1 e a trajetória caótica cruza o estado B , o controle direciona a trajetória para uma sub-região de B que gera a transição BA , a qual é rotulada com o bit 1.

O sinal caótico gerado pelo oscilador mestre correspondente à variável de estado x_m , $x_m(t)$ é a entrada do modulador FM. O sinal modulado em banda básica, $m(t)$, é dado por

$$m(t) = A \exp \left(j2\pi k_f \int_0^t x_m(\tau) d\tau \right) \quad (2)$$

em que A é a amplitude do sinal e k_f é a sensibilidade do modulador. Este sinal é transmitido em um canal AWGN, resultando no sinal recebido $r(t) = m(t) + n(t)$ no detector de fase, em que o ruído $n(t)$ tem média zero e densidade espectral de potência $N_0/2$. O oscilador escravo passa o sinal $x_s(t)$ para o VCO, que gera o sinal

$$V_v(t) = \exp \left(-j2\pi k_f \int_0^t x_s(\tau) d\tau \right) \quad (3)$$

e realimenta o detector de fase, que gera o sinal $r(t)V_v(t) = B(t)e^{j\theta_e(t)}$. A saída do detector é $V_d(t) = d\theta_e(t)/dt$. O oscilador escravo recebe o sinal $V_d(t)$ para ajuste de sua dinâmica, fazendo-o convergir para a dinâmica do mestre

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= y_s + \epsilon V_d \\ \dot{y}_s &= -\delta y_s - \alpha x_s - \beta x_s^3 + \gamma \sin(\omega_s t) \end{aligned} \quad (4)$$

em que ϵ é o fator de acoplamento.

Como os osciladores mestre e escravo permanecem sincronizados ao longo de todo o processo, o controle aplicado ao mestre é reproduzido no escravo. Isso implica que, na região onde a trajetória caótica do mestre, induzida pelo controle, cruza a seção de Poincaré, a trajetória caótica do escravo também realiza a mesma travessia.

Em seguida, o sinal do oscilador escravo é enviado para o bloco de parametrização e decodificação. No processo de parametrização, implementa-se a técnica proposta em [13]. Conforme ilustrado na Fig. 3, o tempo entre dois cruzamentos sucessivos na seção de Poincaré é variável. Para lidar com essa variação, Souza et al. [13] propõem a parametrização de cada curva de transição por meio de uma variável angular θ , que varia no intervalo $[0, 2\pi]$, a fim de manter um tempo de sinalização constante, um requisito para o funcionamento do algoritmo de decodificação. Este ângulo é definido entre a seção de Poincaré e uma reta, que conecta $y_0 = 0$ e $x_0 = +1$ para $x > 0$ ($x_0 = -1$ para $x < 0$) e um ponto da trajetória caótica. O algoritmo de Viterbi é utilizado para decodificar os bits de informação, empregando as trajetórias de transição parametrizadas por θ , $x(\theta)$.

A. Sincronização do caos

Para exemplificar a sincronização entre os dois osciladores de Duffing e a formação de uma sequência de trajetórias de transição a partir do sinal do escravo, considere o sistema proposto na Fig. 4. Resolvemos numericamente (1) para o oscilador mestre e (4) para o oscilador escravo, com passo $h = 0,02$ e condições iniciais distintas, obtemos as soluções apresentadas na Fig. 5 com e sem ruído. Define-se a relação sinal ruído (SNR, signal to noise ratio) por $\text{SNR} = \bar{E}/N_0$, em que $\bar{E}$ é a energia média das trajetórias de transição. Nas simulações, utilizamos $A = 3,0$ e $k_f = 41,6$ Hz como parâmetros do modulador FM. A escolha desses parâmetros é motivada para que os osciladores mestre e escravo sincronizem para uma ampla faixa de SNR.

No caso sem acoplamento, $\epsilon = 0,0$, apresentado na Fig. 5a, os osciladores evoluem independentemente, e a projeção de x_m em função de x_s evidencia a divergência das trajetórias caóticas. Na Fig. 5b, a projeção de x_m em função de x_s para $\epsilon = 1,0$ se localiza na linha diagonal, comportamento característico da sincronização completa. Esse comportamento indica que a dinâmica do oscilador escravo converge para a do mestre [20]. A Fig. 5c apresenta o caso com ruído, em que o sinal do oscilador mestre, modulado em FM, é somado ao ruído AWGN com SNR igual a 5 dB. Mesmo na presença de ruído, a sincronização entre os osciladores mestre e escravo é preservada. No entanto, para valores baixos de SNR, observa-se uma sincronização intermitente entre os dois osciladores, isto é, o oscilador escravo ora converge, ora diverge da dinâmica do mestre [21], conforme é ilustrado na Fig. 5d para SNR igual a 2 dB. Realizando um estudo semelhante para uma ampla faixa de SNR, observa-se que a sincronização é mantida para valores de SNR a partir de 3,3 dB. Para valores inferiores a esse limite, verifica-se um aumento progressivo da intermitência na sincronização. Portanto, à medida que a SNR diminui, a intermitência se intensifica até que ocorra uma completa dessincronização.

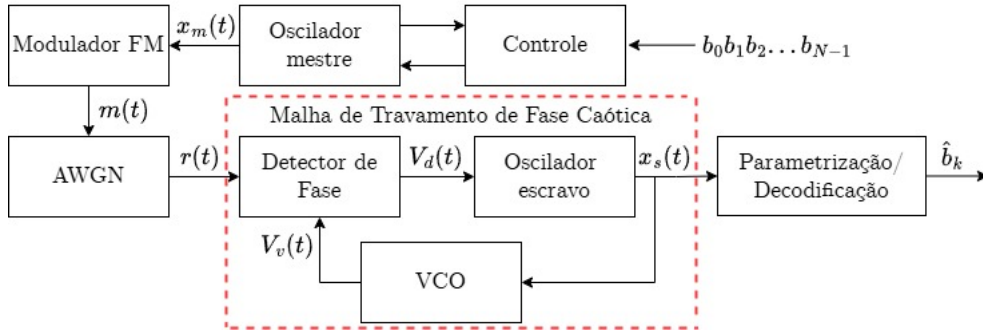
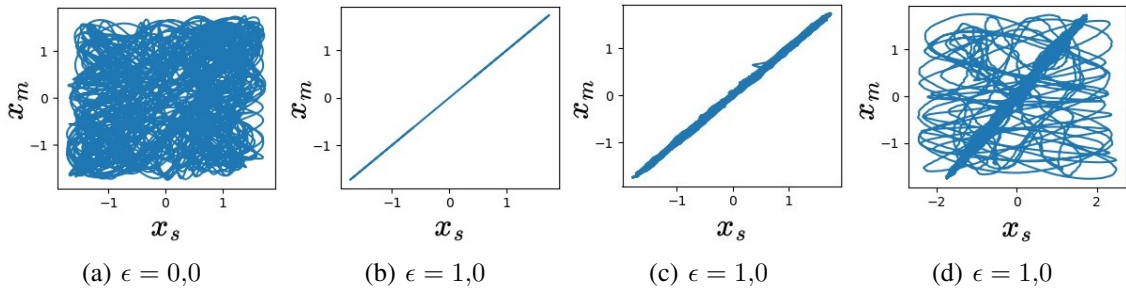


Fig. 4: Diagrama de bloco do sistema de comunicação proposto.


 Fig. 5: Osciladores mestre x_m e escravo x_s : (a) sem acoplamento, sem ruído; (b) acoplados e sincronizados, sem ruído; (c) acoplados e sincronizados, com ruído (SNR = 5 dB), (d) acoplados e dessincronizados, com ruído (SNR = 2 dB).

A Fig. 6 exibe uma sequência de trajetórias de transição para $x_m(t)$ e $x_s(t)$, dos osciladores mestre e escravo, respectivamente. A Fig. 6a corresponde ao caso da Fig. 5c, em que se verifica que o oscilador escravo evolui travado com a dinâmica do mestre. Por outro lado, para um valor menor de SNR, Fig. 6b, o oscilador escravo apresenta uma sincronização intermitente com o mestre, correspondendo ao caso mostrado na Fig. 5d.

IV. RESULTADOS

O desempenho do sistema proposto é avaliado via simulações computacionais. Nessas simulações, utilizamos os parâmetros empregados na Seção III-A. A Fig. 7 apresenta as curvas da probabilidade de erro de bit (BER, bit error rate) versus SNR. Como referência, a figura também exibe curvas de desempenho da modulação BPSK e dos esquemas apresentados em [13] e [15]. Para uma BER de 10^{-5} , sistema proposto apresenta um ganho de aproximadamente 7,1 dB em relação a [13] e de 5,1 dB em relação a [15]. Esse ganho se deve à capacidade do sistema proposto de mitigar os efeitos do ruído do canal na recepção, conferida pela modulação FM e a sincronização caótica. Os erros observados no esquema proposto estão associados à intermitência na sincronização, a qual cresce conforme SNR assume valores mais baixos.

V. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi apresentado um novo sistema de comunicação baseado em caos, utilizando uma malha de travamento de fase caótica para sincronizar dois osciladores de Duffing em uma configuração mestre-escravo. Os resultados demonstraram

que a sincronização caótica foi efetivamente alcançada tanto em cenários sem ruído quanto na presença de ruído AWGN com SNR de até 3,3 dB. As simulações numéricas evidenciaram que o sistema proposto supera as técnicas discutidas em [13] e [15], proporcionando melhorias de 7,1 dB e 5,1 dB, respectivamente, para uma BER de 10^{-5} . Esse avanço se deve à maior resiliência do esquema proposto contra os efeitos do ruído na recepção. Como direção futura, este modelo pode ser explorado com outros atratores caóticos, ampliando a análise para diferentes dinâmicas não lineares.

REFERÊNCIAS

- [1] M. S. Baptista, "Chaos for communication," *Nonlinear Dynamics*, vol. 105, pp. 1821–1841, July 2021.
- [2] G. Kaddoum, "Wireless chaos-based communication systems: A comprehensive survey," *IEEE Access*, vol. 4, pp. 2621–2648, May 2016.
- [3] H.-P. Ren, C. Bai, J. Liu, M. S. Baptista, and C. Grebogi, "Experimental validation of wireless communication with chaos," *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 26, Aug. 2016.
- [4] S. H. Strogatz, *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. CRC press, 2018.
- [5] J.-L. Yao, C. Li, H.-P. Ren, and C. Grebogi, "Chaos-based wireless communication resisting multipath effects," *Physical Review E*, vol. 96, p. 032226, Sep. 2017.
- [6] V. Rybin, I. Babkin, D. Kvitko, T. Karimov, L. Nardo, E. Nepomuceno, and D. Butusov, "Estimating optimal synchronization parameters for coherent chaotic communication systems in noisy conditions," *Chaos Theory and Applications*, vol. 5, p. 141–152, Nov. 2023.
- [7] B. Jovic, *Synchronization techniques for chaotic communication systems*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [8] V. Borges and M. Eisencraft, "O efeito da digitalização num sistema de comunicação baseado em sincronismo caótico," *XXXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais*, 2021.
- [9] G. Kolumbán, G. Kis, Z. JaKo, and M. P. Kennedy, "FM-DCSK: A robust modulation scheme for chaotic communications," *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, vol. 81, pp. 1798–1802, Oct. 1998.

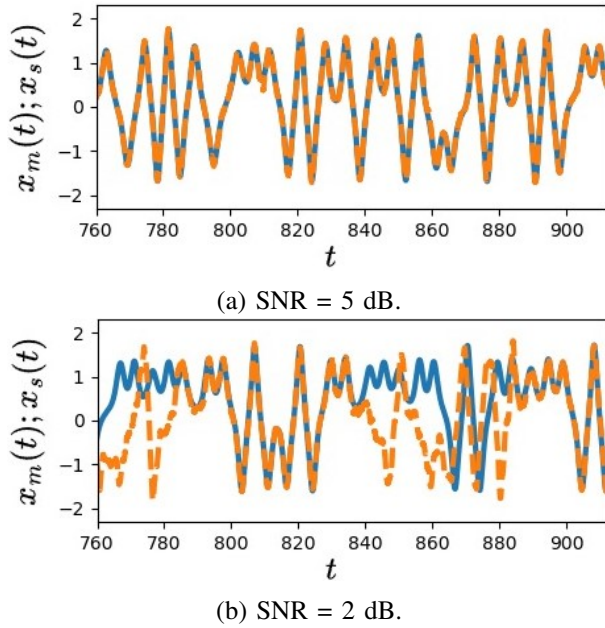


Fig. 6: Sequência de trajetórias de transição dos osciladores mestre x_m e escravo x_s , para dois valores de SNR: (a) 5 dB e (b) 2 dB. Oscilador mestre (linha sólida) e oscilador escravo (linha tracejada).

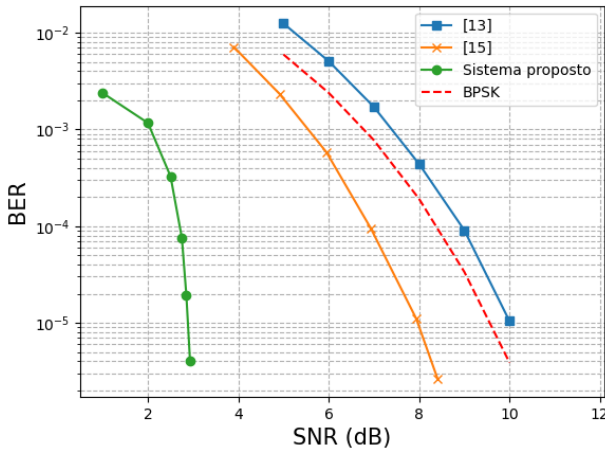


Fig. 7: BER versus SNR do sistema de comunicação baseado em caos com o atrator de Duffing para o canal AWGN.

- [10] H. Ma, Y. Fang, P. Chen, and Y. Li, "Reconfigurable intelligent surface-aided M -ary FM-DCSK System: A new design for noncoherent chaos-based communication," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 72, pp. 4829–4843, Apr. 2023.
- [11] Y. Fang, Y. Tao, H. Ma, Y. Li, and M. Guizani, "Design of a reconfigurable intelligent surface- assisted FM-DCSK-SWIPT scheme with non-linear energy harvesting model," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 71, pp. 1863–1877, Apr. 2023.
- [12] I. M. Jacobs and J. Wozencraft, *Principles of Communication Engineering*. John Wiley & Sons, 1965.
- [13] C. E. Souza, D. P. Chaves, and C. Pimentel, "Digital communication systems based on three-dimensional chaotic attractors," *IEEE access*, vol. 7, pp. 10523–10532, Jan. 2019.
- [14] A. J. Viterbi, "Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 13, no. 2, pp. 260–269, 1967.
- [15] C. E. Souza, C. Pimentel, and D. P. Chaves, "A symbolic dynamics approach to trellis-coded chaotic modulation," *IEEE Transactions on*

Circuits and Systems II: Express Briefs, vol. 67, pp. 2189–2193, Oct. 2019.

- [16] R. Gilmore and M. Lefranc, *The Topology of Chaos: Alice in Stretch and Squeezeland*. John Wiley & Sons, 2012.
- [17] M. M. Manhil and R. K. Jamal, "A novel secure communication system using Duffing's chaotic model," *Multimedia Tools and Applications*, pp. 1–14, Apr. 2024.
- [18] R. S. Abdulaali and R. K. Jamal, "Duffing-hologram technique in encryption information," *Journal of Optics*, pp. 1–6, 2024.
- [19] J. Guckenheimer and P. Holmes, *Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields*, vol. 42. Springer Science & Business Media, 2013.
- [20] R. Vieira, W. S. Martins, S. Barreiro, R. A. de Oliveira, M. Chevrollier, and M. Oriá, "Synchronization of a nonlinear oscillator with a sum signal from equivalent oscillators," *Chaos, Solitons Fractals*, vol. 153, p. 111581, Dec. 2021.
- [21] S. Boccaletti, J. Kurths, G. Osipov, D. Valladares, and C. Zhou, "The synchronization of chaotic systems," *Physics reports*, vol. 366, pp. 1–101, Aug. 2002.