Algoritmo Bioinspirado Híbrido Aplicado em Separação Cega de Fontes no Contexto *Post-Nonlinear*

Gustavo Depieri e Aline Neves

Resumo— Este artigo propõe um algoritmo bioinspirado híbrido utilizando a Otimização por Enxame de Partículas (OEP) e a Evolução Diferencial (ED) aplicado ao problema de separação cega de fontes em misturas não-lineares *Post-Nonlinear*. A versão híbrida é comparada com o OEP padrão em três topologias do enxame: global, anel e quadrada. Os resultados indicam que o algoritmo híbrido é superior, com menor variabilidade e melhor qualidade de recuperação das fontes.

Palavras-Chave—Separação Cega de Fontes, Post-Nonlinear, Otimização por Enxame de Partículas, Evolução Diferencial.

Abstract— This article proposes a hybrid bioinspired algorithm composed of the Particle Swarm Optimization (PSO) and Differential Evolution (DE) applied to the problem of blind source separation in Post-Nonlinear mixtures. The hybrid version is compared with the standard PSO in three swarm topologies: global, ring, and square. The results show that the hybrid algorithm is superior, with less variability and better source estimation.

Keywords— Blind Source Separation, *Post-Nonlinear* Mixtures, Particle Swarm Optimization, Differential Evolution.

I. INTRODUÇÃO

A separação cega de fontes compreende um conjunto de técnicas que permitem recuperar as fontes (ou sinais originais) a partir da observação de suas misturas. Exemplos de aplicações da separação cega de fontes incluem processamento de sinais CDMA em telecomunicações, remoção de artefatos de sinais de eletroencefalograma (EEG), e redução de ruído em imagens [1].

As técnicas são classificadas como cegas pois não assumem um conhecimento *a priori* dos sinais originais ou mesmo do processo de mistura, a não ser de determinadas propriedades destes que são exploradas para solução do problema [1]. Como exemplo, certos algoritmos aplicados na separação cega de fontes se baseiam em estatísticas de segunda ordem nas estruturas temporais dos sinais para recuperar as fontes, como o *Second Order Blind Identification* (SOBI) [2], e a esparsidade das fontes, que é considerada pelas técnicas de *Sparse Component Analysis* (SCA) [3]. Neste trabalho, por sua vez, são utilizadas técnicas desenvolvidas na Análise de Componentes Independentes (ICA - do inglês *Independent Component Analysis*) onde a premissa de independência estatística das fontes é explorada para resolução do problema [1]. Medidas como a informação mútua e de não-gaussianidade (negentropia ou curtose) compõem o conjunto de funções custo geralmente adotadas por algoritmos clássicos da ICA, como o FastICA e o Infomax, no caso de misturas lineares [1].

Especificamente, este trabalho investiga o contexto nãolinear Post-Nonlinear (PNL) de misturas para as fontes que representa uma extensão dos modelos lineares, onde as premissas da ICA ainda são válidas. O contexto não-linear encontra aplicações como em imageamento hiperespectral e sensores químicos [2]. No PNL o processo de mistura é representado em duas etapas, uma linear seguida pela introdução de nãolinearidades. Dada a maior complexidade para recuperação das fontes nestes cenários, é comum na literatura a aplicação de algoritmos de otimização heurística para separação das fontes [4]. Dessa maneira, este trabalho é uma extensão de [5] onde são investigadas aplicações de algoritmos bioinspirados de otimização comparando a Otimização por Enxame de Partículas (OEP) com uma proposta de implementação híbrida com a Evolução Diferencial (OEP-ED), em diferentes topologias do enxame.

Este trabalho está estruturado como se segue: a separação cega de fontes e o contexto PNL de misturas são introduzidos na Seção II. O FastICA é apresentado na Seção III, enquanto os algoritmos bioinspirados OEP e OEP-ED aplicados ao PNL são detalhados na Seção IV. As Seções V e VI contêm as simulações computacionais e os resultados obtidos, respectivamente. Ao final, a Seção VII conclui o trabalho.

II. SEPARAÇÃO CEGA DE FONTES

Neste trabalho são utilizados métodos baseados na ICA [1] que possuem como premissa a independência estatística das fontes para separação de misturas não-lineares no contexto *Post-Nonlinear*. Os algoritmos bioinspirados de Otimização por Enxame de Partículas e de Evolução Diferencial são implementados em conjunto com o algoritmo FastICA, clássico na literatura da ICA. Apenas é considerado o caso onde o número de fontes é igual ao número de sinais de misturas observados. Nesta seção é apresentado em maiores detalhes o processo de mistura PNL e a recuperação das fontes.

A. Misturas Não-Lineares Post-Nonlinear

Dentro das diversas possibilidades para se representar nãolinearidades em misturas, o modelo *Post-Nonlinear* garante a recuperação das fontes segundo as técnicas desenvolvidas na

Gustavo Depieri e Aline Neves, Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do ABC, Santo André, SP, e-mail: d.gustavo@aluno.ufabc.edu.br e aline.neves@ufabc.edu.br. Este trabalho foi parcialmente financiado por CAPES e FAPESP, Projeto BIOS, Processo No 2020/09838-0.

ICA, isto é, através da premissa de independência estatística [2]. O *Post-Nonlinear* representa o processo que dá origem às mistura em duas etapas, sendo uma etapa linear seguida por uma etapa não-linear.

A etapa linear é representada por uma transformação linear **A** invertível (desconhecida) aplicada ao conjunto de *n* fontes $\mathbf{s} = (s_1, s_2, ..., s_n)^T$ estatísticamente independentes, calculada por $\mathbf{x} = \mathbf{As}$, onde $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$ corresponde aos sinais das misturas lineares [1]. Em seguida são introduzidas as não-linearidades nas misturas, dadas pelo conjunto de funções invertíveis (e também desconhecidas) $\mathbf{f} = (f_1, f_2, ..., f_n)^T$, aos sinais \mathbf{x} , conforme a Eq. 1.

$$\mathbf{z} = \mathbf{f}(\mathbf{x}),\tag{1}$$

sendo z o conjunto de sinais observados em que $z_i = f_i(x_i), i \in \{1, ..., n\}$. Neste trabalho são consideradas apenas funções ímpares, i.e., $f_i(-x_i) = -f_i(x_i)$.

B. Recuperação das Fontes no Contexto Post-Nonlinear

A partir dos sinais z observados da mistura *Post-Nonlinear*, é possível estimar as fontes utilizando a premissa de independência estatística. Para tanto é necessário reverter cada uma das etapas da mistura, ou seja, determinar a transformação linear inversa à que foi utilizada na etapa linear, e o conjunto das inversas para as funções da etapa não-linear [2]. Nesse caso, podem-se utilizar algoritmos de otimização que avaliam a função custo da informação mútua como medida da independência estatística. Embora o procedimento seja tratado com maiores detalhes nas próximas seções, nesse momento é apresentado um escopo geral do processo que recupera as fontes.

Considerando as aproximações para os processos inversos da etapa linear $\mathbf{B} \approx \mathbf{A}^{-1}$ e da etapa não-linear $\mathbf{g} \approx \mathbf{f}^{-1}$, a recuperação das fontes pode ser obtida conforme a Eq. 2, onde primeiramente as não-linearidades são removidas obtendo $\mathbf{x} \approx \mathbf{g}(\mathbf{z})$, e então resolve-se a parte linear das misturas $\mathbf{s} \approx \mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x}$ [2]. Nesse caso, obtêm-se estimativas para os sinais originais que são representadas por \mathbf{y} . Tal consideração é feita pois, além das aproximações numéricas envolvidas nos cálculos de $\mathbf{B} \in \mathbf{g}$, os métodos baseados na ICA possuem naturalmente ambiguidades de magnitude, fase e de ordem em relação às fontes, o que não permite uma recuperação exata destas [1].

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{g}(\mathbf{z}) \tag{2}$$

A Fig. 1 apresenta um esquemático completo, tanto do processo de mistura PNL como de estimativa das fontes. Nas próximas seções serão apresentados o FastICA e como este algoritmo clássico atua de maneira conjunta com os algoritmos bioinspirados OEP e OEP-ED para estimarem g e B.

III. ALGORITMO FASTICA

O FastICA é um algoritmo clássico na literatura da ICA de separação cega de fontes em misturas lineares. No contexto do PNL, o FastICA é utilizado para estimar a transformação linear **B** e recuperar os sinais originais das misturas.

De acordo com o Teorema Central do Limite (TCL), a soma de variáveis aleatórias independentes tende a uma



Fig. 1. Esquemático do processo de mistura PNL e recuperação das fontes a) OEP b) OEP-ED.

distribuição gaussiana. Baseando-se no TCL e na premissa de independência estatística das fontes, o FastICA busca por uma transformação linear que minimize a gaussianidade dos sinais observados de maneira a recuperar as fontes. Para tanto, o algoritmo é implementado tendo a função custo da negentropia que é otimizado pelo método do gradiente [1]. Uma etapa de pré-processamento aplicada antes do FastICA é o branqueamento que descorrelaciona os sinais.

Contudo, antes das misturas lineares é necessário remover as não-linearidades das misturas PNL. Seguindo o que foi proposto em [5], na próxima seção é apresentado como os algoritmos bioinspirados são aplicados para este fim, incluindo a nova proposta que envolve o uso da Evolução Diferencial.

IV. Algoritmos Bioinspirados

São consideradas duas versões de algoritmos bioinspirados aplicados para recuperação das fontes em misturas PNL. O primeiro trata-se da Otimização por Enxame de Partículas (desenvolvido em [5]), e o segundo de sua hibridização com o algoritmo de Evolução Diferencial, modificação que é proposta neste trabalho. Ambos estimam o conjunto de funções g para recuperar a etapa não-linear das misturas. Tais funções são representadas pela série de Taylor truncada, conforme a Eq. 3, onde apenas são considerados dois termos de ordem ímpar (M = 2), devido às propridades das funções descritas anteriormente.

$$g_i(z_i) \approx \sum_{k=1}^M c_{i,2k-1} z_i^{2k-1} = c_{i,1} z_i^1 + c_{i,3} z_i^3.$$
 (3)

O conjunto de parâmetros estimados pelos algoritmos bioinspirados para representar cada uma das n não-linearidades das misturas é dado pela Eq. 4

$$\mathbf{c} = (c_{1,1}, c_{1,3}, \dots, c_{n,1}, c_{n,3})^T.$$
(4)

Após a estimativa das não-linearidades o FastICA é utilizado para recuperar a parte linear da mistura. A otimização do processo completo é realizada através da minimização da informação mútua, dada pela Eq. 5 [6]. As entropias marginais são estimadas pela aproximação de Gram–Charlier, conforme a Eq. 6 [6], e as esperanças são obtidas por médias amostrais. O termo $H(\mathbf{z})$ é constante e pode ser desprezado na otimização.

$$I(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^{n} H(y_i) - H(\mathbf{z}) - \sum_{i=1}^{n} E\{\log(|g_i'(z_i)|)\} - \log|det\mathbf{B}|$$
(5)

$$H(y_i) \approx \frac{\log 2\pi e}{2} - \frac{(\kappa_3^i)^2}{2.3!} - \frac{(\kappa_4^i)^2}{2.4!} + \frac{3}{8} (\kappa_3^i)^2 \kappa_4^i + \frac{1}{16} (\kappa_4^i)^3,$$
(6)

onde κ_3 e κ_4 são cumulantes de terceira e quarta ordem de y_i , respectivamente.

A. Otimização por Enxame de Partículas

O OEP é baseado no comportamento de pássaros em enxames [7]. Nesse algoritmo, são inicializadas partículas em um espaço de busca cujas coordenadas correspondem às soluções candidatas para o problema de otimização. Neste caso, elas correspondem ao vetor de parâmetros c (dado pela Eq. 4). As partículas se deslocam no espaço sofrendo influência umas das outras de acordo com a topologia do enxame, o atrator social *social best* (c_{sbest}), e também são influenciadas pela melhor solução por elas já visitadas, o atrator cognitivo *particle best* (c_{pbest}). As Eq. 7 e Eq. 8 apresentam como a velocidade e a posição das partículas são atualizadas a cada nova iteração [7].

$$\mathbf{v}^{(k+1)} = w^{(k+1)}\mathbf{v}^{(k)} + \alpha_1^{(k+1)}\Delta\mathbf{c}_{\text{pbest}}^{(k)} + \alpha_2^{(k+1)}\Delta\mathbf{c}_{\text{sbest}}^{(k)},$$
(7)

$$\mathbf{c}^{(k+1)} = \mathbf{c}^{(k)} + \mathbf{v}^{(k+1)},\tag{8}$$

onde $\mathbf{v}^{(k+1)}$ é a velocidade atualizada da partícula na iteração k+1, w é o coeficiente de inércia do movimento, α_1 , α_2 são os coeficientes de aceleração em direção aos atratores $\mathbf{c}_{\text{pbest}} = \mathbf{c}_{\text{pbest}} - \mathbf{c} \in \Delta \mathbf{c}_{\text{sbest}} = \mathbf{c}_{\text{sbest}} - \mathbf{c}$ são vetores de deslocamento em direção aos atratores. As partículas atualizam seus atratores cognitivos caso visitem uma posição no espaço de busca melhor do que a do seu atratore sociais também são atualizados como consequência.

Com a finalidade de garantir melhores propriedades de convergência, exploração do espaço de busca no começo e maior capacidade de refinamento da solução ao final da execução, $w e \alpha_1$ são inicializados respectivamente em 0,9 e 2,5, e decrescem linearmente com o número de iterações k do algoritmo para 0,4 e 0,5, enquanto o atrator social possui um comportamento inverso, iniciando em 0,5 e aumenta até 2,5 [7].

A topologia do enxame define as conexões entre as partículas e, portanto, como elas podem trocar informações [7]. Foram consideradas três topologias, conforme a Fig 2: a global, onde todas as partículas são vizinhas umas das outras, a anel onde cada partícula faz vizinhança com outras duas e a quadrada, com quatro vizinhos, cada qual com diferentes propriedades de convergência que também serão avaliadas no problema de misturas PNL.



Fig. 2. Topologias do Enxame a) global b) anel c) quadrada.

B. Evolução Diferencial

A Evolução Diferencial (ED) é uma variação do algoritmo genético que permite otimização em espaço de busca contínuo [8]. Ele é inspirado no processo de evolução biológica onde soluções candidatas para o problema (cromossomos) são combinadas entre si de maneira que sejam permitidas algumas variabilidades [8], e são selecionadas de acordo com o *fitness*, também dado pela Eq. 5. Neste caso, o conjunto de parâmetros c e seus elementos $c_{i,j}$ passam a ser interpretados como cromossomos e seus genes, respectivamente.

A Eq. 9 [8] apresenta como a cada iteração do algoritmo novas soluções candidatas \mathbf{c}_{new} são produzidas a partir da combinação dos genes de outros cromossomos já presentes na população, \mathbf{c}_{r1} , \mathbf{c}_{r2} , e \mathbf{c}_{r3} . O valor de *fitness* de \mathbf{c}_{new} é avaliado, e caso se verifique uma melhora, este novo cromossomo passa a fazer parte da população substituindo o anterior (\mathbf{c}_{r1} , por exemplo).

$$\mathbf{c}_{\text{new}}^{(k+1)} = \mathbf{c}_{r1}^{(k)} + u_1(\mathbf{c}_{r1}^{(k)} - \mathbf{c}_{r2}^{(k)}) + u_2(\mathbf{c}_{r1}^{(k)} - \mathbf{c}_{r3}^{(k)}), \quad (9)$$

onde u_1 e u_2 são números aleatórios uniformementes distribuídos entre 0,75 e 1.

C. Algoritmos OEP e OEP-ED

A Fig. 3 apresenta o esquemático de funcionamento tanto do algoritmo OEP como da versão híbrida sendo proposta neste trabalho, o OEP-ED. Tanto o OEP como o OEP-ED, possuem um funcionamento similar. No OEP, as partículas são inicializadas no espaço de busca de maneira aleatória e com um determinado valor de *fitness*. Nas próximas iterações as partículas se deslocam e atualizam seus atratores caso visitem posições com valor de *fitness* melhores. O procedimento continua até que algum critério de parada seja atendido. Já no OEP-ED, o algoritmo ED atua de maneira complementar apenas em um conjunto que contém as piores partículas do enxame, onde é feita uma tentativa de melhorar seus atratores cognitivos antes de prosseguirem com as etapas do OEP.



Fig. 3. Esquemático dos algoritmos OEP e OEP-ED.

A Fig. 4 apresenta o procedimento para determinação do *fitness* tanto para o OEP como para o OEP-ED. Primeiramente as soluções candidatas estimam as funções não-lineares g, em seguida o FastICA é aplicado para resolver a parte linear

da mistura e por fim a informação mútua é estimada (Eq. 5). Uma estratégia adotada para reduzir o espaço de busca,

$$\begin{array}{|c|} \hline \mathsf{OEP} \\ \hline \mathsf{OEP-ED} \end{array} \longrightarrow \hline \sim \mathbf{g}(\mathbf{z}) \end{array} \rightarrow \hline \mathbf{FastICA} \longrightarrow \hline \mathbf{I}(\mathbf{y})$$

Fig. 4. Etapas para calcular o fitness.

que se aproveita das ambiguidades inerentes do modelo linear de amplitude e fase, é a normalização dos coeficientes dos atratores cognitivos (para cada g_i) conforme a Eq. 10.

$$c_{i,j} \leftarrow sign(c_{i,1}) \frac{c_{i,j}}{(c_{i,1}^2 + c_{i,3}^2)^{\frac{1}{2}}}, i = \{1, ..., n\} \ e \ j \in \{1, 3\}.$$

(10)

Nas próximas seções serão apresentadas as simulações computacionais e os resultados comparativos entre as duas configurações do algoritmo OEP e OEP-ED nas três topologias mencionadas.

V. SIMULAÇÕES

As simulações computacionais foram feitas com misturas de 6, 8 e 10 fontes geradas como ruído branco uniforme com média nula e variância unitária de 1000 amostras.

As matrizes de misturas **A** são geradas de maneira aleatória onde os elementos que fazem parte da diagonal principal são os maiores de suas respectivas linhas. A Fig. 5 apresenta os valores médios dos coeficientes e sua variabilidade, em termos do desvio padrão, para os diferentes tamanhos de misturas consideradas. Considerando os coeficientes das matrizes e as características das fontes, a amplitude dos sinais de mistura **x** estão restritas ao intervalo máx.($|\mathbf{x}|$) <= 2,5, de maneira que, independente do tamanho das misturas, a magnitude dos sinais resultantes da etapa linear e não-linear são compatíveis, garantindo uma melhor comparação dos resultados. As não-



Fig. 5. Matriz de mistura da etapa linear a) 6 fontes b) 8 fontes c) 10 fontes.

linearidades introduzidas nas misturas foram duas: $z_i = a_1 \tanh(a_2 x_i)$ e $z_i = a_1 \sinh(a_2 x_i)$, onde os coeficientes a_1 e a_2 são aleatórios e uniformes nos intervalos $0, 4 \le a_1 \le 0, 8$ e $0, 6 \le a_2 \le 0, 9$. A Fig. 6 apresenta as não-linearidades com suas variabilidades. As duas não-linearidades são aplicadas de maneira alternada para cada sinal x_i da etapa linear. Foram considerados enxames com 25 e 49 partículas nas três topologias: global, quadrada e em anel. O espaço de busca possui dimensão 2n, sendo 2 coeficientes de Taylor para cada sinal (Eq. 3), e limitado nos intervalos $|c_{i,j}| \le 1.5$. Como critérios de parada foram considerados dois casos: um máximo de 1000 iterações ou 40 iterações seguidas sem melhoria no cálculo do *fitness*.



Fig. 6. Funções não-lineares a) tangente hiperbólica b) seno hiperbólico.

No total, combinando os parâmetros anteriormente comentados, foram simulados 36 casos diferentes com 15 repetições cada para obtenção das estatísticas dos resultados.

Para avaliar a qualidade da recuperação das fontes foi utilizada a SIR (*Signal to Interference Ratio*) [2], conforme a Eq. 11. Essa é uma medida do sinal recuperado em relação a energia dos sinais interferentes (resíduos).

$$SIR_{dB} = 10\log(E[\mathbf{y}^2]/E[(\mathbf{y} - \mathbf{s})^2]).$$
(11)

Dadas as ambiguidades do modelo linear (Seção II-B), antes do cálculo da SIR os sinais y foram normalizados e reordenados com base na correlação com as fontes s.

VI. RESULTADOS OBTIDOS E ANÁLISE

A Fig. 7 apresenta em detalhes uma simulação particular com 10 fontes, na topologia quadrada com 49 partículas através do algoritmo OEP-ED. As 100 primeiras amostras são apresentadas para os sinais originais s, de mistura z, e os sinais recuperados y. É possível verificar que estes últimos são muito próximos dos sinais originais, demonstrando uma boa recuperação do algoritmo com uma SIR média de 20,0 dB e desvio padrão de 2,5 dB. Ainda no mesmo caso particular,



Fig. 7. Misturas PNL com 10 fontes a) fontes e sinais da mistura PNL b) fontes e estimativa para as fontes após a normalização.

a Fig. 8 mostra o histórico de adaptação dos 2 coeficientes de Taylor para 6 sinais (apenas) na mistura. Verifica-se que o $c_{i,1}$ é sempre positivo, conforme a normalização dada pela Eq. 10, e que os coeficientes dos sinais que foram submetidos a uma mesma não-linearidade convergem para valores próximos, como $c_{1,j}$, $c_{3,j}$ e $c_{5,j}$, e os coeficientes $c_{2,j}$, $c_{4,j}$ e $c_{6,j}$, com $j \in \{1,3\}$.

Considerando todas as simulações, a Fig. 9 apresenta o valor da SIR média para cada um dos 540 casos simulados, organizados por tamanho de mistura, topologia do enxame, e pelas versões do algoritmo OEP-ED e OEP. É possível



Fig. 8. Histórico de adaptação dos coeficientes de Taylor para os 6 primeiros sinais de mistura - coeficientes $c_{i,1}$ e coeficientes $c_{i,3}$.

verificar boa recuperação dos sinais (maioria dos casos acima de 10 dB). A Fig. 10 evidencia a diferença de desempenho



Fig. 9. SIR média de todos os casos simulados para diferentes topologias e tamanhos de mistura para os algoritmos OEP e OEP-ED.

entre os algoritmos OEP e OEP-ED, para os dois tamanhos de enxame. A versão híbrida apresentou resultados superiores, sendo menos afetada com o aumento das misturas, quando comparada com o OEP para o qual se verifica uma queda da SIR mais acentuada. Para este último, considerando os casos com 49 partículas a topologia quadrada se mostrou superior as demais no entanto, para o OEP-ED, a topologia não influenciou no resultado. A Fig. 11 apresenta os valores médios da SIR e seu desvio padrão para os mesmos casos de simulação executados com ambas versões do algoritmo bioinspirado. Na Fig.11a o OEP-ED mostra resultados melhores de SIR ao mesmo tempo que mantém uma menor variabilidade destes, como visto na Fig.11b. A Tabela I resume a diferença entre os algoritmos, mostrando que o OEP-ED foi superior nos diferentes casos simulados, e especialmente em misturas maiores que possuem mais parâmetros e são mais difíceis de serem resolvidas.



Fig. 10. Resultados considerando enxames com 25 e 49 partículas nas três topologias para os algoritmos a) OEP b) OEP-ED.

VII. CONCLUSÕES

Os algoritmos bioinspirados, em conjunto com o FastICA,



Fig. 11. Comparação entre o OEP-ED e o OEP a) SIR média b) Desvio padrão.

TABELA I Diferença entre o valor médio da SIR (dB) do algoritmo OEP-ED e o OEP.

N° Fontes	Global	Anel	Quadrada
6	+2,0	+1,0	+0,8
8	+3,9	+2,7	+1,7
10	+4,5	+4,1	+3, 3

tiveram bom desempenho para recuperação de fontes em misturas PNL nas diferentes condições de simulação. A configuração híbrida OEP-ED, proposta neste trabalho, apresentou os maiores valores de SIR e uma menor variabilidade dos resultados, quando comparado com o algoritmo OEP. Para este último, a topologia quadrada se mostrou superior. No entanto, a escolha da topologia não influenciou nos resultados obtidos pelo OEP-ED.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da CAPES, código de financiamento 001, e também da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) - projeto BIOS número 2020/09838-0.

REFERÊNCIAS

- A. Hyvärinen and E. Oja. Independent component analysis: algorithms and applications. *Neural networks*, 13(4):411–430, 2000.
- [2] Caroline Pires Alavez Moraes. Novas abordagens para separação cega de fontes no contexto post-nonlinear. Tese de mestrado, UFABC, Santo André - SP, 2020.
- [3] Zhongqiang Luo, Chengjie Li, and Lidong Zhu. A comprehensive survey on blind source separation for wireless adaptive processing: Principles, perspectives, challenges and new research directions. *IEEE access*, 6:66685–66708, 2018.
- [4] Takuya Kurihara and Kenya Jin'no. Analysis of convergence property of pso and its application to nonlinear blind source separation. In 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation, pages 976–981. IEEE, 2013.
- [5] Depieri F. Gustavo and Aline Neves. Otimização bioinspirada aplicada a separação cega de fontes no contexto post-nonlinear. XLI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais, 2023.
- [6] Anisse Taleb and Christian Jutten. Source separation in post-nonlinear mixtures. Signal Processing, IEEE Transactions on, 47:2807 – 2820, 11 1999.
- [7] Saptarshi Sengupta, Sanchita Basak, and Richard Alan Peters. Particle swarm optimization: A survey of historical and recent developments with hybridization perspectives. arXiv.org, 2018.
- [8] Yujun Zheng, Xueqin Lu, Minxia Zhang, and Shengyong Chen. Biogeography-Based Optimization: Algorithms and Applications. Springer, 01 2019.