

Redução de Ruído em Imagem de Ressonância Magnética Cerebral utilizando Limiarização Wavelet Adaptativa baseada no Fator de Predição Linear

Ananias Pereira Neto¹ e Fabrício J. B. Barros²

Resumo—As técnicas de limiarização *wavelet*, através de ajustes dos coeficientes *wavelets*, têm como função básica reduzir ou eliminar efeitos indesejados em meios de comunicação de dados, em especial aplicativos computacionais, armazenamento digital, em alguma etapa desse processo as informações podem ser modificadas por diversas interferências, principalmente devido ao ruído. Este trabalho propõe um método de redução de ruído de imagem de ressonância magnética cerebral, na proposta, utiliza-se a limiarização *wavelet* adaptativa reduzindo ou anulando os coeficientes ruidosos da transformada *wavelet* que são considerados irrelevantes para a imagem processada, além do ajuste do limiar com base no Fator de Predição Linear, que considera a correlação entre a imagem original e ruidosa. A técnica proposta foi comparada com técnicas tradicionais na literatura. Os resultados experimentais mostram que o método apresenta melhorias significativas em métricas de MSE, PSNR e SSIM.

Palavras-Chave—Transformada *wavelet*, Limiarização *wavelet*, Redução de ruído de imagem.

Abstract—The basic function of wavelet thresholding techniques, by adjusting the wavelet coefficients, is to reduce or eliminate unwanted effects in data communication media, especially computer applications and digital storage. At some stage of this process, the information can be modified by various interferences, mainly due to noise. This work proposes a method for reducing noise in brain magnetic resonance image, using adaptive wavelet thresholding to reduce or cancel out noisy wavelet transform coefficients that are considered irrelevant to the processed image, as well as adjusting the threshold based on the Linear Prediction Factor, which takes into account the correlation between the original and noisy images. The proposed technique was compared with traditional techniques in the literature. The experimental results show that the method presents significant improvements in MSE, PSNR and SSIM metrics.

Keywords—Wavelet transform, Wavelet threshold, Image denoising.

I. INTRODUÇÃO

Diagnósticos utilizando imagens médicas agregam contribuições essenciais para a medicina atual, especialmente a Ressonância Magnética por Imagem (MRI - *Magnetic Resonance Imaging*) que apresenta alta precisão e qualidade no detalhamento das imagens do corpo humano, incluindo as imagens cerebrais de ressonância magnética [1]. Entretanto, o ruído agregado durante aquisição da imagem dificulta as análises e

interpretações pelo especialista comprometendo a qualidade do diagnóstico. Neste contexto, a redução do ruído em imagens de ressonância magnética torna-se uma etapa crucial para melhorar a precisão e confiabilidade do diagnóstico [2].

Uma abordagem promissora para reduzir o ruído em imagens baseia-se no uso de *Wavelets* Adaptativas. As *Wavelets* Adaptativas são ferramentas poderosas para o processamento de sinais e imagens que têm se mostrado eficazes na redução de ruído em imagens cerebrais de ressonância magnética [3]-[7].

Para utilizar os benefícios da transformada *wavelet* e minimizar os efeitos do ruído, os diversos métodos de limiarização *wavelet* adaptativa utilizam para o ajuste dos coeficientes ruidosos da *wavelet* uma combinação de parâmetros como, desvio padrão do ruído, o comprimento do sinal processado e o nível de decomposição da transformada que estima as propriedades do sinal no domínio da frequência [8]. No entanto, esses parâmetros aplicados nos métodos de limiarização *wavelet* adaptativa não utilizam informações temporais acessíveis na sequência do sinal processado, além dos efeitos ruidosos que estão presentes, uma vez que o processamento do sinal ignora o aspecto temporal para a sequência do sinal com alta intensidade de movimento. A grande parte dos métodos de limiarização *wavelet* são apropriadas somente para processar sequência de sinais com baixa e média intensidade de movimento. Neste contexto, os métodos de limiarização *wavelet* adaptativa atuais, que são utilizadas para eliminação do ruído, precisam de parâmetros que considerem a correlação entre coeficientes ruidosos e não ruidosos, garantindo assim a eliminação do ruído no domínio temporal.

O método de limiarização *wavelet* original para redução de ruído foi desenvolvida por Donoho e Johnstone [9]-[11], os trabalhos desenvolvidos mostram vários métodos de limiar, o principal denominado de limiar universal. Esse limiar resulta de uma estimativa ótima no sentido de minimizar o erro do limiar dos coeficientes da *wavelet* ao longo do processamento dos sinais, essa proposta também conhecida como estimador do limiar *VisuShrink*. A técnica consiste na transformada *wavelet* e no limiar apresentando características simples e eficientes de implementação.

Afim de melhorar os principais trabalhos propostos por Donoho e seus colaboradores, um limiar derivado de uma estrutura bayesiana é proposto em [12], denominado de *BayesShrink*. O limiar *BayesShrink* é simples e adaptável a cada sub-banda que depende de estimativas baseadas em dados, resultando em parâmetros escolhidos de acordo com critérios

¹Ananias Pereira Neto, Departamento de Telecomunicações, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará - IFPA, Belém 66093-020, e-mail: ananias.neto@ifpa.edu.br; ²Fabrício J. B. Barros, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Pará - UFPA, Belém 66075-110.

derivado do comprimento mínimo de descrição que ajudam significativamente na redução do ruído baseado no limiar suave *wavelet*.

Trabalhos na literatura desempenham um papel fundamental na redução de ruído utilizando *wavelets* e são utilizados amplamente na remoção de ruído de imagem de ressonância magnética cerebral. Esses trabalhos procuram focar em uma *wavelet* ideal para redução do ruído, além do desenvolvimento de uma nova função de limiarização e novos valores de limiar.

Zhang et al. [3] propuseram um método para remoção de ruído em imagem utilizando uma nova função de limiar que combina as vantagens das funções de limiar suave e rígida ajustado pelo valor do parâmetro k , além disso, a proposta evita o fenômeno de oscilação gerado pela redução do ruído e a precisão da estimativa de limiar é melhorado pelo ajuste do parâmetro α , quando um valor α é menor um limiar de alta frequência é calculado, resultando em um limiar ligeiramente maior, quando um valor α é maior um limiar de baixa frequência é calculado, resultando em um limite ligeiramente menor.

Golilarz et al. [4] desenvolveram uma distribuição gaussiana generalizada adaptativa (AGGD - *Adaptive Generalized Gaussian Distribution*), que trata de uma função de limiarização orientada para a distribuição gaussiana aplicada na redução ou eliminação de ruído em imagem de ressonância magnética cerebral. Essa função é baseada por dados, não linear, flexível e ajustada para qualquer tipo de imagem. A função ajusta os coeficientes não importantes utilizando a função limiar de distribuição gaussiana generalizada adaptativa em vez de fixar os coeficientes em zero, utilizando o intervalo $[-T, T]$.

Nos métodos de remoção de ruído a escolha do limiar e o desenvolvimento de uma nova função de limiar são recursos importantes para a remoção de ruído. Neste trabalho, um novo limiar e uma nova função de limiar são propostas para redução de ruído em imagem de ressonância magnética cerebral, utilizando parâmetros adicionais que levam em consideração os níveis de decomposição da *wavelet* e principalmente da adição do fator de predição linear que representa uma ponderação na estimativa do limiar, baseado em minimizar o erro de predição representado pela diferença temporal obtida pela imagem ruidosa e a imagem original. Deste modo, o método calcula o fator de predição linear que reduz o erro médio quadrático (MSE), entre a imagem ruidosa e a imagem original.

A estrutura deste artigo está organizada da seguinte forma: Seção II apresenta o método tradicional de redução de ruído do limiar *wavelet*. Na Seção III, descreve a proposta do método de redução de ruído em imagem cerebral de ressonância magnética baseado no fator de predição linear para a estimativa de limiar proposto e a nova função de limiar adaptativa. Os resultados experimentais do método proposto comparado com as demais técnicas são apresentados na Seção IV. Por fim, as conclusões encontram-se na Seção V.

II. REDUÇÃO DE RUÍDO DO LIMIAR WAVELET

A técnica de limiarização *wavelet*, através de ajustes dos coeficientes *wavelet*, tem como função reduzir ou eliminar efeitos indesejados em sistemas de comunicação, em especial aplicativos computacionais, armazenamento digital, em alguma

etapa desse processo as informações podem ser modificadas por diversas formas de interferências.

De acordo com as propriedades da limiarização *wavelet*, Donoho e Johnstone [10] propuseram o uso de funções de base *wavelets* ortonormais para remover ruído de sinais e a esse procedimento denominaram *denoising*. Os procedimentos de *denoising* atuam diretamente sobre os coeficientes da transformada *wavelet* da observação ruidosa e se beneficiam da propriedade de concentração da energia dessa transformada que permite representar, com boa fidelidade, as funções do espaço de sinal com uma pequena parcela dos coeficientes da expansão, o que não se verifica para o ruído.

No domínio da transformada os coeficientes são contaminados pelo ruído com variâncias iguais aquela do ruído presente nas amostras do sinal no domínio do tempo, porém a energia do sinal fica confinada a poucos coeficientes. Em função disso, o nível de ruído pode ser reduzido zerando os coeficientes da expansão que se encontram abaixo de um limiar determinado. Esse limiar de comparação influencia diretamente no desempenho do método de *denoising*. Segundo Donoho e Johnstone, se este parâmetro for adequadamente escolhido bons resultados podem ser obtidos para diversos tipos de sinais [9].

No método de *denoising*, o problema de interesse consiste em se estimar o sinal original, por exemplo, uma imagem $\{x_{ij}, i, j = 1, \dots, N\}$ a partir de observações do sinal ruidoso desta imagem $\{y_{ij}, i, j = 1, \dots, N\}$, dado por (1):

$$y_{ij} = x_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

onde $\{\varepsilon_{ij}, i, j = 1, \dots, N\}$ é o ruído modelado por um processo estocástico gaussiano estacionário, com média nula e variância σ^2 , $N(0, \sigma^2)$ [13]. O método *denoising wavelet* toma a transformada *wavelet* discreta do sinal ruidoso y_{ij} e passam os coeficientes da transformada por um processador não-linear, no qual as amplitudes desses coeficientes são comparadas com um limiar T . A estimativa de x_{ij} , que será denotada por \hat{x}_{ij} , é obtida realizando a transformada *wavelet* inversa dos coeficientes resultantes, conforme ilustra o diagrama de blocos na Fig. 1.

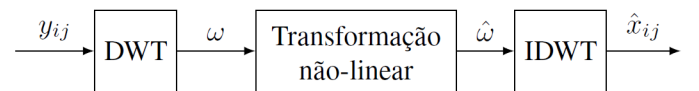


Fig. 1. Diagrama de blocos do método de redução de ruído do limiar *wavelet*.

No diagrama de blocos da Fig. 1, ω é o vetor cujas componentes representam os coeficientes da transformada *wavelet* discreta de y , dado por (2):

$$\omega = Wy \quad (2)$$

onde W é o operador linear bidimensional responsável pela realização da transformada *wavelet* ortogonal diádico. De forma similar, aplicando o operador W em x e ε obtêm-se os coeficientes *wavelet* Wx do sinal sem ruído e $W\varepsilon$ do sinal com ruído, respectivamente.

Os procedimentos de *denoising* utilizam funções de base *wavelets* ortonormais. Assim sendo, dado por (3):

$$W^{-1}W = I \quad (3)$$

onde W^{-1} é o operador da transformada inversa *wavelet* e I é a matriz identidade. O método *denoising* filtra cada coeficiente y_{ij} das sub-bandas de detalhes com a função de limiar para obter x_{ij} . Sendo assim, o sinal estimado na saída método *denoising wavelet* \hat{x} , é dado por (4):

$$\hat{x} = W^{-1}\hat{\omega} \quad (4)$$

Segundo [9] foram propostos dois procedimentos para obter os coeficientes modificados a partir da comparação com o limiar T , denotado por $\hat{\omega}_{ij}$. Portanto, $\hat{\omega}_{ij}$ é o resultado dos coeficientes *wavelet* processados pelas funções de limiarização. Sendo que um deles adota um limiar rígido e outro um limiar suave.

No método de limiar rígido os valores dos coeficientes acima do limiar são mantidos, ao contrário dos valores dos coeficientes abaixo do limiar que são excluídos, dado por (5):

$$\hat{\omega}_{ij} = \begin{cases} \omega_{ij}, & |\omega_{ij}| \geq T \\ 0, & |\omega_{ij}| < T \end{cases} \quad (5)$$

No procedimento com limiar suave se um coeficiente possui amplitude menor que o limiar, o mesmo é igualado a zero. Do contrário, sua amplitude é reduzida por uma quantidade igual ao limiar. É definido como segue em (6):

$$\hat{\omega}_{ij} = \begin{cases} \text{sgn}(\omega_{ij})(|\omega_{ij}| - T), & |\omega_{ij}| \geq T \\ 0, & |\omega_{ij}| < T \end{cases} \quad (6)$$

em que $\text{sgn}(\cdot)$ denota a função sinal.

Para uma mesma família de funções de base *wavelet*, o desempenho das técnicas de *denoising* depende basicamente do limiar T e da estratégia de mapeamento. Em [9] e [10] foi proposto o limiar universal, que segundo os autores produz bons padrões de desempenho. Pode ser definido como segue em (7):

$$T = \sigma\sqrt{2\log N} \quad (7)$$

onde N denota o comprimento do sinal de entrada e σ é a estimativa do nível de ruído, esse desvio padrão é estimado com base nos dados dos coeficientes da *wavelet*. Em [9] e [10] determina que a utilização de um estimador robusto com base nos coeficientes *wavelet* no nível mais fino, é dado por (8):

$$\sigma = \frac{\text{median}(|\omega_{ij}|)}{0.6745} \quad (8)$$

onde $\omega_{ij} \in$ a sub-banda HH_1 . HH_1 são os coeficientes de detalhes da diagonal do primeiro nível da decomposição da *wavelet*.

O limiar universal resulta de uma estimativa no sentido de minimizar o erro do limiar dos coeficientes da *wavelet* ao longo do processamento, essa proposta é denominada de estimador de limiar *VisuShrink* definido em (7).

III. MÉTODO DE REDUÇÃO DE RUÍDO EM IMAGEM BASEADO NO FATOR DE PREDIÇÃO LINEAR

A. Estimador de Limiar Proposto

O limiar proposto neste trabalho é baseado no limiar universal com a adição de dois novos parâmetros: a escala ou nível de decomposição j da transformada *wavelet* e o fator de predição linear β . A adição do parâmetro de predição linear tem como função minimizar o erro médio quadrático entre a imagem ruidosa e a imagem original. Esse novo limiar aplicado na função de limiarização, ajusta os novos coeficientes *wavelets* para redução do ruído. A expressão do limiar proposta neste artigo é definida em (9):

$$T = \frac{\sigma\sqrt{2\log N}}{\log(1+j)^\beta} \quad (9)$$

onde σ é o desvio padrão do ruído, N é o comprimento do sinal, j é a escala de decomposição e β é o fator de predição linear determinado pelo erro de predição que representa a diferença temporal entre a imagem ruidosa $I_r[m, n, t_2]$ e a imagem original $I_o[m, n, t_1]$.

B. Fator de Predição Linear

O estimador de limiar proposto em (9)) foi desenvolvido para estimar os coeficientes *wavelets*, além de adaptar as diferentes características de sub-bandas de acordo com a imagem, neste caso, de acordo com as condições da imagem ruidosa e a imagem original. O fator de predição linear β é obtido minimizando o erro médio quadrático (MSE), entre a imagem ruidosa e a original. Nesta abordagem, o erro de predição representa a diferença temporal obtida pela subtração da imagem ruidosa $I_r[m, n, t_2]$ pela imagem original $I_o[m, n, t_1]$ sendo que a imagem original é ponderada pelo fator β , o erro de predição é dado por (10):

$$e_{pred}[m, n] = I_r[m, n, t_2] - \beta I_o[m, n, t_1] \quad (10)$$

O fator de predição linear β é obtido minimizando o erro médio quadrático (MSE), entre a imagem ruidosa e a imagem original, expresso em (11):

$$\beta = \min E\{e_{pred}^2[m, n]\} \quad (11)$$

Resolvendo a equação diferencial em relação ao fator de predição linear β em (12) e igualando a derivada a zero em (13), obtém-se o fator predição linear β :

$$\frac{\partial E\{e_{pred}^2\}}{\partial \beta} = \frac{\partial E\{I_r[m, n, t_2] - \beta I_o[m, n, t_1]\}^2}{\partial \beta} \quad (12)$$

$$2E\{(I_r[m, n, t_2] - \beta I_o[m, n, t_1])(-I_o[m, n, t_1])\} = 0 \quad (13)$$

Deste modo, o fator β que minimiza o erro médio quadrático entre as imagens ruidosa e original é obtido utilizando a expressão dado por (14):

$$\beta^* = \frac{E\{I_o[m, n, t_1]I_r[m, n, t_2]\}}{E\{I_o^2[m, n, t_1]\}} \quad (14)$$

Assumindo imagens ruidosa e original com média aleatória não nula e a distribuição de probabilidade conjunta não conhecida, o fator de predição linear β é dado por (15):

$$\beta = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N I_o[m, n, t_1]I_r[m, n, t_2]}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N I_o^2[m, n, t_1]} \quad (15)$$

C. Nova Função de Limiar Adaptativo

Para alcançar melhores resultados na redução de ruído na imagem, além de destacar melhor os detalhes da imagem e reduzindo o fenômeno de pseudo-Gibbs, a função de limite adaptável proposta neste trabalho é definido em (16):

$$\hat{\omega}_{ij} = \begin{cases} \operatorname{sgn}(\omega_{ij})\left(|\omega_{ij}| - \sin\left(\frac{\pi}{2}\left(\frac{T}{|\omega_{ij}|}\right)^{\frac{\beta}{T}}\right)T\right), & |\omega_{ij}| \geq T \\ 0, & |\omega_{ij}| < T \end{cases} \quad (16)$$

onde ω_{ij} e T representam os coeficientes *wavelet* do ruído imagem e o limiar, respectivamente, e $\hat{\omega}_{ij}$ é o resultado dos coeficientes *wavelet* processados pela nova função de limite adaptável, $\operatorname{sgn}(\omega_{ij})$ representa o sinal de ω_{ij} e β é o fator de predição linear.

A Fig. 2 ilustra a comparação entre as funções suave (*soft*), rígida (*hard*), e a nova função limiarização proposta. Observa-se na função limiarização rígida que não possui continuidade no limiar T , ocasionando oscilações na recuperação da imagem ruidosa. Ao contrário da limiarização rígida, a função limiarização suave não apresenta descontinuidade, no entanto, a imagem reconstruída apresenta diferenças para a imagem original, devido aos coeficientes *wavelets* ruidosos apresentar valores elevados em relação ao limiar processado.

IV. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para avaliar a eficiência do método proposto, a técnica foi comparada com diversos métodos de redução de ruído e submetidos ao processamento de uma imagem cerebral de ressonância magnética [14], utilizando critério quantitativo e qualitativo quando corrompidos com ruído branco gaussiano aditivo para variância entre 0.01 à 0.05. Na análise, a técnica foi comparada com os métodos *VisuShrink* [9], *BayesShrink* [12] e AGGD [4] com a base *wavelet* biortogonal *bior3.9*, além da *wavelet* em três níveis de decomposição.

Na comparação quantitativa foram utilizadas três métricas objetivas que são: o Erro Médio Quadrático (MSE – *Mean*

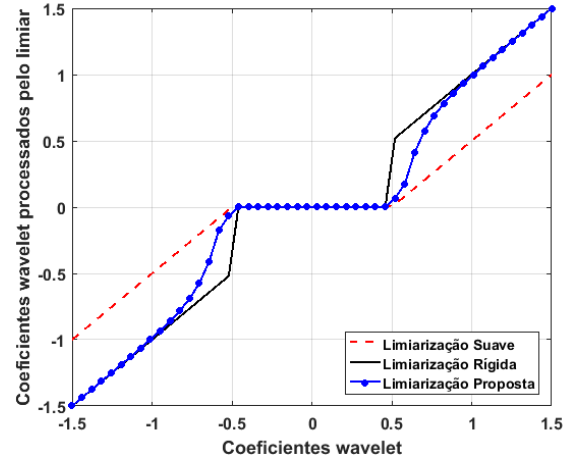


Fig. 2. Comparação entre a limiarização hard, soft e a nova função proposta.

Squared Error), a Relação Sinal Ruído de Pico (PSNR – *Peak Signal-to-Noise Ratio*), que indica a diferença entre uma imagem processada em relação a uma imagem original e a Medida do Índice de Similaridade Estrutural (SSIM – *Structural Similarity Index Method*), utilizado para medir a semelhança entre duas imagens, analisando a similaridade, luminosidade, contraste e estrutura. O SSIM é considerado uma métrica mais completa que o PSNR e MSE, pois considera características importante do HSV (*Human Visual System*).

A Tabela I mostra os valores médios de MSE, PSNR e SSIM obtidos a partir dos métodos *wavelet* de redução de ruído. De acordo com os resultados de PSNR e SSIM, o desempenho da técnica proposta de redução de ruído em imagem mostrou-se superior as demais técnicas baseados na transformada *wavelet*. A técnica proposta envolvendo o fator de predição linear β , empregado no estimador de limiar que executa de forma eficiente a redução do ruído da imagem produz melhores valores de MSE, PSNR e SSIM, comparados aos demais métodos, evidentes nos resultados na Tabela I.

Os resultados qualitativos em termos de efeito visual para a técnica proposta e os métodos analisados de redução de ruído *VisuShrink* [9], *BayesShrink* [12], AGGD [4], imagem original e imagem ruidosa, variância do ruído banco gaussiano de 0.01, utilizando a base *wavelet bior3.9*, para a imagem *Brain MRI 01* são ilustrados na Fig. 3.

Pode-se observar nas Fig. 3c à 3f os resultados qualitativos das imagens processadas pelas técnicas de redução de ruído, usando a transformada *wavelet*, para a base *bior3.9*. A técnica proposta, baseado no fator de predição linear β , para essa comparação, apresenta melhor qualidade visual, no qual ficou evidente pelo resultado do SSIM, valor de 0.520, um bom resultado na qualidade da imagem, apresentando um valor bastante elevado em comparação as demais técnicas. Portanto, a técnica proposta preserva mais a estrutura da imagem processada na redução do ruído.

Na análise, pode-se observar que a proposta baseada no fator de predição linear β , para as métricas de MSE e PSNR também obtiveram bons resultados. Para MSE, o método proposto obteve um valor de 28.72, o menor erro médio quadrático entre todas os métodos comparados. Em relação ao PSNR,

TABELA I
RESULTADOS DE MSE, PSNR(DB) E SSIM PARA A TÉCNICA PROPOSTA E AS DEMAIS TÉCNICAS.

Imagem	Brain MRI 01				
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
MSE					
Proposta	28.72	31.65	32.44	33.13	33.63
Golilarz <i>et al.</i> [4]	31.90	34.74	35.93	36.78	37.48
VisuShrink [9]	258.95	415.13	570.83	726.21	867.55
BayesShrink [12]	89.23	115.88	129.26	138.82	145.28
PSNR(dB)					
Proposta	33.55	33.12	33.01	32.93	32.86
Golilarz <i>et al.</i> [4]	33.09	32.72	32.57	32.47	32.39
VisuShrink [9]	23.99	21.95	20.56	19.52	18.75
BayesShrink [12]	28.62	27.49	27.01	26.71	26.50
SSIM					
Proposta	0.520	0.439	0.393	0.363	0.342
Golilarz <i>et al.</i> [4]	0.444	0.366	0.321	0.291	0.271
VisuShrink [9]	0.476	0.390	0.339	0.306	0.284
BayesShrink [12]	0.475	0.394	0.347	0.318	0.295

o valor obtido foi de 33.55 dB, o melhor resultado entre as demais técnicas.

V. CONCLUSÕES

No presente trabalho foram expressos estudos quantitativos e qualitativos em relação a importância da utilização e estudo aprofundado da *wavelet* e suas bases, abordando as técnicas de redução de ruídos em imagens, em limiarização *wavelet* adaptativa, utilizando a base *wavelet* biortogonal e métricas de redução de ruídos em imagem cerebral de ressonância magnética, ressaltando a importância do uso da tecnologia e como pode ser útil para a medicina através de resultados conclusivos. Promovendo a detecção e visualização expressiva para o diagnóstico do mesmo. O estudo avançado da *wavelet* agrega altos segmentos para seu uso, devido ser uma ferramenta importante para compressão de sinais, imagens e para o processamento de dados, onde oferece uma análise mais precisa, em relação a decomposição de ruídos em imagens, facilitando a visualização da mesma.

Contudo, a técnica proposta que utiliza o fator de predição linear β , obteve o melhor desempenho tendo resultados expressivos em relação a suas médias, o nível de decomposição que demonstrou o melhor resultado em qualidade de imagem e mais indicada para uso foi a SSIM onde a técnica proposta teve os melhores resultados para *bior3.9* utilizando o SSIM, obteve-se uma média de 0.411. Para o PSNR a média foi de 33.09 dB, superior as demais técnicas e na métrica de MSE obteve-se uma média de 31.91, um valor de erro médio quadrático bem inferior as demais técnicas. Como trabalhos futuros, pretende-se realizar melhorias combinando a técnica com filtros adaptativos, filtragem bilateral, filtragem conjunta bilateral e filtro de *Wiener*.

REFERÊNCIAS

[1] Chang CW, Peng J, Safari M, Salari E, Pan S, Roper J, Qiu RLJ, Gao Y, Shu HK, Mao H, Yang X. High-resolution MRI synthesis using a data-

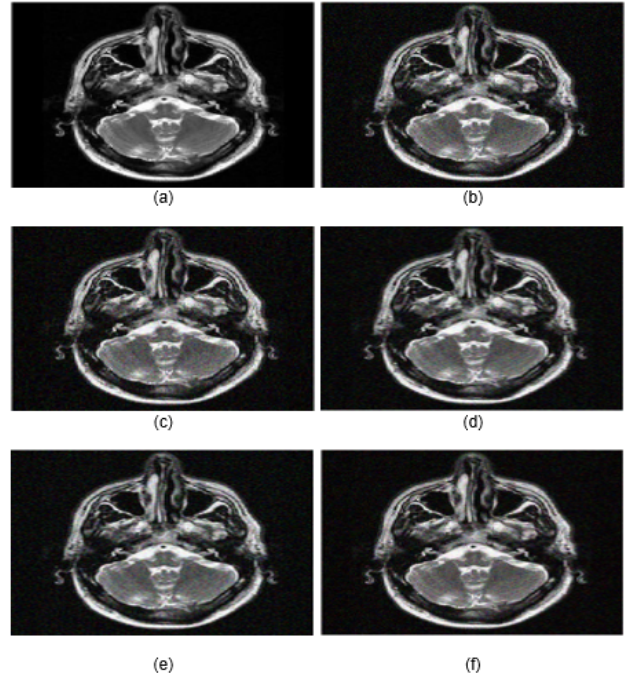


Fig. 3. Imagem de Ressonância Magnética Cerebral, variância de 0.01, base *wavelet bior3.9*: (a) Imagem Original; (b) Imagem Ruidosa; (c) *VisuShrink*; (d) *BayesShrink*; (e) AGGD; (f) Proposta.

driven framework with denoising diffusion probabilistic modeling. *Phys Med Biol.* 2024 Feb 5;69(4):045001. doi: 10.1088/1361-6560/ad209c. PMID: 38241726; PMCID: PMC10839468.

[2] P. K. Mishro, S. Agrawal, R. Panda and A. Abraham, "A Survey on State-of-the-Art Denoising Techniques for Brain Magnetic Resonance Images," in *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*, vol. 15, pp. 184–199, 2022, doi: 10.1109/RBME.2021.3055556.

[3] Y. Zhang, W. Ding, Z. Pan, and J. Qin, "Improved wavelet threshold for image de-noising," *Frontiers in Neuroscience*, vol. 13, pp. 1–7, 2019.

[4] Golilarz, N.A., Gao, H., Kuma, R., Ali, L., Fu, Y., Li, C. "Adaptive Wavelet Based MRI Brain Image De-noising." *Frontiers in Neuroscience*, vol. 14, pp. 1–14, 2020.

[5] Mamta Juneja, Sumindar Kaur Saini, Sambhav Kaul, Rajarshi Acharjee, Niharika Thakur, Prashant Jindal, "Denoising of magnetic resonance imaging using Bayes shrinkage based fused wavelet transform and auto-encoder based deep learning approach.", *Biomedical Signal Processing and Control*, Volume 69, 2021.

[6] M. S. Sonia and S. Sumathi, "A Comparative Analysis of Wavelet Transforms for Denoising MRI Brain Images.", *International Conference on Power, Energy, Control and Transmission Systems (ICPECTS)*, pp. 1-5, 2022.

[7] Benhassine NE, Boukaache A, Boudjehem D. "Medical image denoising using optimal thresholding of wavelet coefficients with selection of the best decomposition level and mother wavelet.", *Int J Imaging Syst Technol.* 31(4): 1906–1920, 2021.

[8] G. R. Sahoo, J. H. Freed and M. Srivastava, "Optimal Wavelet Selection for Signal Denoising," in *IEEE Access*, vol. 12, pp. 45369–45380, 2024.

[9] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage," *Biometrika*, vol. 81, no. 3, pp. 425–455, 1994.

[10] D. L. Donoho, "De-noising by soft-thresholding," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 41, no. 3, pp. 613–627, 1995.

[11] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 90, no. 432, pp. 1200–1224, 1995.

[12] S. G. Chang, Bin Yu, and M. Vetterli, "Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 9, no. 9, pp. 1532–1546, 2000.

[13] W. Liu and W. Lin, "Additive White Gaussian Noise Level Estimation in SVD Domain for Images," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 22, no. 3, pp. 872–883, 2013.

[14] Dataset. Brain MRI. Available online at: <https://www.mr-tip.com/serv1.php>, 2024.