

Análise da Radiação de Fontes Elétricas e Magnéticas em uma Região Mista com Seis Meios

Karlo Q. da Costa e Alexandre C. Oliveira

Resumo— Este trabalho apresenta uma análise numérica da radiação bidimensional de linhas de corrente elétrica e magnética em uma região mista com seis meios diferentes. A partir das equações de Maxwell, são obtidas as soluções integrais dos campos em cada meio em termos das funções de Green. Em seguida as condições de contorno são aplicadas para se obter um sistema de equações integrais, o qual é resolvido numericamente pelo Método dos Momentos. Os resultados mostram um exemplo de aplicação em microondas, onde a região mista é formada por ar, água, solo e floresta com altura na frequência de 521 MHz.

Palavras-chave— Radiação bidimensional, polarização, meios não homogêneos, funções de Green, Método dos Momentos.

Abstract— This work presents a numerical analyses of two-dimensional radiation of electric and magnetic current lines in a mixed region with six different media. From Maxwell's equations, the integral solutions of the fields in each medium are obtained in terms of Green's functions. Then the boundary conditions are applied to obtain a system of integral equations, which is solved numerically by the Method of Moments. The results show an example of microwave application, where the mixed region is formed by air, water, soil and forest with a height at a frequency of 521 MHz.

Keywords— Two-dimensional radiation, polarization, non-homogeneous media, Green's functions; Method of Moments.

I. INTRODUÇÃO

Os problemas de radiopropagação em meios mistos, ou não homogêneos, são comuns e particularmente importantes para o desenvolvimento de sistemas modernos de comunicação sem fio [1]. Estes problemas podem ser classificados em termos de quantidade e tipo de estratificação. Modelos com estratificação apenas na horizontal são bem conhecidos na literatura [2]-[3].

Já problemas mistos mais gerais com estratificação vertical e horizontal, simultaneamente, são mais complexos para modelar. Por isso, nestes casos, é comum utilizar algum tipo de aproximação para simplificar a análise [4]-[9]. Por exemplo, em [4] são consideradas longas distancias entre transmissor e receptor e as reflexões do solo são desprezadas. Já em [5] as estratificações verticais são aproximadas por múltiplas difrações do tipo “gume de faca”. Existem também modelos que usam a aproximação de equações parabólicas [6], transformada *wavelet* [7], teoria da difração [8] e funções diádicas de Green com a aproximação de superposição de radiação [9].

Este trabalho apresenta um modelo numérico eficiente para descrever com precisão a radiação bidimensional em uma região mista formada por seis meios diferentes. A partir das

equações de Maxwell, os problemas de radiação são apresentados e os campos são obtidos em cada meio na forma integral em termos das funções de Green do problema [10]. Aplicando as condições de contorno, um sistema de equações integral é obtido e resolvido numericamente pelo Método dos Momentos [11]. São consideradas fontes de corrente dos tipos linhas de corrente elétrica e magnética e teorema da dualidade é aplicado. Como exemplo de aplicação, são apresentados resultados de simulação de um meio formado por: ar, água, solo e floresta com altura, com propriedades típicas da Amazônia, em uma frequência de microondas de 521 MHz.

II. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

A. Descrição do Problema

A Fig. 1 mostra a geometria do problema geral considerado neste trabalho. A região é composta por seis meios com as propriedades eletromagnéticas: permissividade relativa ϵ_u , condutividade elétrica σ_u , permissividade complexa ϵ_u e permeabilidade μ_u , sendo $u=1-6$. Observa-se que os meios 3 e 4 possuem três interfaces e os outros apenas duas. As fontes são do tipo linha de corrente elétrica e magnética paralela ao eixo z , e localizadas nos meios 1 e 3:

$$\bar{M}_u(x, y) = M_u \delta(x - \xi_u) \delta(y - \eta_u) \bar{a}_z \quad (1)$$

$$\bar{J}_u(x, y) = J_u \delta(x - \xi_u) \delta(y - \eta_u) \bar{a}_z \quad (2)$$

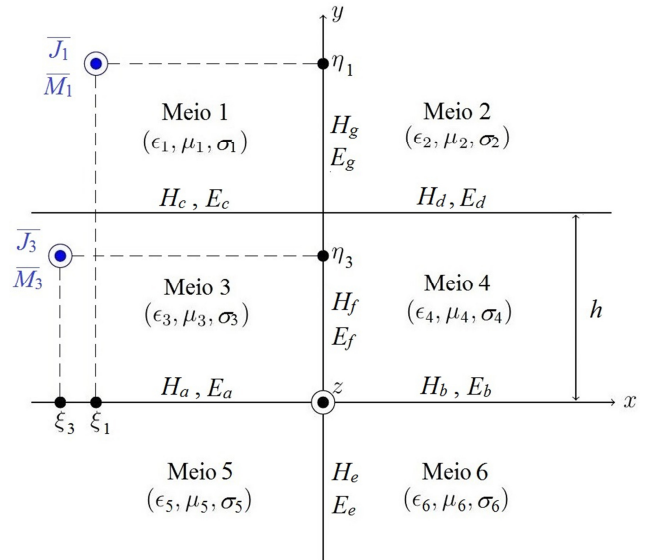


Fig. 1. Geometria do problema de radiação bidimensional (plano xy) de linhas de corrente magnética ou elétrica, paralela ao eixo z , em uma região com seis meios e sete interfaces representadas por a, b, c, d, e, f e g .

onde $u=1$ ou 3 , J_u as intensidade das correntes elétricas (A), M_u as intensidade das correntes magnéticas (V), ξ_u e η_u são as posições das fontes. Os campos eletromagnéticos radiados por estas fontes satisfazem as equações de Maxwell:

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\bar{H} - \bar{M}_u \quad (3)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon\bar{E} + \bar{J}_u \quad (4)$$

onde a dependência temporal é $\exp(j\omega t)$, ω a frequência angular, j a unidade imaginária e t a variável temporal. Do caso geral descrito por (3) e (4), analisamos dois casos particulares, sendo um magnético quando $\bar{M}_u \neq 0$ e $\bar{J}_u = 0$ e outro elétrico quando $\bar{M}_u = 0$ e $\bar{J}_u \neq 0$. Apresentamos aqui a modelagem apenas do caso magnético e aplicamos o teorema da dualidade para analisar o caso elétrico [12].

Devido a geometria e as fontes, o problema é do tipo bidimensional com $\partial/\partial z = 0$, no caso magnético a polarização é vertical, ou transversal magnética em y (TM_y) com a seguinte equação da onda escalar da componente H_{zu} para os seis meios:

$$\nabla_{xy}^2 H_{zu} + k_u^2 H_{zu} = j\omega\epsilon_u M_{zu} \quad (5)$$

sendo $u=1-6$, $k_u = \alpha(\mu_u \epsilon_u)^{1/2}$ e M_{zu} a componente escalar de (1). Assim o problema de valor de contorno da Fig. 1 é dado por (4) e as condições de contorno de limite e continuidade dos campos tangenciais nas interfaces entre os meios.

B. Sistema de Equações Integrais do Problema

Utilizando o método da função de Green para o problema da seção anterior [10], obtemos as seguintes expressões integrais para os campos magnéticos nos seis meios:

$$H_{z1}(x, y) = j\omega\epsilon_1 [-M_1 g_1(\xi_1, \eta_1, x, y) - \int_{-\infty}^0 g_1(x', h, x, y) E_c(x') dx' - \int_h^{+\infty} g_1(0, y', x, y) E_g(y') dy'] \quad (6)$$

$$H_{z2}(x, y) = j\omega\epsilon_2 [-\int_0^{+\infty} g_2(x', h, x, y) E_d(x') dx' + \int_h^{+\infty} g_2(0, y', x, y) E_g(y') dy'] \quad (7)$$

$$H_{z3}(x, y) = j\omega\epsilon_3 [-M_3 g_3(\xi_3, \eta_3, x, y) + \int_{-\infty}^0 g_3(x', h, x, y) E_c(x') dx' - \int_0^h g_3(0, y', x, y) E_f(y') dy' - \int_{-\infty}^0 g_3(x', 0, x, y) E_a(x') dx'] \quad (8)$$

$$H_{z4}(x, y) = j\omega\epsilon_4 [\int_0^{+\infty} g_4(x', h, x, y) E_d(x') dx' + \int_0^h g_4(0, y', x, y) E_f(y') dy' - \int_0^{+\infty} g_4(x', 0, x, y) E_b(x') dx'] \quad (9)$$

$$H_{z5}(x, y) = j\omega\epsilon_5 [\int_{-\infty}^0 g_5(x', 0, x, y) E_a(x') dx' - \int_{-\infty}^0 g_5(0, y', x, y) E_e(y') dy'] \quad (10)$$

$$H_{z6}(x, y) = j\omega\epsilon_6 [\int_0^{+\infty} g_6(x', 0, x, y) E_b(x') dx' + \int_{-\infty}^0 g_6(0, y', x, y) E_e(y') dy'] \quad (11)$$

onde $E_a, E_b, E_c, E_d, E_e, E_f$ e E_g são os campos elétricos tangenciais definidos nas sete interfaces conforme mostrados na Fig. 1. Estas funções no momento são desconhecidas e

serão as incógnitas do sistema que será obtido a seguir. As funções de Green g_u ($u=1-6$) podem ser obtidas pelo procedimento padrão apresentado em [10]:

$$g_u(x, y, x', y') = \frac{1}{4j} \left[H_0^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y-y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y+y')^2}) \right], \text{ para } u=5 \text{ ou } 6 \quad (12)$$

$$g_u(x, y, x', y') = \frac{1}{4j} \left[H_0^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y-y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y+y'-2h)^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y+y'-2h)^2}) \right], \text{ para } u=1 \text{ ou } 2 \quad (13)$$

$$g_3(x, y, x', y') = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\epsilon_n}{2jk_x h} \right) \cos \frac{n\pi y}{h} \cos \frac{n\pi y'}{h} [e^{jk_x |x-x'|} + e^{jk_x (x+x')}] \quad (14)$$

$$g_4(x, y, x', y') = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\epsilon_n}{2jk_x h} \right) \cos \frac{n\pi y}{h} \cos \frac{n\pi y'}{h} [e^{jk_x |x-x'|} + e^{-jk_x (x+x')}] \quad (15)$$

$$k_x = \sqrt{k_u^2 - (n\pi/h)^2} \text{ e } \text{Im}(k_x) < 0 \text{ para } u=3 \text{ ou } 4 \quad (16)$$

sendo ϵ_n o número de Neumann [10] e H_0^2 a função de Hankel de 2º tipo e ordem zero. Aplicando as condições de contorno de continuidade dos campos (6)-(11) nas sete interfaces da Fig. 1, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\int_{-\infty}^0 [\epsilon_3 g_3(x', 0, x, 0) + \epsilon_5 g_5(x', 0, x, 0)] E_d(x') dx' - \int_{-\infty}^0 \epsilon_3 g_3(x', h, x, 0) E_c(x') dx' - \int_{-\infty}^0 \epsilon_5 g_5(0, y', x, 0) E_e(y') dy' + \int_0^h \epsilon_3 g_3(0, y', x, 0) E_f(y') dy' = -\epsilon_3 M_3 g_3(\xi_3, \eta_3, x, 0) \quad (17)$$

$$\int_0^{+\infty} [\epsilon_4 g_4(x', 0, x, 0) + \epsilon_6 g_6(x', 0, x, 0)] E_b(x') dx' - \int_0^{+\infty} \epsilon_4 g_4(x', h, x, 0) E_d(x') dx' + \int_{-\infty}^0 \epsilon_6 g_6(0, y', x, 0) E_e(y') dy' - \int_0^h \epsilon_4 g_4(0, y', x, 0) E_f(y') dy' = 0 \quad (18)$$

$$\int_{-\infty}^0 [\epsilon_1 g_1(x', h, x, h) + \epsilon_3 g_3(x', h, x, h)] E_c(x') dx' + \int_h^{+\infty} \epsilon_1 g_1(0, y', x, h) E_g(y') dy' - \int_{-\infty}^0 \epsilon_3 g_3(x', 0, x, h) E_a(x') dx' - \int_0^h \epsilon_3 g_3(0, y', x, h) E_f(y') dy' = -\epsilon_1 M_1 g_1(\xi_1, \eta_1, x, h) + \epsilon_3 M_3 g_3(\xi_3, \eta_3, x, h) \quad (19)$$

$$\int_0^{+\infty} [\epsilon_2 g_2(x', h, x, h) + \epsilon_4 g_4(x', h, x, h)] E_d(x') dx' - \int_h^{+\infty} \epsilon_2 g_2(0, y', x, h) E_g(y') dy' + \int_0^h \epsilon_4 g_4(0, y', x, h) E_f(y') dy' - \int_0^{+\infty} \epsilon_4 g_4(x', 0, x, h) E_b(x') dx' = 0 \quad (20)$$

$$\int_{-\infty}^0 [\epsilon_5 g_5(0, y', 0, y) + \epsilon_6 g_6(0, y', 0, y)] E_e(y') dy' - \int_{-\infty}^0 \epsilon_5 g_5(x', 0, 0, y) E_a(x') dx' + \int_0^{+\infty} \epsilon_6 g_6(x', 0, 0, y) E_b(x') dx' = 0 \quad (21)$$

$$\int_0^h [\varepsilon_3 g_3(0, y', 0, y) + \varepsilon_4 g_4(0, y', 0, y)] E_f(y') dy' - \int_{-\infty}^0 \varepsilon_3 g_3(x', h, 0, y) E_c(x') dx' + \int_{-\infty}^0 \varepsilon_3 g_3(x', 0, 0, y) E_d(x') dx' + \int_0^{+\infty} \varepsilon_3 g_3(x', h, 0, y) E_d(x') dx' - \int_0^{+\infty} \varepsilon_3 g_3(x', 0, 0, y) E_b(x') dx' =$$

$$= -\varepsilon_3 M_3 g_3(\xi_3, \eta_3, 0, y) + \int_h^{+\infty} [\varepsilon_1 g_1(0, y', 0, y) + \varepsilon_2 g_2(0, y', 0, y)] E_g(y') dy' + \int_{-\infty}^0 \varepsilon_1 g_1(x', h, 0, y) E_c(x') dx' - \int_0^{+\infty} \varepsilon_2 g_2(x', h, 0, y) E_d(x') dx' = -\varepsilon_1 M_1 g_1(\xi_1, \eta_1, 0, y) \quad (23)$$

C. Solução do Sistema pelo MoM

O MoM foi utilizado para resolver numericamente o sistema (17)-(23) [10]-[11]. Neste método aproximamos as funções E_q ($q=a-g$) por expansões em bases de funções pulso retangular

$$E_q = \sum_{n_q=1}^{N_q} \alpha_{n_q} p_{n_q}, \text{ para } q = a, b, \dots, g \quad (24)$$

onde α_{n_q} são os coeficientes de expansão e p_{n_q} as funções de base do tipo pulso retangular. Estas funções tem valor 1 ao longo de um subintervalo genérico Δl_q , e valor 0 fora deste subintervalo. Nesta aproximação as funções E_q são definidas em um intervalo finito conforme a Fig. 2. Utilizamos uma discretização uniforme com Δl_q constante para cada função, sendo N_q o numero de divisões (discretização) de cada função.

Substituindo (24) em (17)-(23) obtém-se um sistema algébrico do tipo $[I][\alpha] = [f]$, onde $[\alpha]$ é o vetor coluna que contem as incógnitas α_{n_q} , $[f]$ é o vetor coluna que contem as fontes, e $[I]$ é uma matriz quadrada que representa a interação mútua entre todos os subintervalos. Os elementos desta última matriz contem integrais das funções de Green, as quais foram calculadas numericamente por funções de integração da biblioteca do Matlab [13]. Desta forma, o sistema pode ser resolvido por inversão matricial $[\alpha] = [I]^{-1}[f]$. Com os $[\alpha]$ obtidos, estes são então substituídos em (24) e depois em (6)-(11) para calculo dos campos magnéticos H_{zu} em cada meio.

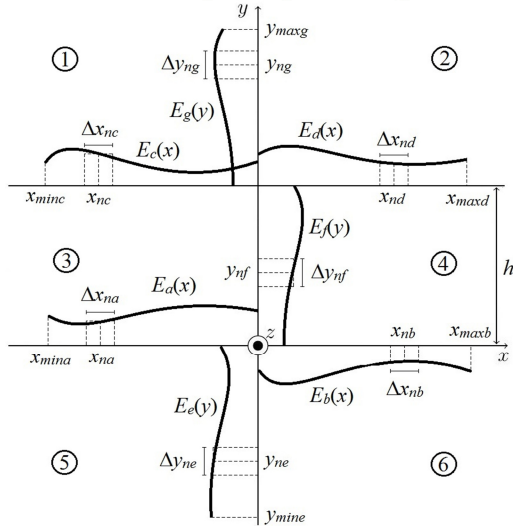


Fig. 2. Expansão por pulsos retangulares dos campos elétricos nas interfaces usadas no MoM. Utilizou-se discretização uniforme para cada E_q .

III. RESULTADOS NUMÉRICOS

Baseado no método da seção anterior, desenvolveu-se um programa MoM no Matlab para calcular os campos nas sete interfaces e nos seis meios, para os casos magnético e elétrico, sendo estes chamados aqui de polarização vertical e horizontal, respectivamente. Nos resultados apresentados a seguir, foi considerada uma frequência fixa de 521 MHz e uma região que simula a interface entre a água e uma ilha com floresta, onde as propriedades eletromagnéticas e os meios são dados na Tabela 1 [9]. Considerou-se também constante a altura da floresta no meio 4 (Fig. 1) com valor $h=12,3\lambda_0$, onde $\lambda_0 = 0,58$ m é o comprimento de onda no ar. Já a Tabela 2 mostra os parâmetros de simulação utilizados. Para comparação, são apresentados também aqui alguns resultados calculados pelo FEM através do software Comsol [14].

TABELA I. PROPRIEDADES ELETROMAGNÉTICAS DOS MEIOS NA FREQUENCIA DE 521 MHz [9]

Propriedade Eletromagnética	Meios 1, 2 e 3 Ar	Meio 4 Floresta	Meio 5 Água	Meio 6 Solo
Permeabilidade magnética, μ_r	1	1	1	1
Permissividade relativa, ε_r	1	1,1	80	1,9
Condutividade, σ (mS/m)	0	0,1	50	20

TABELA II. PARÂMETROS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES ($\lambda_0=0,58$ m)

Parâmetro	Valor
Altura dos Meios 3 e 4	$h = 12,3\lambda_0$
Posição da fonte 1	$\xi_1 = -5\lambda_0$ $\eta_1 = 15\lambda_0$
Posição da fonte 3	$\xi_3 = -5\lambda_0$ $\eta_3 = h/2 = 6,15\lambda_0$
Limites de E_a, E_b, E_c e E_d	$x_{mina} = x_{minc} = -20\lambda_0$ $x_{maxb} = x_{maxd} = 40\lambda_0$
Limites de E_e e E_g	$y_{mine} = -5\lambda_0$ $y_{maxg} = h+20\lambda_0$
Discretizações de $E_a, E_b, E_c, E_d, E_e, E_f$ e E_g	$N_a = N_c = N_e = N_f = N_g = 200$ $N_b = N_d = 400$
Área do plot 2D de H_z	$(-12,5\lambda_0 < x < 12,5\lambda_0) \wedge (-5\lambda_0 < y < h+12,5\lambda_0)$
Discretização da área de plot 2D no plano xy	$N_x = 400, N_y = 600$

A. Campos Tangenciais nas Interfaces

Utilizando o código MoM desenvolvido, quatro simulações foram realizadas, sendo duas para cada polarização (vertical e horizontal) em duas posições das fontes localizadas nos meios 1 e 3, conforme os parâmetros descritos nas tabelas 1 e 2. A Fig. 3 mostra os resultados dos campos tangenciais (24) obtidos de duas simulações: polarização vertical com fonte 1 (Fig. 3a) e horizontal com fonte 3 (Fig. 3b). Os resultados das outras duas simulações são parecidos com estes (Fig. 3), por isso não são apresentados aqui. Em todos os cálculos foi utilizado um número de termos nas séries (14) e (15) igual a 200. Com este valor foi observada uma boa convergência das funções de Green g_3 e g_4 dentro do domínio de análise. Além disso, foi utilizado no MoM o mesmo critério de convergência daquele usado em [15]. Os resultados mostram que as discretizações e os limites das funções (24) na Tabela 2, apresentaram resultados satisfatórios para representar as respectivas variações espaciais das funções.

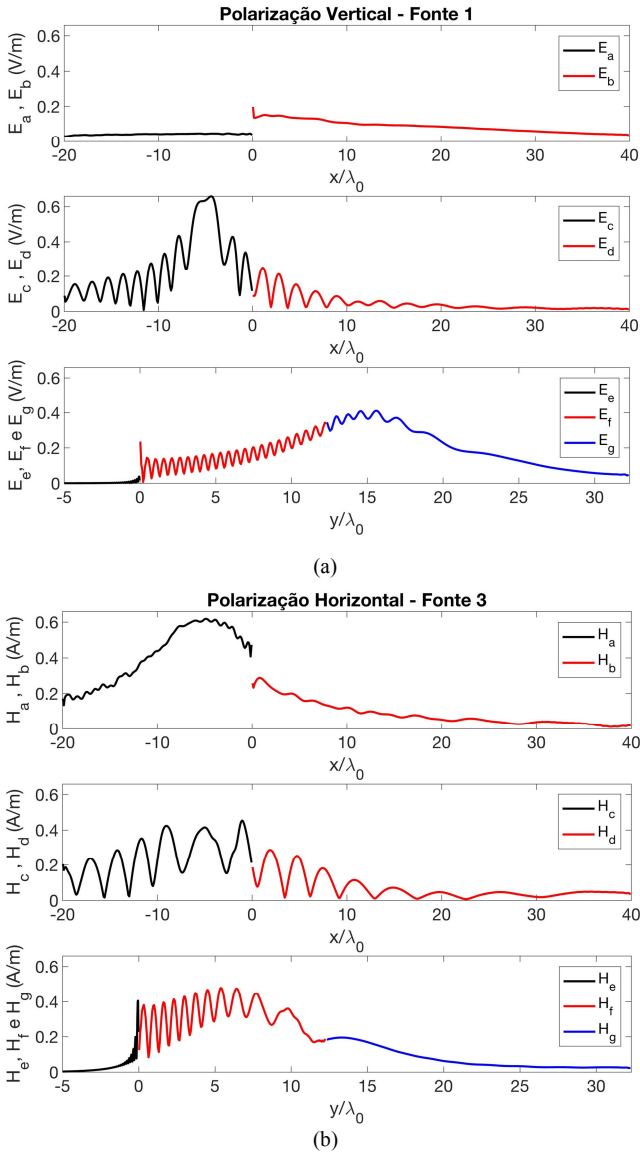


Fig. 3. Módulo dos campos eletromagnéticos tangenciais $abs(E_q, H_q)$ ao longo das sete interfaces ($q=a-g$) para duas simulações: (a) polarização vertical com fonte 1 e (b) polarização horizontal com fonte 3.

B. Variação dos Campos H_z e E_z em Linhas Horizontais

Substituindo os resultados dos campos tangenciais em (6)-(11), os campos nos seis meios, em diferentes alturas, são obtidos e mostrados na Fig. 4. Esta figura apresenta as variações do módulo dos campos $abs(H_z, E_z)$ versus x/λ_0 para as alturas $y=15\lambda_0$; $12,3\lambda_0$; $6,15\lambda_0$, e 0 para as duas fontes 1 e 3, e para as duas polarizações vertical (Fig. 4a) e horizontal (Fig. 4b). Para comparação, apresentam-se também os resultados calculados com o software Comsol [14]. Os resultados mostram uma boa concordância entre os métodos, no entanto o número de variáveis no MoM é menor pois os campos iniciais são calculados apenas na interface e no Comsol em todo o domínio. Isto ocorre porque a polarização vertical reflete menos que a horizontal em ambas as interfaces ar-água e floresta-solo. Além disso, observa-se que na

superfície $y=0$ o campo sofre um decaimento na interface ar-floresta para a polarização vertical e uma amplificação para a polarização horizontal.

Para as duas polarizações e em distâncias maiores de x , se observou os seguintes resultados. As fontes 3 produzem níveis de campo na altura $y=h$ maiores que a fonte localizada no meio 1. Isto pode ser explicado pela predominância das ondas superficiais produzidas pela fonte 3 [4]. Já os resultados acima da copa das árvores ($y>h$), os níveis de campo para a fonte 1 são maiores que aqueles da fonte 3. Para as alturas dentro da floresta ($0<y<h$), os níveis de campo devido às fontes 1 e 3 são próximos entre si. E na superfície ($y=0$) os campos da fonte 1 são ligeiramente maiores que os da fonte 3. Estes resultados significam que em geral a fonte 1 fornece maiores níveis de campo que a fonte 3, com exceção do caso quando o receptor estiver próximo da copa das árvores ($y=h$).

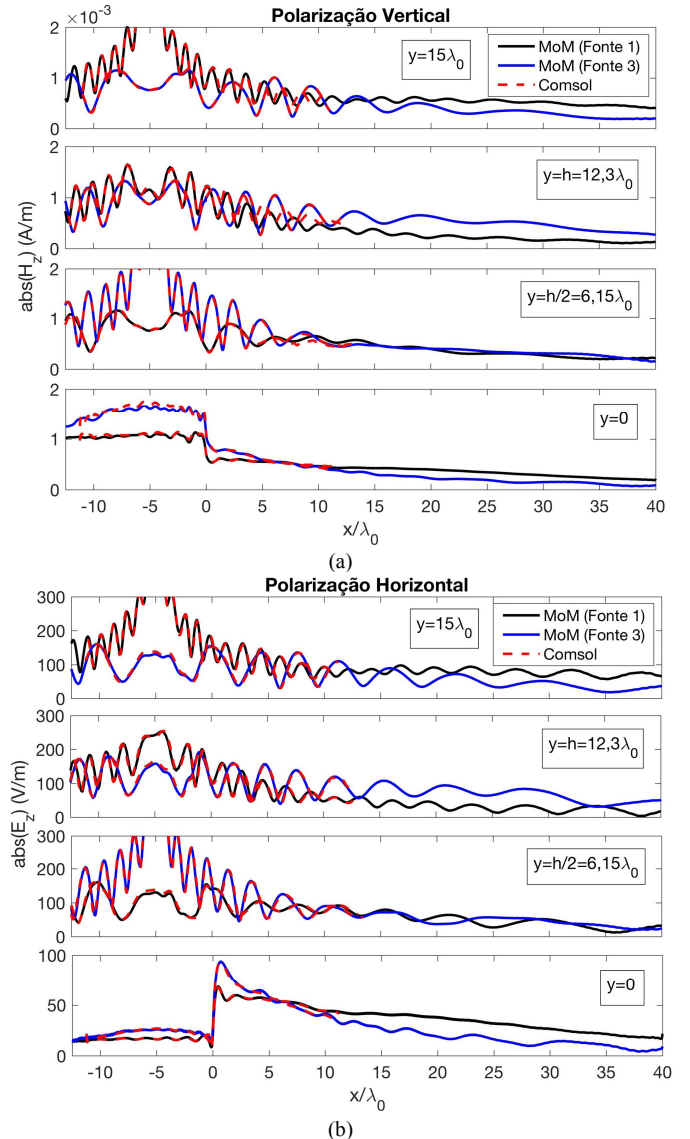


Fig. 4. Variação do módulo dos campos $abs(H_z, E_z)$ versus x para diferentes alturas $y=15\lambda_0$, $h=12,3\lambda_0$, $h/2=6,15\lambda_0$ e 0 para as polarizações (a) vertical e (b) horizontal para as fontes localizadas nos meios 1 e 3.

C. Campos H_z e E_z no Plano xy

A Fig. 5 mostra os plots no plano xy de $\text{abs}(H_z, E_z)$ para as quatro simulações realizadas. Estes resultados mostram a precisão do método para representar todos os fenômenos eletromagnéticos envolvidos tais como difração, reflexão, refração e absorção. Além disso, comprovam que a polarização vertical sofre menos reflexão que a polarização horizontal, em todos os pontos dos meios ar e floresta. Observam-se também melhor as oscilações dos campos, não apenas em linhas horizontais apresentadas na Fig. 4, mas também na direção vertical, e como estas oscilações variam com a altura das fontes 1 e 3. Estas oscilações resultam das interferências construtivas e destrutivas comuns que ocorrem em comunicações móveis terrestres, devido às reflexões nas superfícies da água e do solo [12].

IV. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou uma análise numérica da radiação de fontes magnética (polarização vertical) e elétrica (polarização horizontal) em uma região mista formada por seis meios. Inicialmente foi obtido o sistema de equações integrais do problema e a solução deste pelo Método dos Momentos. Os resultados mostram um exemplo de aplicação em microondas na frequência de 521 MHz onde se considerou uma região mista formada pela interface entre ar-água e solo-floresta com propriedades típicas da Amazônia. Quatro simulações foram realizadas para as duas polarizações e duas alturas das fontes. Para verificação do modelo, alguns resultados foram comparados com o Método dos Elementos Finitos e uma boa concordância foi observada.

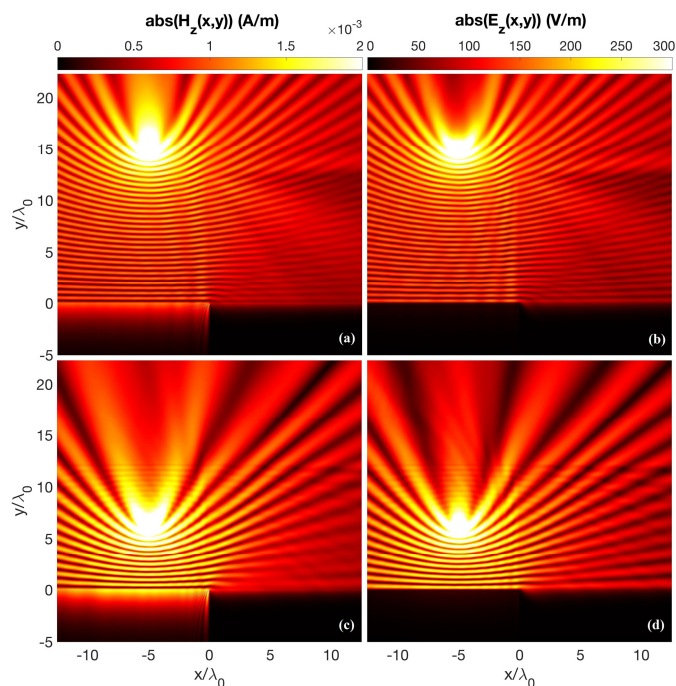


Fig. 5. Gráficos bidimensionais dos módulos dos campos $\text{abs}(H_z, E_z)$ das 4 simulações com polarização: (a) vertical fonte 1, (b) horizontal fonte 1, (c) vertical fonte 3 e (d) horizontal fonte 3.

A partir dos resultados da variação dos campos com a distância, para as diferentes fontes, as conclusões a seguir foram obtidas. Com relação ao tipo de fonte, as oscilações do nível de sinal são maiores para a polarização horizontal. Isto ocorre porque o coeficiente de reflexão desta polarização na interface floresta-solo é maior. Com relação às alturas das fontes, foram observados os seguintes comportamentos dos campos em longas distancias para as duas polarizações. Para pontos acima das árvores ($y > h$) e na superfície do solo ($y = 0$), a fonte 1 apresentou níveis de campo maiores que a fonte 3. Para pontos na copa das árvores ($y = h$) a fonte 3 apresentou níveis de campo maiores que a fonte 1. E Para pontos dentro da floresta ($0 < y < h$), as duas fontes 1 e 3 apresentaram níveis de sinais próximos entre si. Os gráficos bidimensionais dos campos confirmam estas conclusões e permitem uma visualização melhor e entendimento geral dos fenômenos de reflexão, refração, difração e absorção. Os resultados apresentados aqui podem ser úteis para cálculos de perdas de propagação em regiões mistas e o modelo pode ser estendido para outras frequências e diferentes configurações dos meios.

REFERÊNCIAS

- [1] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*, 2nd ed., Prentice Hall, 2002.
- [2] K. Li, *Electromagnetic Fields in Stratified Media*, Springer, 2009.
- [3] L.-W. Li, et al., "Radio Wave Propagation Along Mixed Paths Through a Four-Layered Model of Rain Forest: An Analytic Approach," *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 46, N. 7, pp. 1098-1111, Jul. 1998.
- [4] C. Zhang, et al., "Measurement, Data Analysis and Modeling of Electromagnetic Wave Propagation Gain in a Typical Vegetation Environment," *Plos One*, vol. 18, N. 1 (e0280035), 2023.
- [5] J.-V. Rodriguez, et al., "UTD-PO Solutions for the Analysis of Multiple Diffraction by Trees and Buildings When Assuming Spherical-Wave Incidence," *Electronics*, vol. 12, N. 899, 2023.
- [6] F. N. B. Magno, et al., "Propagation Path Loss in Mixed-Path Environment Using Narrow Angle and Wide-Angle Parabolic Equations," *2011 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 2011)*, Nov. 2011.
- [7] A. Rocha, et al., "An Efficient and Accurate Algorithm for Electromagnetic Wave Propagation Modeling Based on Wavelet Transforms," *J. of Micro., Opt. and Electro. App.*, vol. 23, N. 1, 2024.
- [8] L. E. C. Eras, et al., "A Radio Propagation Model for a Rainforest-River Environment Using UTD and Geometrical Optics," *IEEE Trans. Ant. Wir. Propag. Lett.*, vol. 21, N. 1, pp. 54-58, Jan. 2022.
- [9] D. K. N. da Silva, et al., "A propagation model for mixed paths using dyadic Green's functions: a case study over the river for a city-river-forest path," *IEEE Antennas Wirel. Propagat. Lett.*, vol. 17, N. 12, pp. 2364-2368, Dec. 2018.
- [10] D. G. Dudley, *Mathematical Foundations for Electromagnetic Theory*, IEEE Press, 1994.
- [11] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, IEEE Press, 1993.
- [12] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, 2nd ed., John Wiley and Sons, 2012.
- [13] Matlab software. <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.
- [14] Comsol software. <https://www.comsol.com>.
- [15] J. B. N. Leite, A. C. Oliveira, A. C. C. de Lima, and K. Q. Costa, "Radiação de Linhas de Corrente Magnética e Elétrica em uma Região Mista com Quatro Meios," *SBRT 2023 - XLI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais.*, 2023: DOI: 10.14209/sbrt.2023.1570916819.