

Um estudo sobre o sincronismo em neurônios de Hindmarsh-Rose com sinapses químicas

Ricardo de Biazzi e Marcio Eisencraft

Resumo—Neste artigo investiga-se a sincronização entre os sinais gerados por dois neurônios de Hindmarsh-Rose conectados por sinapse química. Avalia-se o erro de sincronização em função da intensidade de conexão sináptica por meio de simulações computacionais, nas quais foram observados fenômenos de sincronização e dessincronização.

Palavras-Chave—Neurônios de Hindmarsh-Rose, Sistemas dinâmicos, Sincronismo.

Abstract—In this paper, we investigate the synchronization between the signals generated by two Hindmarsh-Rose neurons connected by a chemical synapse. We evaluate the synchronization error as a function of the synaptic connection using computer simulations, in which synchronization and desynchronization phenomena were observed.

Keywords—Hindmarsh-Rose neuron, Dynamic systems, Synchronization.

I. INTRODUÇÃO

Diversos modelos já foram propostos na tentativa de compreender os mecanismos que regem a transmissão de sinais em células nervosas. Desde abordagens mais empíricas, como a de A. L. Hodgkin e A. F. Huxley em seus estudos sobre a propagação do potencial de ação em um axônio de lula gigante [1], até implementações mais teóricas, cujo enfoque é de descrever comportamentos análogos aos reais. O modelo de Hindmarsh-Rose [2] é um destes casos. Por mais que não apresente uma relação direta com a fisiologia do neurônio, ele é capaz de descrever padrões de disparos únicos e em rajadas, ambos em intervalos regulares ou irregulares [3].

Uma adaptação no modelo pode ser realizada de maneira que este inclua transmissões sinápticas advindas de outros neurônios [4]. Dessa forma, consideram-se as interações entre as células, fenômeno que induz as mesmas a dispararem de modo síncrono. Neste artigo é estudado tal sincronismo, especificamente na situação com dois neurônios conectados por sinapses químicas e excitatórias, de maneira a simular uma versão simplificada do modelo adotado em [3].

II. O MODELO

O modelo utilizado é o descrito pelo sistema de equações

$$\begin{cases} \dot{x}_j(t) = y_j(t) - x_j^3(t) + bx_j^2(t) - z_j(t) + I - G_j\Theta(x_k(t)) \\ \dot{y}_j(t) = 1 - 5x_j^2(t) - y_j(t) \\ \dot{z}_j(t) = r[s(x_j(t) - x_R) - z_j(t)] \end{cases}, \quad (1)$$

em que $\Theta(x_k(t)) = (x_j(t) - x_{rev}) / (1 + e^{-\lambda(x_k(t) - \theta)})$ é uma função sigmoide responsável por modelar a sinapse química,

Ricardo de Biazzi, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo-SP, e-mail: biazzi.ricardo00@usp.br; Marcio Eisencraft, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo-SP, e-mail: marcioft@usp.br.

$x_j(t)$ é a variável referente ao potencial de membrana, $y_j(t)$ é corrente rápida dos íons Na^+ e K^+ , e $z_j(t)$ corresponde a corrente lenta, por exemplo, do íon Ca^{2+} . O parâmetro b altera a frequência dos disparos, r , s e x_R modelam o intervalo de tempo no qual a célula não consegue transmitir impulsos, I é uma corrente injetada como estímulo externo e x_{rev} , λ e θ são os parâmetros da função sigmoide $\Theta(x_k)$. G_j é a intensidade da sinapse que ocorre no neurônio j , recebida do neurônio k , sendo este o principal parâmetro de estudo deste artigo.

Para medir o sincronismo nos instantes de disparo, define-se o vetor \mathbf{A}_j dos estados de cada neurônio j como

$$\mathbf{A}_j(G_j, t) = [x_j(t), y_j(t), z_j(t)], \quad j = 1, 2, \quad (2)$$

a partir do qual é calculada a diferença entre os estados dos dois neurônios, em cada instante de tempo $n\Delta t$ em que (1) foi integrada, sendo Δt o passo de integração. Este resultado é utilizado para a medida do erro E definida por

$$E(G_1, G_2) = \frac{\sum_{n=T+1}^N \|\mathbf{A}_1(G_1, n\Delta t) - \mathbf{A}_2(G_2, n\Delta t)\|^2}{N - T}, \quad (3)$$

em que N é a quantidade total de pontos estudados e T o ponto escolhido como fim do transitório.

Por fim, define-se a medida de sincronismo por

$$S(G_1, G_2) = 1 - \frac{\tilde{E}(G_1, G_2)}{\tilde{E}(0, 0)}, \quad (4)$$

em que \tilde{E} denota a mediana de E após tomada medida do erro em repetidas iterações deste processo com condições iniciais distribuídas aleatoriamente. Sendo assim, $S = 0$ equivale a medida de sincronismo quando os neurônios estão isolados um do outro, ao passo que valores de S próximos a 1 indicam sincronismo.

III. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Os procedimentos descritos foram simulados na plataforma de programação Google Colab¹ em linguagem Python. Nestas simulações foram adotados $T = 4000$ e $N = 5000$ e um passo de integração de $\Delta t = 0.01$. Para que fossem evitadas situações em que os neurônios tivessem condições iniciais próximas, os estados relativos ao Neurônio 1 assumem valores iniciais entre 5 e 10, e ao Neurônio 2 entre -5 e -10 . As medidas de erro foram tomadas a partir de 100 condições iniciais para cada combinação de intensidades G_1 e G_2 . Visto que o modelo implementado foi baseado em [3], foram adotados os mesmos parâmetros, portanto, $b = 3.2$, $r = 0.01$, $s = 4$, $x_R = -1.6$, $I = 4.4$, $x_{rev} = 2$, $\lambda = 10$ e $\theta = -0.25$.

¹<https://colab.research.google.com/>

Exemplos de situações em que ocorre sincronização e dessincronização estão, respectivamente, nas Figuras 1 e 2.

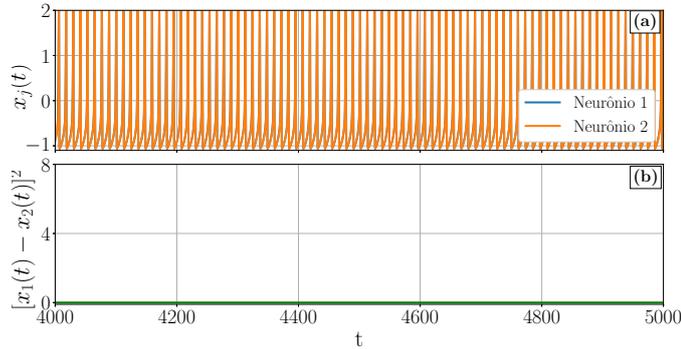


Fig. 1. Evolução temporal com sincronismo do potencial de membrana para $G_1 = G_2 = 0.5$ de cada neurônio (a) e sua diferença ao quadrado (b).

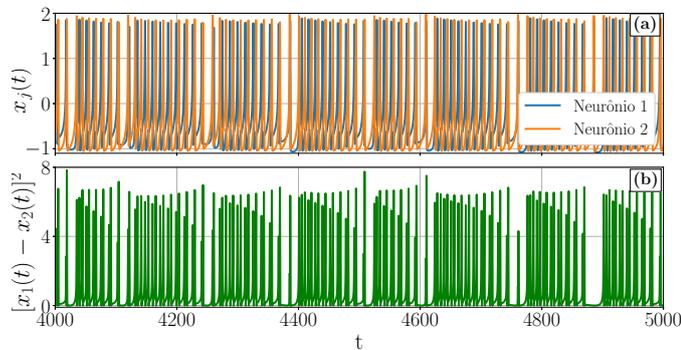


Fig. 2. Evolução temporal sem sincronismo do potencial de membrana para $G_1 = G_2 = 0.3$ de cada neurônio (a) e sua diferença ao quadrado (b).

Percebe-se nitidamente como os instantes de tempo dos disparos dos dois neurônios são os mesmos no primeiro caso, resultando em uma diferença nula, enquanto que no segundo caso os disparos não são sincronizados. Essa diferença resulta em medidas de erro maiores nos casos dessincronizados, visto que E é a extrapolação para as três variáveis de estado dos gráficos obtidos nas Figuras 1b e 2b.

Com o intuito de aferir em quais combinações de intensidades sinápticas ocorre a sincronização, foi gerado o diagrama da Figura 3. Verifica-se que intensidades elevadas em apenas um dos neurônios não implicou na sincronização, mas quando ambos apresentam valores superiores a 0.4, essa sempre ocorreu. Além desta situação, a sincronização também foi observada para intensidades relativamente baixas, próximas a $G_j = 0.1$, valor a partir do qual os neurônios se dessincronizam até posteriormente retornarem a se sincronizar.

Essa alternância entre sincronismo e assincronismo foi investigada mais detalhadamente nos casos em que $G_1 = G_2 = G$. Para tal, foi gerada a Figura 4 na qual também estão presentes os *boxplots* de $S(G)$ a cada intervalo de 0.01 na intensidade G . Dessa forma é possível distinguir a medida do sincronismo em diferentes condições iniciais.

Nesta figura percebe-se a presença de valores discrepantes com o comportamento médio do modelo na transição de assincronismo para sincronismo para valores de G próximos

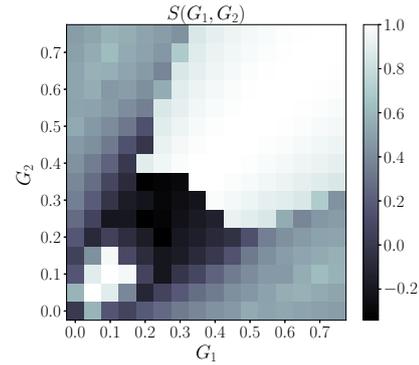


Fig. 3. Medida de sincronismo com intensidades de sinapse independentes.

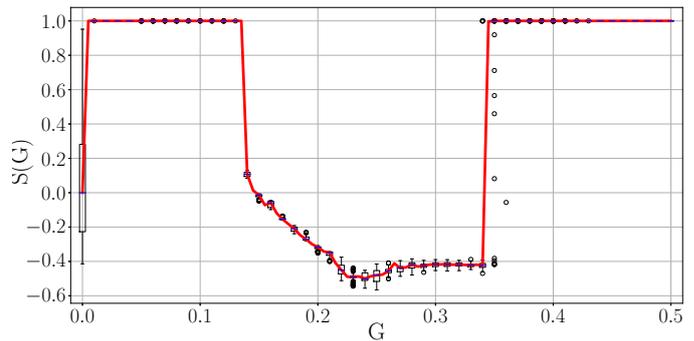


Fig. 4. Medida de sincronismo com intensidades de sinapse iguais.

a 0.35, sendo esse o provável motivo pelo qual, justamente nesta região, o diagrama da Figura 3 não é simétrico como esperaria-se do modelo. Quanto para as demais intensidades sinápticas, o modelo se comportou de maneira homogênea para todas condições iniciais.

IV. CONCLUSÕES

A partir das simulações apresentadas, verificou-se que o modelo pode descrever ambos os fenômenos de sincronização e dessincronização, a depender da intensidade da sinapse. Contudo, houveram situações que não condizeram com o padrão das demais, sendo assim, mais estudos ainda são necessários para averiguar possíveis imprecisões na simulação e nas técnicas utilizadas. Considera-se, por exemplo, a adoção de um método mais preciso de medição do erro, no qual seja considerado a escolha do fim do transitório conforme cada combinação de intensidades sinápticas.

REFERÊNCIAS

- [1] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, *A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve*, *The Journal of physiology*, v. 117(4), pp.500–544, 1952.
- [2] J. L. Hindmarsh and R. M. Rose, *A Model of Neuronal Bursting Using Three Coupled First Order Differential Equations*, *Proceedings of the Royal Society of London. Series B*, v. 221(1222), pp. 87–102, 1984.
- [3] M.S. Santos and J.D. Szezech and F.S. Borges and K.C. Iarosz and I.L. Caldas and A.M. Batista and R.L. Viana and J. Kurths, *Chimera-like states in a neuronal network model of the cat brain*, *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 101, pp. 86–91, Agosto 2017.
- [4] M. S. Baptista and F. M. Moukam Kakmeni and C. Grebogi, *Combined effect of chemical and electrical synapses in Hindmarsh-Rose neural networks on synchronization and the rate of information*, *Phys. Rev. E*, v. 82, pp. 036203, Setembro 2010.