

# Detector Baseado no Índice de Theil para Sensoriamento Espectral Cooperativo

Dayan Adionel Guimarães

**Resumo**—Recentemente foi desenvolvida uma nova abordagem de projeto de detectores para sensoriamento espectral, na qual se aplica um índice de desigualdade de receita, normalmente utilizado em Economia, objetivando construir uma estatística de teste que opera os elementos da matriz de covariância amostral do sinal recebido. O primeiro detector projetado sob esta abordagem foi o detector de índice de Gini (*Gini index detector*, GID). Este artigo propõe o detector baseado no índice de Theil (*Theil index detector*, TID), que supera o GID em muitas situações, com o atributo especial de ter complexidade temporal que cresce com menor taxa em função do número de usuários secundários.

**Palavras-Chave**—Acesso dinâmico ao espectro, índice de Gini, índice de Theil, rádio cognitivo, sensoriamento espectral.

**Abstract**—A new procedure for designing detectors for spectrum sensing has been recently coined. It adapts an incoming inequality index used in economic and social sciences to build a test statistic that operates on the entries of the received signal sample covariance matrix. The first outcome of this approach was the Gini index detector (GID). This article proposes the Theil index detector (TID), which outperforms the GID in many situations, yet attaining a time complexity that grows less with the number of secondary users.

**Keywords**—Cognitive radio, dynamic spectrum access, Gini index, spectrum sensing, Theil index.

## I. INTRODUÇÃO

A proliferação de sistemas de comunicação sem fio nos últimos anos resultou na escassez de espectro de radiofrequências (*radio-frequency*, RF) disponível. Essa escassez pode ser creditada à implementação de políticas de alocação de espectro fixo, na qual uma rede de usuários primários (*primary users*, PUs) detém direitos exclusivos para utilizar bandas de RF específicas. No entanto, pesquisas recentes indicam que inúmeras bandas de RF alocadas permanecem subutilizadas em regiões e períodos de tempo específicos, levando a uma utilização ineficiente do espectro [1].

Antecipa-se que o cenário de escassez de espectro de RF se deteriore com a expansão da Internet das Coisas (IoT) e das redes 5G, bem como com o surgimento das redes 6G. Esses avanços demandarão larguras de banda maiores e, conseqüentemente, intensificarão a competição pelos recursos de espectro já restritos [1].

D. A. Guimarães, Instituto Nacional de Telecomunicações (Inatel), Santa Rita do Sapucaí, MG, e-mail: dayan@inatel.br. Este trabalho foi parcialmente financiado pela RNP com recursos do MCTIC, Contrato 01245.020548/2021-07 do ‘Projeto Brasil 6G’ do Centro de Referência em Radiocomunicações (CRR) do Inatel; pelo Centro de Competência em 5G/6G EMBRAPPI-Inatel com recursos do PPE-00124-23 da FAPEMIG e do PPI IoT/Manufatura 4.0 do MCTI ‘Projeto XGM-AFCCT-2024-4-1-2’, Contrato 052/2023; pela FAPESP, Contrato 2022/09319-9; e pelo CNPq, Contrato 302589/2021-0.

Uma potencial solução para o problema da utilização ineficiente do espectro envolve a implementação de redes de rádios cognitivos (CRs). Essas redes permitem a identificação de bandas desocupadas resultantes da ocupação variável do espectro da rede primária tanto no tempo quanto no espaço [2]. Em tais cenários, uma política de acesso espectral dinâmico (*dynamic spectrum access*, DSA) pode ser implementada, permitindo que terminais cognitivos de usuários secundários (*secondary users*, SUs) utilizem oportunisticamente bandas de frequência desocupadas. Essa abordagem, conhecida como sensoriamento de espectro, emprega técnicas com ou sem o auxílio de uma base de dados de ocupação do espectro de RF para detectar lacunas espectrais [1], [3].

Enquanto o sensoriamento espectral individual realizado por cada SU pode ser sensível a efeitos como desvanecimento por multipercursos, somreamento de sinal e terminais ocultos, o sensoriamento espectral cooperativo (*cooperative spectrum sensing*, CSS) combate tais efeitos empregando múltiplos SUs, o que aumenta a precisão das decisões sobre o estado de ocupação da banda sensoriada.

Este artigo considera um CSS com detecção distribuída e decisão centralizada com fusão de dados, no qual amostras do sinal recebido dos SUs são transmitidas para um centro de fusão (*fusion center*, FC). No FC, essas amostras são utilizadas para calcular uma estatística de teste, que é então comparada com um limiar de decisão para produzir a decisão global sobre o estado de ocupação da banda monitorada.

Existe uma vasta lista de técnicas de detecção para sensoriamento espectral, desde a conhecida detecção de energia até soluções modernas baseadas em redes neurais, aprendizado de máquina e inteligência artificial, passando por estratégias de detecção baseadas em características cicloestacionárias do sinal e em autovalores [3].

Recentemente, a aplicação de um índice de desigualdade foi proposta como uma abordagem inovadora e promissora para o projeto de detectores [4]. Esse tipo de índice é comumente utilizado em ciências econômicas e sociais para medir a desigualdade de renda ou riqueza entre grupos ou populações. Utilizando essa abordagem pela primeira vez, o detector de índice de Gini (*Gini index detector*, GID) foi proposto em [4], onde a fórmula do coeficiente de Gini foi adaptada para operar sobre os elementos da matriz de covariância amostral (*sample covariance matrix*, SCM) do sinal recebido. O detector GID resultante possui baixa complexidade computacional, é robusto contra variações nos níveis de potência de sinal e de ruído, e exhibe a propriedade de taxa de falso alarme constante (*constant false alarm rate*, CFAR), superando vários detectores em muitas situações de interesse prático.

Este artigo propõe o detector baseado no índice de Theil (*Theil index detector*, TID) também utilizado para a medição de desigualdade de renda [5]. É demonstrado que o TID é robusto contra variações nos níveis de potência de sinal e de ruído, tem a propriedade de CFAR e possui baixa complexidade computacional. Além disso, o TID apresenta desempenho melhor que o GID em muitas situações, mas exibindo uma latência muito abaixo de seu predecessor. O desempenho de ambos os detectores é avaliado por meio de uma simulação computacional criada de acordo com um modelo de sistema de grande apelo prático, o qual leva em conta potências de sinal recebido dependentes da distância, níveis de ruído não uniformes entre os SUs, desvanecimento por multipercursos com condição de linha de visada variável e um procedimento consistente para calibração da razão sinal-ruído (*signal-to-noise ratio*, SNR). Além disso, o modelo é submetido a variações dos principais parâmetros do sistema que regem o desempenho do sensoriamento espectral, permitindo uma avaliação realista e ampla dos detectores TID e GID.

As seções subsequentes deste artigo estão estruturadas da seguinte forma: A Seção II apresenta os modelos de sinal, ruído e canal. A estatística de teste do TID é desenvolvida na Seção III. Na Seção IV apresenta-se brevemente o detector GID. A Seção V concentra-se nos resultados numéricos e discussões, enquanto a Seção VI fornece as considerações finais do trabalho.

## II. MODELAGEM DE SINAL, RUÍDO E CANAL

O modelo aqui adotado para CSS centralizado com fusão de dados é baseado em [6]. Alguns detalhes são, portanto, omitidos visando concisão. O sensoriamento é realizado por  $m$  SUs, cada um coletando  $n$  amostras do sinal primário durante um intervalo de sensoriamento. As amostras coletadas são transmitidas para o FC por meio de um canal de controle sem erros, lá formando a matriz de amostras  $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{m \times n}$  dada por

$$\mathbf{Y} = \mathbf{h}\mathbf{x}^T + \mathbf{V}, \quad (1)$$

em que o vetor  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{n \times 1}$  contém as amostras do sinal primário, modeladas como variáveis aleatórias Gaussianas complexas com média zero. O vetor de canal  $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{m \times 1}$  compreende elementos  $h_i$  que denotam os ganhos de canal entre o transmissor PU e o  $i$ -ésimo SU, para  $i = 1, \dots, m$ . A variação temporal desses ganhos reflete o efeito de desvanecimento resultante da propagação multipercursos do sinal e da mobilidade dos SUs. Especificamente,  $\mathbf{h} = \mathbf{G}\mathbf{a}$ , em que  $\mathbf{G}$  representa uma matriz de ganho a ser definida posteriormente, e  $\mathbf{a} \in \mathbb{C}^{m \times 1}$  é um vetor composto por variáveis aleatórias Gaussianas complexas  $a_i \sim \mathcal{CN}[\sqrt{K/(2K+2)}, 1/(K+1)]$ . Aqui,  $K = 10^{K^{(\text{dB})}/10}$  representa o fator de Rice dos canais entre o PU e os SUs, com  $K^{(\text{dB})} = 10 \log_{10}(K)$  denotando seu valor em decibéis.

Com base nos resultados reportados em [7], observou-se que  $K^{(\text{dB})}$  é uma variável aleatória que pode ser caracterizada por uma distribuição Gaussiana com média  $\mu_K$  e desvio padrão  $\sigma_K$ , ambos expressos em decibéis. Os valores típicos de  $\mu_K$  e  $\sigma_K$  são determinados com base nas características de propagação do sinal, de acordo com o ambiente. Por exemplo,

em áreas urbanas,  $\mu_K = 1,88$  dB e  $\sigma_K = 4,13$  dB. Em áreas rurais ou abertas, tipicamente  $\mu_K = 2,63$  dB e  $\sigma_K = 3,82$  dB, enquanto regiões suburbanas têm  $\mu_K = 2,41$  dB e  $\sigma_K = 3,84$  dB [7].

Os níveis de potência do sinal recebido nos SUs podem variar em intensidade e ao longo do tempo devido a diferenças nas distâncias entre o transmissor PU e os SUs, bem como variações nessas distâncias em diferentes eventos de detecção resultantes do movimento dos SUs. Nesse cenário, a matriz de ganho  $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times m}$  mencionada anteriormente é dada por  $\mathbf{G} = \text{diag}(\sqrt{\mathbf{p}/P_{\text{tx}}})$ , em que  $\mathbf{p} = [P_{\text{rx}1}, \dots, P_{\text{rx}m}]^T$  representa o vetor de potências do sinal PU recebido pelos  $m$  SUs, com  $[\cdot]^T$  indicando transposição. Aqui,  $P_{\text{tx}}$  denota as potências de transmissão do PU em watts, e  $\text{diag}(\cdot)$  é uma matriz diagonal com sua diagonal principal formada pelos elementos do vetor no argumento.

O modelo de previsão de perda de percurso *log-distance* [8] é empregado neste contexto para calcular a potência do sinal recebido no  $i$ -ésimo SU, em watts, resultando em

$$P_{\text{rx}i} = P_{\text{tx}} \left( \frac{d_0}{d_i} \right)^\eta, \quad (2)$$

em que  $d_0$  representa uma distância de referência situada na região de campo distante da antena transmissora,  $d_i$  denota a distância entre o PU e o  $i$ -ésimo SU, e  $\eta$  é o expoente de perdas no percurso do sinal. Todas as medidas de distância são especificadas em metros.

Discrepâncias e flutuações nas potências de ruído nos receptores dos SUs podem surgir devido a flutuações de temperatura, disparidades entre *front-ends* e sinais indesejados entrando nos receptores e contribuindo para a elevação do piso de ruído. Para caracterizar tais condições, os elementos da  $i$ -ésima linha da matriz  $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{m \times n}$  definida em (1) são modelados como variáveis aleatórias Gaussianas com média zero e variância

$$\sigma_i^2 = (1 + \rho u_i) \bar{\sigma}^2, \quad (3)$$

sendo  $u_i$  uma realização de uma variável aleatória uniforme  $U_i$  dentro do intervalo  $[-1, 1]$ ,  $\bar{\sigma}^2$  a potência média de ruído nos SUs, e  $0 \leq \rho < 1$  a fração de variação na potência de ruído  $\sigma_i^2$  em torno de  $\bar{\sigma}^2$ .

A SNR instantânea entre os SUs,  $\gamma$ , é uma variável aleatória devido à sua dependência de  $\sigma_i^2$  e  $d_i$ , ambos aleatórios. Com base em (2) e (3), uma realização de  $\gamma$  é

$$\gamma = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{P_{\text{tx}} (d_0/d_i)^\eta}{(1 + \rho u_i) \bar{\sigma}^2}. \quad (4)$$

Portanto, a SNR média nos SUs é determinada por  $\mathbb{E}[\gamma]$ , em que  $\mathbb{E}[\cdot]$  denota o valor esperado de  $\gamma$ . Para realizar esse modelo de SNR, inicialmente computa-se o valor esperado de  $\gamma'$ , definido para  $\bar{\sigma}^2 = 1$  e  $\{d_i\}$ . Pode ser demonstrado [6] que este valor esperado é dado por

$$\mathbb{E}[\gamma'] = \ln \left( \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \right) \frac{1}{2\rho m} \sum_{i=1}^m P_{\text{rx}i} \quad (5)$$

para  $0 < \rho < 1$ , e para  $\rho = 0$  é dado por

$$\mathbb{E}[\gamma'] = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m P_{\text{rx}i}. \quad (6)$$

Como  $\text{SNR} = \mathbb{E}[\gamma] = \mathbb{E}[\gamma']/\bar{\sigma}^2$ , a variância de ruído calibrada é dada por

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\mathbb{E}[\gamma']}{\text{SNR}}. \quad (7)$$

Este valor de  $\bar{\sigma}^2$  é inserido em (3), juntamente com uma realização  $u_i$  da variável aleatória  $U_i$ , para obter  $\sigma_i^2$ , que representa a variância das amostras de ruído na  $i$ -ésima linha de  $\mathbf{V}$ . Novos valores de  $\{\sigma_i^2\}$  são calculados para cada evento de sensoriamento, introduzindo assim a variabilidade temporal desejada nos níveis de ruído.

A matriz  $\mathbf{Y}$  em (1) é construída no FC a partir das  $mn$  amostras encaminhadas pelos SUs. Sob a hipótese  $\mathcal{H}_1$ , que significa a presença do sinal PU na banda sensoriada, esta matriz é dada por  $\mathbf{Y} = \mathbf{h}\mathbf{x}^T + \mathbf{V}$ . Por outro lado, sob a hipótese  $\mathcal{H}_0$ , que indica a ausência do sinal PU, tem-se que  $\mathbf{Y} = \mathbf{V}$ . A partir de  $\mathbf{Y}$ , o FC calcula a matriz de covariância amostral de ordem  $m \times m$ , dada por

$$\mathbf{R} = \frac{1}{n} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^\dagger, \quad (8)$$

em que  $\dagger$  denota conjugado transposto. As estatísticas de teste dos detectores TID e GID são construídas a partir dos elementos de  $\mathbf{R}$ .

### III. DETECTOR TID

O índice de Theil é uma estatística usada principalmente para medir desigualdade de renda e outros fenômenos econômicos, bem como segregação racial. No contexto da medida de desigualdade de renda, seja  $y_i$  a renda da  $i$ -ésima população, para  $i = 1, \dots, N$ , e seja  $\bar{y} = \sum_{i=1}^N y_i$  a renda média. O índice de Theil [5] é definido por

$$\tau = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\bar{y}} \ln \left( \frac{y_i}{\bar{y}} \right). \quad (9)$$

Para adaptar o índice de Theil ao cenário de sensoriamento espectral, as rendas operadas em (9) precisam ser traduzidas em alguma quantidade obtida a partir do processo de detecção. Assim como no caso índice the Gidi no detector GID, o índice Theil é aqui utilizado para medir o nível de desigualdade entre os elementos da SCM do sinal recebido quando o estado de ocupação da banda sensoriada muda. Para ilustrar esse conceito, a Fig. 1 mostra o gráfico de superfície dos valores absolutos dos elementos de uma SCM de ordem 40 sob as hipóteses de ausência (Fig. 1a) e presença (Fig. 1b) do sinal primário. Se esses valores forem vistos como rendas, o índice de Theil pode ser usado para distinguir as SCMs e, assim, pode ser aplicado como uma estatística de teste de hipótese binária para o sensoriamento espectral.

O cômputo do índice de Theil é adaptado ao contexto do sensoriamento espectral cooperativo removendo-se de (9) a divisão por  $N$  e substituindo-se as rendas  $y_i$  pelos valores absolutos dos elementos  $r_{ij}$  da matriz  $\mathbf{R}$ . Adota-se também o recíproco do índice de Theil, resultando na estatística de teste do detector TID, dada por

$$T_{\text{TID}} = \left[ \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^m (2 - I) \frac{|r_{ij}|}{\bar{r}} \ln \left( \frac{|r_{ij}|}{\bar{r}} \right) \right]^{-1}, \quad (10)$$

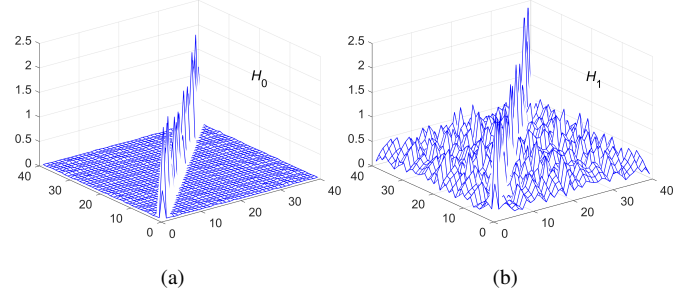


Fig. 1: (a) Gráficos dos valores absolutos dos elementos de uma SCM de ordem 40 sob as hipóteses: (a)  $\mathcal{H}_0$  e (b)  $\mathcal{H}_1$ .

sendo  $I = 1$  se  $i = j$  (elementos na diagonal principal) de  $\mathbf{R}$ , e  $I = 0$  se  $i \neq j$  (elementos fora da diagonal principal) e

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m |r_{ij}|. \quad (11)$$

A divisão pelo número de termos somados pôde ser removida devido ao fato de um fator de escala qualquer aplicado a uma estatística de teste não influenciar no desempenho do detector. A soma de  $m(m+1)/2$  termos se deve ao fato de que os valores absolutos dos elementos acima e abaixo da diagonal principal de  $\mathbf{R}$  são iguais, o que se contabiliza adequadamente pela ação da variável indicadora  $I$ . Por fim, o recíproco do índice de Theil foi aplicado para que, por conveniência, a presença do sinal primário seja indicada por um valor de  $T_{\text{TID}}$  maior que o limiar de decisão. Sem esta medida o detector também funcionaria, mas a presença do sinal primário seria indicada por um valor de  $T_{\text{TID}}$  menor que o limiar de decisão.

### IV. O DETECTOR GID

Como o GID é o detector de referência para os resultados comparativos apresentados a seguir, esta seção apresenta brevemente sua estatística de teste.

Seja  $r_i$  o  $i$ -ésimo elemento do vetor  $\mathbf{r}$  formado pelo empilhamento de todas as colunas de  $\mathbf{R}$ , para  $i = 1, \dots, m^2$ . A estatística de teste do GID proposta em [4] é calculada no FC de acordo com

$$T_{\text{GID}} = \frac{2(m^2 - m) \sum_{i=1}^{m^2} |r_i|}{\sum_{i=1}^{m^2} \sum_{j=1}^{m^2} |r_i - r_j|}, \quad (12)$$

em que a constante  $2(m^2 - m)$  foi usada em [4] por conveniência, mas não influencia o desempenho do detector do GID, e pode ser, portanto, removida.

### V. RESULTADOS NUMÉRICOS

A topologia de rede para sensoriamento de espectro cooperativo adotada neste artigo é ilustrada pela Fig. 2. Ela compreende uma rede secundária com  $m$  SUs ( $m = 10$  nesta figura) que estão distribuídos uniformemente em uma área de cobertura circular com raio de  $r$  metros. Um valor normalizado de  $r = 1$  foi utilizado na figura, com o transmissor PU localizado em  $(x, y) = (1, 1)$  metros. O FC, que pode ser

a estação base da rede secundária, está localizado no centro da área de cobertura. Em cada evento de sensoriamento, novas posições aleatórias dos SUs são determinadas, com o objetivo de simular SUs móveis.

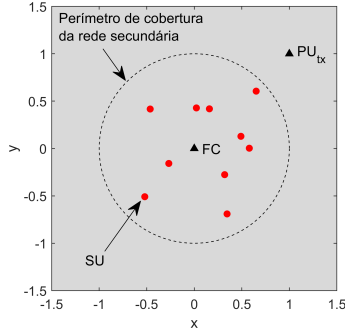


Fig. 2: Topologia do CSS para  $m = 10$  SUs, raio de cobertura normalizado  $r = 1$  m, FC em  $(x, y) = (0, 0)$ , e transmissor PU em  $(x, y) = (1, 1)$ .

Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos usando o código MATLAB [9], a partir de pelo menos 20000 execuções de simulação de Monte Carlo, cada uma correspondendo a um evento de sensoriamento de espectro. A menos que seja explicitamente declarado de forma diferente, os seguintes parâmetros foram adotados:  $m = 6$  SUs, SNR =  $-10$  dB, expoente de perdas  $\eta = 2,5$ , raio de cobertura da rede secundária  $r = 1$  km, distância de referência  $d_0 = 1$  m, potência do transmissor primário  $P_{tx} = 5$  watts, localização do transmissor PU em  $(1, 1)$  km,  $n = 200$  amostras, fração de variação de ruído  $\rho = 0,5$ , média do fator de Rice  $\mu_K = 1,88$  dB, desvio padrão do fator de Rice  $\sigma_K = 4,13$  dB e probabilidade de falso alarme constante  $P_{fa} = 0,1$ .

#### A. Propriedade CFAR do detector TID

A propriedade CFAR é a capacidade de um detector de manter uma probabilidade fixa de falso alarme,  $P_{fa}$ , independentemente da potência do ruído. Neste caso, o limiar de decisão é definido na fase de projeto do detector para uma  $P_{fa}$  alvo e é mantido inalterado, independentemente do nível de ruído. A Fig. 3 mostra funções densidade de probabilidade (*probability density functions*, PDFs) empíricas estimadas para 20000 valores de  $T_{TID}$  sob a hipótese  $\mathcal{H}_0$ , para dois valores de  $\bar{\sigma}^2$ . Pode-se observar que as PDFs são praticamente iguais, mantendo assim a  $P_{fa}$  para qualquer limiar de decisão que seja definido.

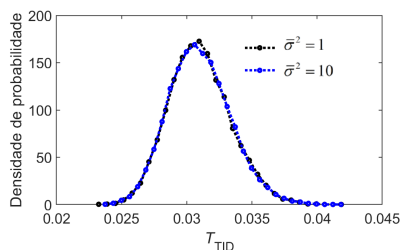


Fig. 3: PDFs empíricas de  $T_{TID}$  sob  $\mathcal{H}_0$ .

#### B. Comparações de desempenho

A análise da influência de  $m$  sobre a probabilidade de detecção  $P_d$  e sobre o tempo de execução pode ser feita com a ajuda da Fig. 4. Como esperado, o aumento de  $m$  melhora o desempenho do TID e do GID, com retornos progressivamente decrescentes. O GID é ligeiramente superior ao TID para valores menores de  $m$ , enquanto o oposto ocorre para valores de  $m$  acima de 17, aproximadamente.

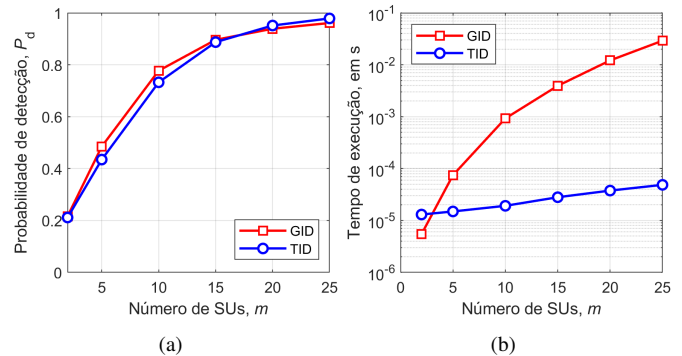


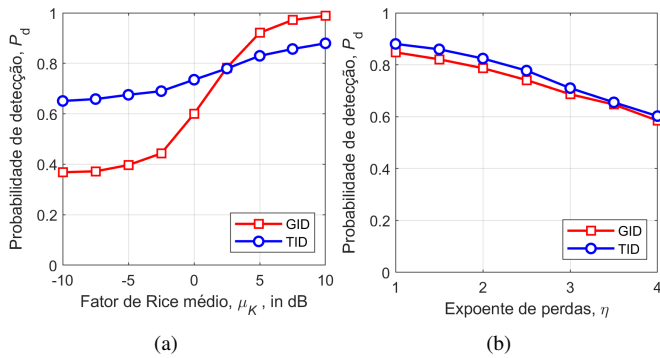
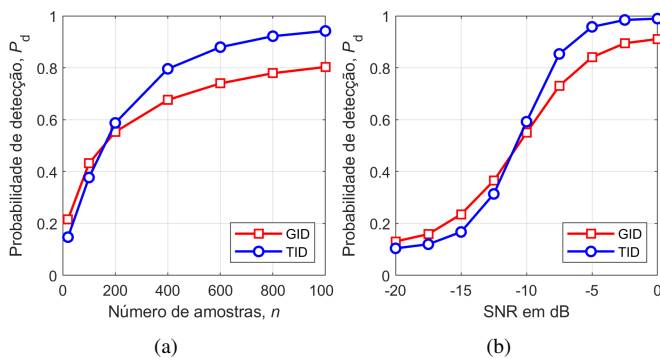
Fig. 4: (a) Probabilidade de detecção versus  $m$ , e (b) tempo de execução versus  $m$ .

A Fig. 4b revela um resultado de grande atratividade, que é o tempo de execução muito menor do TID à medida que  $m$  aumenta. Uma curva de ajuste do tipo  $ax^b + c$  foi aplicada às medições de tempo de execução do GID, resultando em  $a \approx 9,5 \times 10^{-8}$ ,  $b \approx 3,9$  e  $c \approx 4,2 \times 10^{-5}$ . No caso do TID, o melhor ajuste foi produzido por uma curva polinomial do tipo  $ax^2 + bx + c$ , levando a  $a \approx 4,3 \times 10^{-8}$ ,  $b \approx 3,9 \times 10^{-7}$  e  $c \approx 1,2 \times 10^{-5}$ . Portanto, o tempo de computação do GID segue uma taxa de crescimento de ordem  $\mathcal{O}(m^{3,9})$ , enquanto o TID segue uma taxa de crescimento de ordem  $\mathcal{O}(m^2)$ . Claramente, à medida que  $m$  aumenta, o TID é capaz de fornecer uma latência consideravelmente menor que o GID.

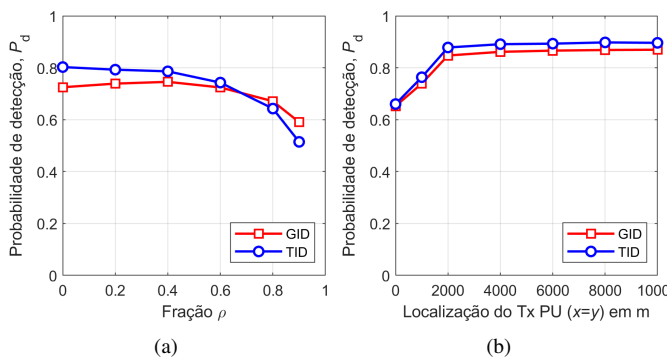
As influências de  $\mu_K$  e  $\eta$  em  $P_d$  são mostradas na Fig. 4. Pode-se observar que o TID supera o GID em valores de  $\mu_K$  menores que 2,5, aproximadamente, enquanto o GID é mais vantajoso em valores mais altos de  $\mu_K$ . Vale lembrar que os valores típicos de  $\mu_K$  são menores que 2,5 [7]. A Fig. 5b revela que valores maiores de  $\eta$  reduzem o desempenho de ambos os detectores, como esperado, já que essa situação produz discrepâncias maiores entre as potências de sinal recebidas pelos SUs (vale ressaltar que a SNR foi mantida a mesma para qualquer  $\eta$ ). No entanto, o TID revela uma pequena vantagem sobre o GID para todos os valores de  $\eta$ .

A Fig. 6 ilustra as influências de  $n$  e SNR em  $P_d$ , considerando-se  $m = 4$  nos dois casos. Pode-se observar que o desempenho de ambos os detectores melhora à medida que  $n$  aumenta, como esperado, e que o TID é preferível para um maior número de amostras, enquanto o GID é ligeiramente superior em pequenos valores de  $n$ . Em relação à SNR, o desempenho de ambos os detectores melhora à medida que a SNR aumenta, como também esperado, com uma vantagem considerável do TID em regimes de alta SNR, e uma vantagem pequena do GID em regimes de baixa SNR.

Por fim, a Fig. 7 ilustra as influências de  $\rho$  e das coordenadas


 Fig. 5: (a) Probabilidade de detecção versus  $\mu_K$ , e (b) versus  $\eta$ .

 Fig. 6: (a) Probabilidade de detecção versus  $n$ , e (b) versus SNR.

do transmissor PU em  $P_d$ . A Fig. 7a demonstra que ambos os detectores são bastante robustos contra flutuações na potência do ruído, com o TID apresentando um pouco mais de sensibilidade que o GID. Em relação à localização do transmissor PU, pode-se observar na Fig. 7b que os desempenhos de ambos os detectores são reduzidos quando  $(x, y) < 2000$  m, mantendo-se praticamente inalterados para distâncias maiores. A redução de desempenho, que é um resultado esperado, ocorre devido ao fato de que maiores discrepâncias entre os níveis de sinal recebidos ocorrem se o transmissor PU estiver mais próximo dos SUs.


 Fig. 7: (a) Probabilidade de detecção versus  $\eta$ , e (b) versus coordenadas  $(x, y)$  to transmissor primário para  $(x = y)$ .

## VI. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou o detector do índice de Theil (*Theil index detector*, TID) para a sensoramento espectral cooperativo centralizado. O desempenho do TID foi contrastado com o primeiro detector projetado usando um índice de desigualdade de renda, que é o detector do índice de Gini (*Gini index detector*, GID). Foi demonstrado que o TID supera o GID em muitas situações, com o atributo especial de alcançar uma complexidade de tempo que cresce de forma quadrática com o número de usuários secundários. Especificamente, o TID segue uma taxa de crescimento  $\mathcal{O}(m^2)$  para o tempo de computação, enquanto o GID segue uma taxa de crescimento de ordem  $\mathcal{O}(m^{3.9})$ . Portanto, à medida que  $m$  aumenta, o TID é capaz de fornecer uma latência muito menor em comparação com o GID.

A complexidade de hardware, que só pode ser avaliada com precisão após o GID e o TID serem implementados usando designs de circuitos integrados programáveis em campo (*field programmable gate array*, FPGA) e circuitos integrados de aplicações específicas (*application-specific integrated circuit*, ASIC), pode ser antecipada comparando as estatísticas de teste do GID e do TID: pode-se concluir que o TID tem potencial para alcançar uma complexidade de hardware menor do que o GID devido ao menor número de operações realizadas para calcular sua estatística de teste.

Por fim, vale ressaltar que, por uma questão de brevidade, as comparações foram conduzidas exclusivamente entre GID e TID. No entanto, pode-se facilmente inferir sobre o desempenho do TID em relação a outros detectores examinando em [4] como o GID se compara com técnicas alternativas.

## REFERÊNCIAS

- [1] A. Nasser, H. Al Haj Hassan, J. Abou Chaaya, A. Mansour, and K.-C. Yao, "Spectrum sensing for cognitive radio: Recent advances and future challenge," *Sensors*, vol. 21, no. 7, 2021. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/1424-8220/21/7/2408>
- [2] J. Mitola III and G. Q. Maguire Jr., "Cognitive radio: making software radios more personal," *IEEE Personal Commun. Mag.*, vol. 6, no. 4, pp. 13–18, Aug 1999.
- [3] D. A. Guimarães, "Spectrum sensing: A tutorial," *Journal of Communication and Information Systems*, vol. 37, no. 1, pp. 10–29, Feb. 2022. [Online]. Available: <https://jcis.sbrt.org.br/jcis/article/view/811>
- [4] —, "Gini index inspired robust detector for spectrum sensing over Ricean channels," *Electronics Letters*, November 2018, doi: 10.1049/el.2018.7375.
- [5] R. Neves Costa and S. Pérez-Duarte, "Not all inequality measures were created equal - The measurement of wealth inequality, its decompositions, and an application to European household wealth," European Central Bank, Statistics Paper Series, Dec 2019. [Online]. Available: <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpsps/ecb.sps31-269c917f9f.en.pdf>
- [6] D. A. Guimarães, "Hybrid fusion of Pietra-Ricci index detector information for cooperative spectrum sensing," *Ad Hoc Networks*, vol. 150, p. 103265, 2023. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1570870523001853>
- [7] S. Zhu, T. S. Ghazany, S. M. R. Jones, R. A. Abd-Alhameed, J. M. Noras, T. Van Buren, J. Wilson, T. Suggett, and S. Marker, "Probability distribution of Rician  $K$ -factor in urban, suburban and rural areas using real-world captured data," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 62, no. 7, pp. 3835–3839, Jul 2014, doi: 10.1109/TAP.2014.2318072.
- [8] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles And Practice*, 2nd ed. Pearson Education, 2010.
- [9] D. A. Guimarães, "MATLAB code to simulate the Theil index detector (TID) and the Gini index detector (GID) for spectrum sensing," May 2024. [Online]. Available: <https://www.dropbox.com/scl/fi/iqgu342vf4rco1umwm84y/GIDvsTID.m?rlkey=ks50xs56lig3sh62e3zr0028q&dl=0>