

Aproximação Distribuída Adaptativa de Posto Baixo

Felipe G. Serrenho e Marcello L. R. de Campos

Resumo—Sinais oriundos de sensores distribuídos podem possuir correlações entre si que, se exploradas, possibilitam a melhora da SNR e a redução da taxa de amostragem dos nós. Neste trabalho é proposta uma técnica de aproximação distribuída adaptativa para identificar um conjunto de vetores capaz de gerar o subespaço das possíveis entradas, sem necessidade de compartilhamento dos dados de entrada entre os nós. O algoritmo apresentado acompanha mudanças no subespaço dos vetores de entrada e utiliza uma variação da técnica *Set Membership* para reduzir as iterações locais de adaptação das estimativas.

Palavras-Chave—Aproximação de posto baixo, processamento distribuído adaptativo, rede de sensores sem fio.

Abstract—Signals from distributed sensors can have correlations among them that can be exploited for various purposes, such as improving SNR and reducing the sampling rate at the nodes. In this work we propose an adaptive distributed approximation technique for a set of base vectors that span the subspace of possible input vectors without sharing input data among the nodes. The proposed algorithm is capable of tracking changes in the subspace of the input vectors throughout iterations and uses a variation of the *Set Membership* technique to reduce the need to adapt local estimations.

Keywords—Low rank approximation, adaptative distributed signal processing, wireless sensor network.

I. INTRODUÇÃO

Com o aumento significativo de dispositivos e meios que permitem a coleta de dados, cresceu o interesse por métodos distribuídos nos últimos anos. Nesse campo se destacam técnicas voltadas para lidar com grande quantidade de dados distribuídos em múltiplos servidores, uma das facetas do *big data* [1], e o processamento de sinais captados por redes de sensores sem fio [2], uma vertente do *Internet of Things* [3].

Em paralelo, houve o desenvolvimento do conceito do *Compressive Sensing* [4], [5], que permite que um sinal/amostra, que atenda certos requisitos, seja captado a taxas inferiores àquelas impostas pelo teorema de amostragem de Nyquist-Shannon. Técnicas baseadas em *Compressive Sensing* têm sido amplamente estudadas, com destaque para as áreas de imagens médicas [6], *big data* [7], radares [8] e coleta de dados em rede de sensores sem fio [9], [10].

Em [11], por exemplo, são propostas técnicas de *Compressive Sensing* aplicadas a sinais distribuídos sob diferentes conceitos de esparsidade conjunta. Contudo, técnicas baseadas em *Compressive Sensing* requerem que se conheça uma base em que o sinal de interesse seja esparso, podendo ser uma transformação ou dicionário [4].

Felipe G. Serrenho, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro (RJ), e-mail: felipe.serrenho@gmail.com; Marcello L. R. de Campos, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro (RJ), e-mail: campos@smt.ufrj.br. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

Nesse trabalho, é proposta uma adaptação da técnica de Aproximação de Posto Baixo de matrizes que estima uma base adequada para representar o espaço vetorial dos dados recebidos sem que seja necessário compartilhá-los entre os nós da rede. Foi considerado um cenário de rede de sensores sem fio, com topologia estrela, sendo o nó central o coordenador da rede. O algoritmo proposto é dividido em três etapas: estimação inicial; adaptação local; e fusão e difusão das estimativas, a ser realizada pelo nó coordenador.

A estimação de vetores base capazes de gerar o subespaço dos dados de entrada pode ser utilizada para diversas finalidades, como detecção e classificação [12], redução da taxa de amostragem [13] e ruído (*denoising*) [14], podendo ser empregada, por exemplo, no contexto de cidades inteligentes [15].

Esse trabalho está estruturado da seguinte forma: na Seção II é brevemente revista a técnica de Aproximação de Posto Baixo de matrizes utilizando a Decomposição em Valores Singulares; a Seção III apresenta o modelo considerado; a Seção IV introduz o algoritmo de fusão das estimativas; a Seção V trata da técnica de adaptação da estimação; a Seção VI é dedicada ao conceito do *Set Membership*; na Seção VII são apresentadas as simulações realizadas; na Seção VIII são sumarizadas as conclusões do trabalho.

II. APROXIMAÇÃO DE POSTO BAIXO

Seja a matriz \mathbf{A}_k de dimensão $y \times z$ e posto incompleto k , ou seja, $k < \min(y, z)$. Essa matriz pode ser decomposta como:

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{\Psi}\mathbf{\Theta}, \quad (1)$$

onde $\mathbf{\Psi}$ possui dimensão $y \times k$ e a dimensão de $\mathbf{\Theta}$ é $k \times z$. O fator $\mathbf{\Psi}$ da decomposição pode ser interpretado como uma matriz formada por vetores coluna capazes de gerar o subespaço que contém todas as colunas de \mathbf{A}_k .

Contudo, em muitos casos práticos uma matriz \mathbf{A} , não necessariamente com posto incompleto, pode ser bem representada por uma matriz de posto incompleto \mathbf{A}_k , resultando numa redução na dimensionalidade dos dados sem comprometer substancialmente a qualidade da representação. Assim, o problema de Aproximação de Posto Baixo pode ser formulado utilizando a norma de *Frobenius* como:

$$\min_{\mathbf{A}_k} \|\mathbf{A} - \mathbf{A}_k\|_F, \quad (2)$$

onde, \mathbf{A} é a matriz a ser aproximada, k é o posto desejado para a aproximação e $\|\cdot\|_F$ refere-se à norma de Frobenius [16].

A Aproximação de Posto Baixo pode ser realizada a partir da Decomposição em Valores Singulares (SVD) [16]:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T, \quad (3)$$

onde \mathbf{S} é uma matriz diagonal de dimensão $y \times z$, cujos valores na diagonal principal são os valores singulares da matriz \mathbf{A} .

As matrizes \mathbf{U} e \mathbf{V} são ortogonais e possuem dimensão $y \times y$ e $z \times z$, respectivamente. A Aproximação de Posto Baixo de \mathbf{A} utilizando a SVD truncada é expressa por:

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{U}(*, 1 : k) \mathbf{S}(1 : k, 1 : k) \mathbf{V}(*, 1 : k)^T, \quad (4)$$

onde $\mathbf{U}(*, 1 : k)$, indica que foram selecionadas as primeiras k colunas da matriz \mathbf{U} e $\mathbf{S}(1 : k, 1 : k)$ significa que foi recortada a submatriz quadrada de tamanho $k \times k$, no canto esquerdo superior da matriz \mathbf{S} , ou seja, foram selecionados os primeiros k valores singulares. A Aproximação de Posto Baixo utilizando a SVD truncada é ótima no sentido da norma de Frobenius [17], ou seja, dada \mathbf{A}_k pela Eq. 4, para toda matriz \mathbf{B}_k de dimensão $y \times z$ e posto k :

$$\|\mathbf{A} - \mathbf{A}_k\|_F \leq \|\mathbf{A} - \mathbf{B}_k\|_F \quad (5)$$

Nota-se que apesar de \mathbf{A}_k ser única, existem infinitas combinações de matrizes Ψ e Θ tal que $\mathbf{A}_k = \Psi\Theta$. Nesse trabalho, ao utilizar a SVD truncada para realizar a Aproximação de Posto Baixo foram utilizadas as seguintes relações:

$$\begin{aligned} \Psi &= \mathbf{U}(*, 1 : k) \mathbf{S}(1 : k, 1 : k) \\ \Theta &= \mathbf{V}(*, 1 : k)^T. \end{aligned} \quad (6)$$

Um ponto importante no cálculo da Aproximação de Posto Baixo é a definição do valor k . Caso o posto da matriz original, livre de ruído e distorções, ou o posto da aproximação desejado, no caso de uma aproximação, não sejam conhecidos, normalmente é utilizada a magnitude dos valores singulares na estimação/determinação de k [18].

III. MODELO CONSIDERADO

Nesse trabalho foi considerada uma rede de L nós com topologia estrela, sendo o nó central designado nó coordenador. O sinal no instante t do i -ésimo nó é um vetor coluna com n elementos, designado $\mathbf{x}_{i(t)}$. Assume-se que para um instante fixo (t_0), $\mathbf{x}_{i(t_0)}$ é a combinação linear de r vetores para todo i e que para instantes de tempo próximos, os vetores geradores são aproximadamente constantes.

Para cada nó i é montada uma matriz de dados, $\mathbf{X}_{i(t)}$, composta pelos últimos m sinais recebidos pelo nó concatenados:

$$\mathbf{X}_{i(t)} = [\mathbf{x}_{i(t)} \ \mathbf{x}_{i(t-1)} \ \cdots \ \mathbf{x}_{i(t-(m-1))}]. \quad (7)$$

O ruído foi modelado como um sinal gaussiano branco, assim o sinal amostrado no instante t do i -ésimo nó é dado por $\mathbf{x}_{i(t)}^n = \mathbf{x}_{i(t)} + \mathbf{n}_{i(t)}$, e a matriz de dados montada pelos sinais com ruído é denotada por $\mathbf{X}_{i(t)}^n$.

IV. FUSÃO DAS ESTIMATIVAS LOCAIS

Inicialmente, cada nó coleta dados para montar sua matriz $\mathbf{X}_{i(t)}^n$, em seguida calcula a SVD truncada com k_i elementos (Eq. 4) e sua matriz Ψ_i , conforme a Eq. 6.

A fusão das estimativas de Ψ_i segue um processo similar ao proposto em [19]. Cada nó transmite sua estimativa para o nó coordenador, que monta uma matriz concatenando horizontalmente as matrizes recebidas, $\Psi_{\text{conc}} = [\Psi_1 \ \Psi_2 \ \cdots \ \Psi_L]$.

Na sequência é novamente utilizada a SVD para cálculo da matriz de vetores base do espaço coluna dos dados:

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{conc}} &= \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \\ \Psi_{\text{fusao}} &= \mathbf{U}(*, 1 : r) \mathbf{S}(1 : k, 1 : k). \end{aligned} \quad (8)$$

Antes da difusão, por motivos que serão esclarecidos na Sec. V, é realizada uma normalização da matriz Ψ_{fusao} :

$$\Psi_{\text{norm}} = \Psi_{\text{fusao}} \frac{\#(\Psi_{\text{fusao}})}{\|\Psi_{\text{fusao}}\|_F}, \quad (9)$$

onde o operador $\#(\cdot)$ extrai a quantidade de elementos da matriz. Após a normalização o nó coordenador faz a difusão de Ψ_{norm} pela rede. Nota-se que com a normalização proposta, mantém-se a importância relativa de cada vetor base (coluna de Ψ), de acordo com o valor singular a ele associado.

Cabe esclarecer que os valores de k nas aproximações locais e na fusão não precisam ser iguais. Aumentar o valor de k nas estimativas locais aumenta o custo de comunicação com o nó coordenador, por outro lado, um valor de k muito restritivo irá inserir erros na estimação local, consequentemente afetando a qualidade do estimador após a fusão dos dados.

V. ADAPTAÇÃO DA ESTIMATIVA

Ao receber um novo dado, cada nó atualiza a sua matriz de dados, \mathbf{X}_i^n , de forma que a primeira coluna seja o dado mais recente, conforme a Eq. 7. A atualização da estimativa de Ψ utiliza uma iteração do algoritmo ALS (*Alternating Least Squares*), combinando-o com a técnica de mínimo distúrbio. Inicialmente é utilizada a matriz do instante anterior $\Psi_{(t-1)}$ para estimar a matriz $\Theta_{i(t)}$:

$$\min_{\Theta_{i(t)}} \|\mathbf{X}_{i(t)}^n - \Psi_{(t-1)} \Theta_{i(t)}\|_F^2, \quad (10)$$

Esse problema de minimização pode ser resolvido coluna-a-coluna de $\Theta_{i(t)}$, constituindo um conjunto de sistemas de minimização de mínimos quadrados padrão.

A minimização padrão para calcular $\Psi_{i(t)}$ é expressa por:

$$\min_{\Psi_{i(t)}} \|\mathbf{X}_{i(t)}^n - \Psi_{i(t)} \Theta_{i(t)}\|_F^2 \quad (11)$$

Definindo a matriz de desajuste *a priori* (\mathbf{E}_{pt}):

$$\mathbf{E}_{pt} = \mathbf{X}_{i(t)}^n - \Psi_{(t-1)} \Theta_{i(t)}, \quad (12)$$

e escrevendo $\Psi_{i(t)}$ em função do valor no instante anterior somado à inovação $\Psi_{i(t)} = \Psi_{(t-1)} + \Delta\Psi_i$, a minimização pode ser reescrita da forma:

$$\min_{\Delta\Psi_i} \|\mathbf{E}_{pt} - \Delta\Psi_i \Theta_{i(t)}\|_F^2 \quad (13)$$

A partir da qual adiciona-se o critério de mínimo distúrbio, que adiciona a função a ser minimizada um custo relacionado à variação dos coeficientes em relação ao instante anterior [20]:

$$\min_{\Delta\Psi_i} \|\mathbf{E}_{pt} - \Delta\Psi_i \Theta_{i(t)}\|_F^2 + \alpha \|\Delta\Psi_i\|_F^2, \quad (14)$$

sendo α o fator que ajusta a inércia de Ψ à mudança. O sistema resultante pode ser resolvido linha a linha de $\Delta\Psi_i$, como um sistema padrão de minimização de mínimos quadrados com regularização. Finalmente:

$$\Psi_{i(t)} = \Psi_{(t-1)} + \Delta\Psi_i \quad (15)$$

Por fim, a matriz de entrada, caso seja de interesse, pode ser reconstruída como:

$$\hat{\mathbf{X}}_{(t)} = \Psi_{(t)} \Theta_{i(t)}. \quad (16)$$

Destaca-se que, como pode ser observado na Eq. 1, Ψ e Θ podem ser escalonados multiplicando-se todos os elementos de uma matriz por um escalar, enquanto todos os elementos da outra são divididos pelo mesmo fator. Essa liberdade na dimensão dos elementos da matriz Ψ torna a escolha do parâmetro α complexa, pois ela não impacta diretamente na matriz de desajuste *a priori* (\mathbf{E}_{pt} , Eq. 12), mas impacta diretamente no valor de $\Delta\Psi_i$ que minimiza o primeiro termo da Eq. 14. Tendo esse fato em vista, pode-se propor um valor para o parâmetro α que varie dinamicamente de acordo com alguma medida da dimensão dos elementos de Ψ , contudo, por simplicidade, neste artigo adotou-se a normalização, conforme proposto na Eq. 9, de forma que a escolha de α não dependa de um fator de escala de Ψ .

VI. SET MEMBERSHIP

Para reduzir o esforço computacional dos nós e diminuir o tráfego de informações na rede, é implementado um algoritmo inspirado no *Set Membership Filtering*, proposto pela primeira vez em [21]. A ideia do *Set-Membership* (SM) é que se um parâmetro já fornece uma previsão com erro abaixo de determinado limiar, não é necessário realizar uma atualização dos coeficientes naquela iteração. Aplicado em cenários de processamento de sinais distribuídos, o SM tem potencial de reduzir substancialmente o esforço computacional por nó e o tráfego de informações na rede [22].

O SM será aplicado nos passos de acordo com a seguinte lógica: para cada nó, caso o desajuste *a priori* do vetor de entrada da iteração atual, $\mathbf{E}_{pt}(*, 1)$ da Eq. 12, seja substancialmente maior que o desajuste relativo aos demais vetores que compõe a matriz de dados, $\mathbf{E}_{pt}(*, 2 : \text{fim})$, conforme Eq. 17, é realizada a atualização da estimativa de Ψ ; caso contrário, a estimativa é mantida. Assim a condição para realizar a adaptação da estimativa é dada por:

$$\frac{\|\mathbf{E}_{pt}(*, 1)\|_F}{\#(\mathbf{E}_{pt}(*, 1))} > \zeta \frac{\|\mathbf{E}_{pt}(*, 2 : \text{fim})\|_F}{\#(\mathbf{E}_{pt}(*, 2 : \text{fim}))}, \quad (17)$$

onde ζ é o parâmetro que define a margem de erro relativa aceitável. Essa métrica foi desenvolvida para não depender da estimativa da potência do ruído, porém, se essa última for conhecida, podem ser utilizadas métricas, como:

$$\frac{\|\mathbf{E}_{pt}(*, 1)\|_F}{\#(\mathbf{E}_{pt}(*, 1))} > \gamma, \quad (18)$$

onde γ é definido de acordo com a potência esperada do ruído.

VII. SIMULAÇÕES

Para as simulações foram utilizados os seguintes parâmetros: tamanho do vetor de entrada: $n = 50$; amostras utilizadas nas matrizes de dados: $m = 15$; quantidade de nós na rede: $L = 10$; quantidade de vetores base: $r = 5$; e todos os vetores base, assim como os seus respectivos pesos na formação dos sinais, foram retirados de uma distribuição normal padrão. Foi considerado que o posto original do sinal é conhecido,

portanto, tanto na estimação local de cada nó quanto na fusão foi utilizado o mesmo posto do sinal ($k = 5$).

O desempenho foi avaliado de acordo com o erro quadrático médio (MSE) entre os elementos da matriz de dados do sinal original livre de ruído, $\mathbf{X}_{i(t)}$, e os elementos da reconstrução do sinal em questão, $\hat{\mathbf{X}}_{i(t)}$, sendo considerada a média obtida por todos os nós da rede.

A. Fusão das Estimativas

Para avaliar o desempenho do algoritmo proposto para a fusão, foram realizadas 10.000 iterações, com a comparação entre os sinais ruidosos captados ($\mathbf{X}_{i(t)}^n$), a reconstrução utilizando as estimativas locais ($\Psi_i \Theta_i$) e a reconstrução com as estimativas utilizando a fusão das estimativas ($\Psi_{\text{fusao}} \Theta_{\text{fusao}}$).

A análise dos resultados, expostos na Tabela I, evidencia, conforme esperado, a capacidade da estimativa local através da Aproximação de Posto Baixo realizar a redução do ruído uma vez que o verdadeiro posto da matriz de dados é conhecido. Adicionalmente, nota-se que a fusão das matrizes Ψ_i é capaz de prover uma melhora substancial na estimação, o que fica evidenciado na redução da MSE da Aproximação de Posto Baixo utilizando a estimativa combinada, Ψ_{conc} .

TABELA I
MSE DA RECONSTRUÇÃO DOS SINAIS COM E SEM FUSÃO, 10.000
ITERAÇÕES POR SNR

SNR [dB]	MSE		
	Sinal Ruidoso	Estimativa Local	Estimativa Combinada
0	4,9871	3,1243	0,8092
10	0,5007	0,2457	0,0718
20	0,0499	0,0236	0,0071
30	0,0050	0,0024	0,0007

B. Adaptação das Estimativas

Para avaliar o desempenho da adaptação das estimativas foi considerada a operação de um nó isolado, este realiza a estimação inicial e a seguir inicia o algoritmo de adaptação descrito na Seção V a cada nova amostra recebida.

No cenário avaliado, na vigésima amostra os vetores base que geram os sinais têm seus valores alterados através da soma de uma nova distribuição gaussiana de média nula e variância dependendo da SNR. Os vetores base, após a adição, foram escalonados de forma a estatisticamente não alterar a energia do sinal de interesse e a SNR mantida fixa. Foram realizadas 10.000 iterações por SNR, os resultados são mostrados nas Fig. 1 na qual a variância da alteração adicionada foi de 4×10^{-4} , Fig. 2 com variância da modificação de 4×10^{-2} . Na Fig. 3 a variância da modificação foi de 1, sendo que nesse cenário com SNR de 0 dB o parâmetro α foi ajustado para 1, visando aumentar a resiliência da adaptação a um cenário muito ruidoso.

Analisando os gráficos, percebe-se que mesmo com a alteração de valores dos vetores base, o algoritmo converge retornando ao erro de estado estacionário anterior. Adicionalmente, ressalta-se que o tempo de convergência, aproximadamente 15 a 17 amostras, vistos nas Fig. 1 e Fig. 2, está relacionado ao

número de colunas utilizadas nas matrizes de dados. Já no cenário com 0 dB, ao aumentar o valor de α a convergência ficou mais lenta. Assim, depreende-se que diminuir o valor de α pode acelerar a convergência até o limite imposto pela quantidade de entradas utilizadas na matriz de dados. Por outro lado, um valor de α maior, até certo ponto, colabora na obtenção de um menor erro no estado estacionário.

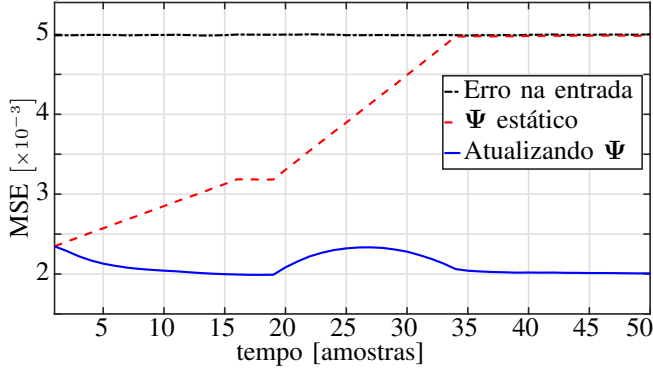


Fig. 1. MSE para um cenário que os vetores base se alteram na vigésima amostra com SNR de 30 dB.

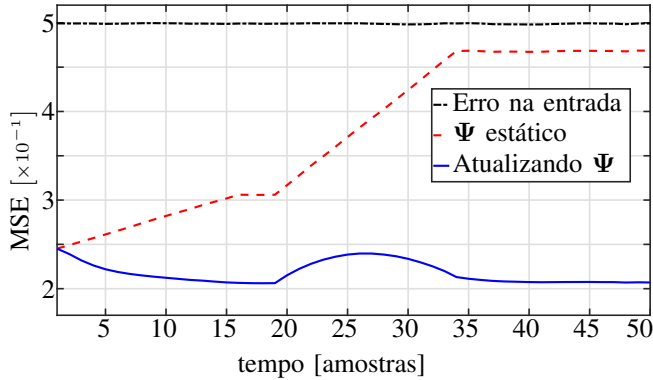


Fig. 2. MSE para um cenário que os vetores base se alteram na vigésima amostra com SNR de 10 dB.

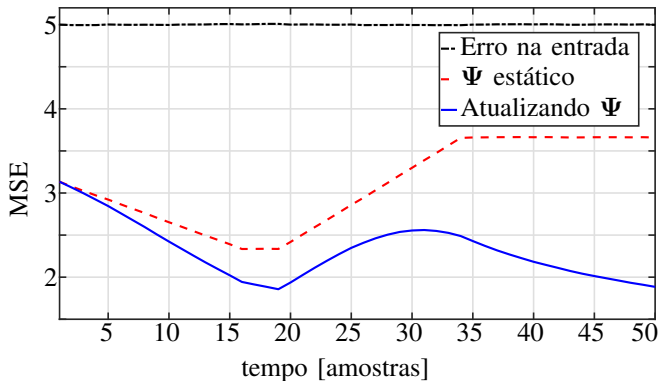


Fig. 3. MSE para um cenário que os vetores base se alteram na vigésima amostra com SNR de 0 dB.

C. Algoritmo Completo

Nas simulações com o algoritmo completo foi utilizado o *Set Membership* com $\zeta=1,4$ (Eq. 17) para cada nó decidir a

cada iteração se realiza ou não a atualização da sua estimativa de Ψ . Após isso, caso seja realizada a atualização, o nó repassa ao coordenador sua nova estimativa. Com a informação dos nós, o coordenador realiza a fusão e difunde o novo valor pela rede. O cenário se mantém o mesmo descrito no início da Sec. VII, sendo realizadas 1.000 iterações para cada SNR. Assim como nas simulações na Sec. VII-B, na vigésima amostra os vetores base foram modificados pela adição de um novo vetor aleatório com distribuição normal de média nula. Para avaliar os resultados são analisados o erro *a priori* (antes da atualização e fusão) e *a posteriori* (após atualização e fusão das estimativas) relativos apenas aos vetores de entrada recebidos naquele instante de amostragem.

A Fig. 4 mostra o resultado de um cenário com SNR de 30 dB, com a variância da perturbação de 4×10^{-4} e α de 0,1. Na Fig. 5 o cenário apresentado possui SNR de 10 dB, variância da perturbação de 4×10^{-2} e α mantido em 0,1. Por último, a Fig. 6 mostra o resultado de um cenário com SNR de 0 dB, perturbação dos vetores base com variância de 1 e, assim como na seção anterior para esse nível de relação sinal-ruído, foi utilizado $\alpha = 1$.

Pelas Fig. 4 e 5 percebe-se que o algoritmo proposto é capaz de prover uma estimativa de Ψ eficiente para recuperar os sinais da entrada, sendo eficiente para realizar o *denoising*. Adicionalmente, o desempenho próximo obtido pelas estimativas *a priori* e *a posteriori*, sobretudo quando utilizada a fusão dos dados, indica que a estimativa de Ψ pode ser utilizada na redução da amostragem necessária para recuperar o sinal original. Assim, como na seção anterior, pode-se ver na Fig. 6 que aumentar o valor de α influencia na velocidade de convergência do algoritmo.

Quanto ao desempenho da técnica de *Set Membership* nos cenários supracitados, ela viabilizou uma redução considerável na atualização local das estimativas de Ψ , o que pode ser visto na Tabela II, principalmente quando utilizada a fusão.

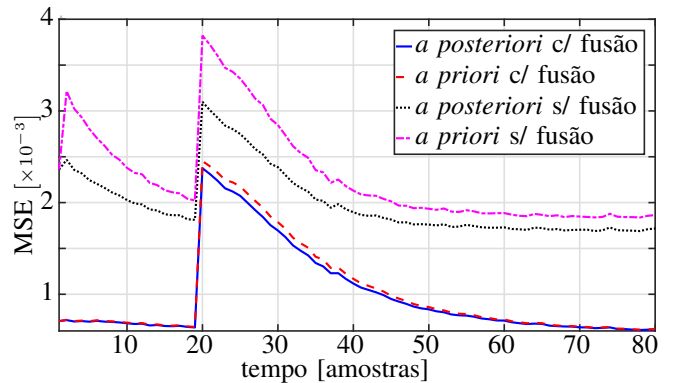


Fig. 4. MSE para um cenário que os vetores base se alteram na vigésima amostra, SNR de 30 dB.

VIII. CONCLUSÕES

Esse trabalho apresentou uma técnica de estimação adaptativa e distribuída dos vetores base de matrizes de dados em uma rede sem o compartilhamento dos dados entre os nós. Os resultados apresentados indicam a eficiência do algoritmo de adaptação proposto, quantificam a melhora do desempenho ao

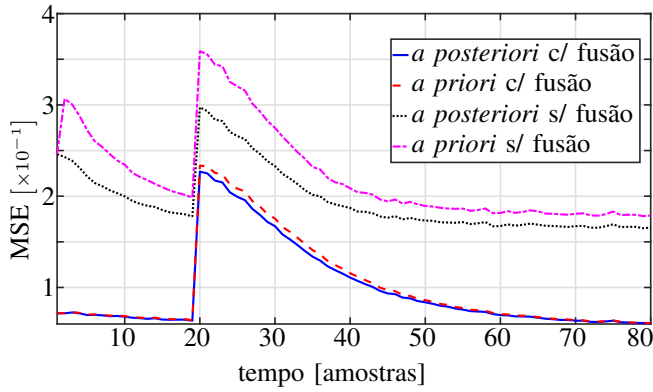


Fig. 5. MSE relativo aos vetores de entrada *a priori* e *a posteriori* em um cenário que os vetores base se alteram na vigésima amostra, SNR de 10 dB.

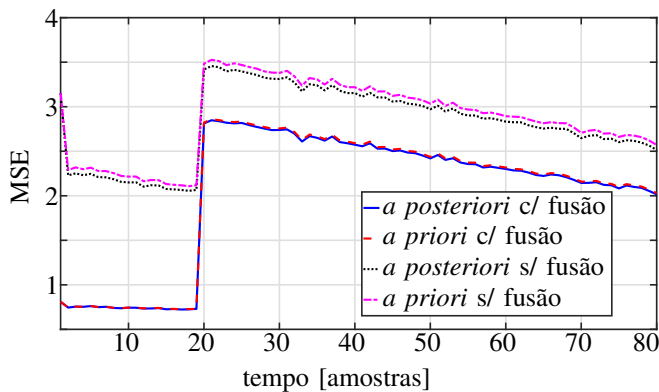


Fig. 6. MSE relativo aos vetores de entrada *a priori* e *a posteriori* em um cenário que os vetores base se alteram na vigésima amostra, SNR de 0 dB.

se realizar a fusão dos dados e mostram o potencial da técnica para realizar *denoising* dos dados.

O desempenho similar do erro *a priori* e *a posteriori*, principalmente com o emprego da fusão das estimativas, aponta o potencial da técnica para gerar uma base que permita a redução das taxas de amostragem de nós auxiliares ao fornecer uma estimativa de vetores base capazes de gerar o subespaço de possíveis vetores de entrada que podem ser usadas em técnicas de redução de taxa de amostragem, como *Compressive Sensing*. Além disso, o *Set Membership* mostrou-se eficiente para reduzir a quantidade de adaptação das estimações locais realizadas, reduzindo a complexidade computacional e o tráfego de informações na rede, contribuindo para o aumento da eficiência energética do sistema.

Como prosseguimento da pesquisa, pode-se estudar o emprego de técnicas de estimação do posto das matrizes, aprofundar a pesquisa sobre o impacto do parâmetro α na taxa de convergência e no erro estacionário, desenvolver um algoritmo

TABELA II

PORCENTAGEM DAS ATUALIZAÇÕES LOCAIS POSSÍVEIS EFETIVAMENTE REALIZADAS UTILIZANDO O SET MEMBERSHIP

SNR [dB]	Porcentagem de Atualizações Locais Realizadas	
	Com Fusão	Sem Fusão
30	12,21%	33,61%
10	12,18%	33,86%
0	12,05%	74,59%

que, similarmente ao *Set Membership*, reduza a quantidade de fusão dos dados realizada, minimizando o impacto negativo no desempenho e explorar o desempenho do sistema em que os vetores base tenham uma estrutura estatística conhecida.

REFERÊNCIAS

- [1] N. Elgendy e A. Elragal. "Big data analytics: a literature review paper." *Advances in Data Mining. Applications and Theoretical Aspects: 14th Industrial Conference, ICDM 2014*, São Petersburgo, Russia, Julho 16-20, 2014. Proceedings 14. Springer International Publishing, 2014.
- [2] S. V. Macua, P. Belanovic e S. Zazo. "Consensus-based distributed principal component analysis in wireless sensor networks." *2010 IEEE 11th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*. IEEE, 2010.
- [3] S. Kumar, P. Tiwari, e M. Zymbler. "Internet of Things is a revolutionary approach for future technology enhancement: a review." *Journal of Big data*, v. 6, 2019.
- [4] S. Foucart, H. Rauhut. "A Mathematical Introduction to Compressive Sensing. Applied and Numerical Harmonic Analysis.", Birkhäuser, New York, NY, cap. 1, pp. 1–39, 2013.
- [5] M. Rani, S. B. Dhok e R. B. Deshmukh, "A Systematic Review of Compressive Sensing: Concepts, Implementations and Applications." *IEEE Access*, vol. 6, pp. 4875-4894, 2018
- [6] T. W. Cabral, M. Khosravy, F. M. Dias, et al. "Compressive sensing in medical signal processing and imaging systems." *Sensors for health monitoring*. Academic Press, v. 5, pp. 69-92, 2019.
- [7] Z. Han, M. Hong e D. Wang. "Compressive Sensing-Based Big Data Analysis", *Signal Processing and Networking for Big Data Applications*, Cambridge University Press, cap. 8, pp. 171-195, 2017.
- [8] J. Yang, T. Jin, C. Xiao e X. Huang. "Compressed Sensing Radar Imaging: Fundamentals, Challenges, and Advances." *Sensors*, v. 19, art. 14, 2019.
- [9] D. Sundman, S. Chatterjee e M. Skoglund. "Methods for distributed compressed sensing." *Journal of Sensor and Actuator Networks* v.3.1, pp. 1-25, 2013.
- [10] K. Sekar, S. K. Satti e P. Srinivasan. "EEEDCS: Enhanced energy efficient distributed compressive sensing based data collection for WSNs." *Sustainable Computing: Informatics and Systems*, v. 38, 2023
- [11] D. Baron, et al. "Distributed compressive sensing." *arXiv preprint arXiv:0901.3403*, 2009.
- [12] I. P. Kirshteins e D. W. Tufts, "Adaptive detection using low rank approximation to a data matrix," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 30, no. 1, pp. 55-67, 1994
- [13] J. A. Tropp, A. C. Gilbert e M. J. Strauss, "Simultaneous sparse approximation via greedy pursuit," *Proceedings. (ICASSP '05). IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005*, Filadélfia, PA, USA, pp. v/721-v/724 Vol. 5, 2005.
- [14] M. Yin e R. S. Smith. "On low-rank hankel matrix denoising," *IFAC-PapersOnLine*, v. 54.7, pp 198-203, 2021.
- [15] C. Yin, et al. "A literature survey on smart cities," *Science China. Information Sciences*, v. 58.10, pp. 1-18, 2015.
- [16] G. H. Golub e C. F. Van Loan. "Matrix Analysis" em *Matrix computations*. JHU press, cap. 2, pp. 63-104, 2013.
- [17] C. Eckart e G. Young.. "The approximation of one matrix by another of lower rank." *Psychometrika*, v. 1, pp. 211–218, 1936
- [18] A. Falini. "A review on the selection criteria for the truncated SVD in Data Science applications," *Journal of Computational Mathematics and Data Science*, v. 5, 2022.
- [19] D. Feldman, M. Schmidt, e C. Sohler. "Turning big data into tiny data: constant-size coresets for k-means, PCA and projective clustering". *Proceedings of the 2013 Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA)*, pp. 1434-1453, 2013.
- [20] F. T. Castoldi e M. L. R. Campos. "Minimum-disturbance description for the development of adaptation algorithms and a new leakage least squares algorithm," *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2009*, Taipei, Taiwan, pp. 3129-3132, 2009.
- [21] S. Gollamudi, S. Nagaraj, S. Kapoor e Y. F. Huang, "Set-membership filtering and a set-membership normalized LMS algorithm with an adaptive step size." *IEEE Signal Processing Letters*, v. 5, pp. 111-114, 1998.
- [22] P. S. R. Diniz, et al. "Distributed Adaptive Filters." Em *Online Learning and Adaptive Filters*, Cambridge: Cambridge University Press, cap. 4, pp. 109–51, 2022