

# Ressonância Estocástica na Quantização

Thales H. A. Resende, Leonardo C. Araújo e João P. H. Sansão

**Resumo**— O presente estudo aborda o processo da quantização estocástica utilizando o fenômeno conhecido como *ressonância estocástica*. Neste trabalho foram realizadas simulações da quantização estocástica aplicada a imagens de um banco de dados. Verifica-se que o sistema possui melhor desempenho para uma SNR de entrada intermediária, corroborando o modelo apresentado por McDonnell.

**Palavras-Chave**— quantização; ressonância estocástica com supralimiar; quantização estocástica.

**Abstract**— The present study focus on the stochastic quantization process using the phenomenon of stochastic resonance. We have performed simulated stochastic quantization of digital images from a database. We observe the best performance is found on an intermediary input SNR, agreeing with the model proposed by McDonnell.

**Keywords**— quantization; suprathreshold stochastic resonance; stochastic quantization.

## I. INTRODUÇÃO

A quantização de um sinal refere-se à representação aproximada de um sinal em um universo discreto, e usualmente finito, de categorias. Por definição, a perda de informação é inerente ao processo de quantização. A teoria tradicional sobre projeto e análise de quantizadores baseia-se em modelos determinísticos, ou seja, cada valor de entrada será sempre associado a um único valor quantizado. Neste artigo utilizaremos uma abordagem de quantização em que as regras de associação entre valores de entrada e saída não são mais determinísticas, mas sim estocásticas. Por conseguinte, teremos então uma *quantização estocástica*. Abordaremos esta técnica através do fenômeno da *ressonância estocástica* [1], [2], [3].

## II. QUANTIZAÇÃO

Para transmitir ou armazenar um sinal em formato digital é necessário que este seja primeiramente amostrado e suas amostras quantizadas, pois não é possível representá-lo com precisão infinita. A quantização implica inexoravelmente em um erro na representação, chamado ruído de quantização. Quando lidamos com sinais apreendidos através dos órgãos dos sentidos, este erro, quando moderado, poderá ser imperceptível.

O fenômeno da ressonância estocástica com supralimiar (*suprathreshold stochastic resonance*, SSR) é uma forma particular de ressonância estocástica na qual flutuações aleatórias, ou ruído, podem promover ganho em um sistema não linear, dependendo da intensidade relativa do ruído. Esta abordagem foi proposta por Nigel G. Stocks [1], na qual dispositivos que aplicam um limiar simples estão sujeitos a ruídos aditivos

Thales Henrique Andrade Resende, Leonardo Carneiro Araújo e João Hallack Sansão, Universidade Federal de São João Del Rei, Ouro Branco-MG, Brasil, E-mails: tharesende@msn.com, leolca@ufsj.edu.br e joao@ufsj.edu.br.

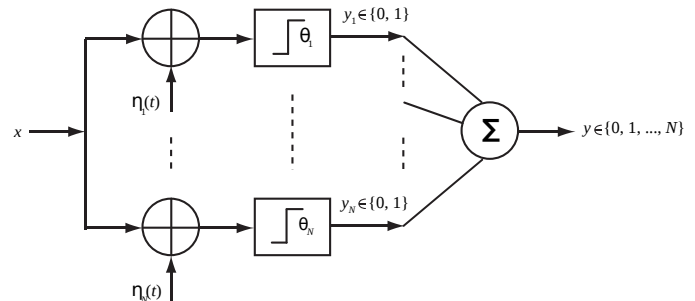


Fig. 1

DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO MODELO SSR [2].

independentes (conforme ilustrado na Figura 1). A saída de cada um dos dispositivos será um sinal binário, sendo 1 (um) quando o valor exceder o limiar e 0 (zero) caso contrário. Um arranjo de dispositivos de limiarização, conforme descrito, constituirá um modelo SSR, onde a soma dos sinais binários individuais formarão a saída deste modelo, que pode ser observado na Figura 1. O efeito SSR é equivalente a uma quantização estocástica do sinal.

## III. MODELO SSR

A ressonância estocástica pode ser facilmente percebida em sistemas de sublimiar submetidos a ruídos aditivos. Nestes, se a saída do dispositivo de limiar for um pulso toda vez que o limiar é ultrapassado, então nenhum pulso ocorrerá na ausência de ruído. No entanto, se a quantidade certa de ruído estiver presente, então pulsos de saída ocorrerão correlacionados com a amplitude do sinal de entrada. Portanto, a presença de ruído acarretará em uma melhora do desempenho do sistema, sendo que haverá um ponto de máximo para uma determinada relação sinal-ruído.

Em um processo de quantização, desejamos maximizar a relação sinal ruído de quantização (SQNR) [4]. Intuitivamente, adicionar ruído no processo de quantização parece ser uma prática que acarretará numa piora da SQNR, entretanto, o que verifica-se no modelo SSR é uma melhora da SQNR com a presença de ruído aditivo. Iremos assumir em nosso modelo que o ruído aditivo é gaussiano e branco. O modelo apresentado na Figura 1 poderá ser matematicamente expresso pela seguinte relação,

$$y(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \text{sign}(x + \eta_i - \theta_i) + \frac{N}{2}, \quad (1)$$

onde o termo  $x$  representa o sinal de entrada,  $\eta_i$  o  $i$ -ésimo ruído gaussiano,  $\theta_i$  o  $i$ -ésimo limiar e  $N$  o número de comparadores [2], [3].

Poderemos simplificar esta relação, no caso onde tanto as funções de densidade de probabilidade do sinal e do ruído são funções pares, com médias idênticas, e todos limiares iguais a

esta média. Assumindo ainda média zero, conseqüentemente teremos o limiar igual zero. Além desta simplificação analítica, é possível considerarmos o caso onde as distribuições do sinal e do ruído estão casadas através da seguinte relação  $f_x(x) = f_\eta(\theta - x)$  [2]. Isto implica que o sinal e o ruído devem ainda ter momentos idênticos. Com todas estas considerações chegaremos à forma simplificada da informação mútua para o nosso modelo,

$$I(x, y) = \log_2(N+1) - \frac{N}{2 \ln 2} - \frac{1}{N+1} \sum_{n=2}^N (N+1-2n) \log_2(n), \quad (2)$$

onde podemos observar que a informação mútua aumenta com  $N$ , o número de comparadores, porém a taxa de aumento decresce quando  $N$  cresce [2], [3].

#### IV. ANÁLISE DA QUANTIZAÇÃO ESTOCÁSTICA

O objetivo principal de um quantizador é operar com SQNR máxima [4]. Iremos analisar o desempenho do quantizador estocástico no exemplo prático de re-quantização de imagens digitais em tons de cinza. Inicialmente iremos analisar o desempenho do quantizador para a imagem de teste Lena. A Figura 2 apresenta o desempenho do sistema em termos de SQNR e informação mútua para diferentes números de comparadores que compõe o sistema. Verificamos também o

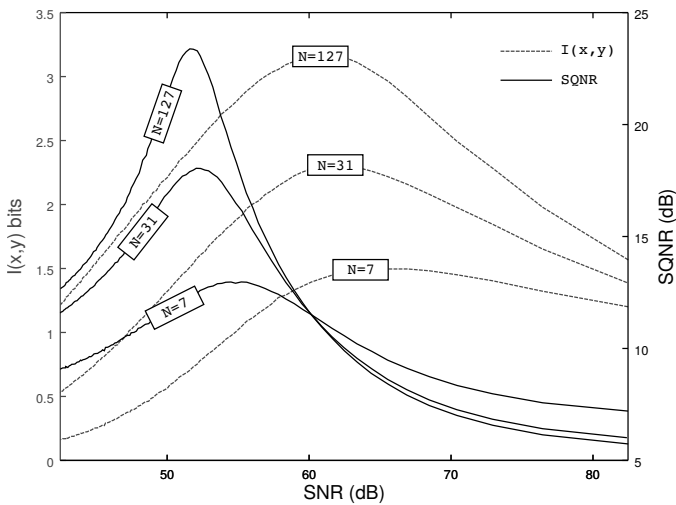


Fig. 2

RELAÇÃO DA SNR DE ENTRADA COM A SQNR E COM A INFORMAÇÃO MÚTUA,  $I(x, y)$ . RESULTADOS PARA A IMAGEM LENA COM QUANTIZADORES COM  $N = 127, 31$  E  $7$  COMPARADORES.

desempenho do sistema para as imagens do banco *USC-SIPI Image Database*<sup>1</sup>.

Utilizamos uma miscelânea de 44 imagens, convertidas para  $256 \times 256$ , tons de cinza, com 8 bits/pixel. Para cada uma das imagens foi realizada uma quantização estocástica com 7 bits, ou seja, foram utilizados  $N = 127$  comparadores. A Figura 3 apresenta os resultados para as seguintes imagens do banco: ‘House’, ‘Mandrill (ou Baboon)’, ‘Lena (ou Lenna)’, ‘Airplane (F-16)’, ‘Peppers’. O ganho médio na SQNR foi de 11,56 dB

com desvio de 3,11 dB. Em média, este valor de pico ocorreu quando a SNR era 9,43 dB abaixo da SNR máxima (desvio de 0,83 dB). Com relação à informação mútua, o ganho médio foi de 1,58 bits e o desvio 0,57 bits. Este valor de pico foi encontrado, em média, com uma SNR de 18,35 dB abaixo do valor máximo (desvio de 4,71 dB).

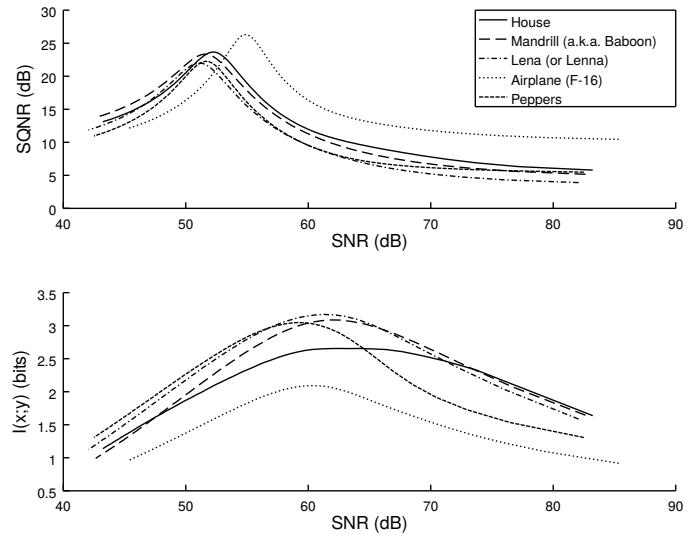


Fig. 3

SQNR VERSUS SNR DE ENTRADA PARA UM SINAL GAUSSIANO COM VARIÂNCIA UNITÁRIA, RUÍDO GAUSSIANO E  $N = 127$  (7 BITS/AMOSTRA).

Fixando o número de bits do quantizador, ou seja, o número de comparadores no quantizador estocástico, verificamos que, ao analisar o resultado da Figura 3, em todos os casos analisados, a quantização estocástica atinge um desempenho ótimo para um determinado valor de SNR de entrada, a SNR ótima para a quantização estocástica.

#### V. CONCLUSÃO

A principal restrição no projeto de um quantizador é o número de bits de saída. De forma geral, podemos observar que a SQNR para um quantizador estocástico possui um ponto de pico que depende da SNR de entrada. Entretanto, podemos constatar que, fixado o número de bits do quantizador, o modelo estocástico apresenta um desempenho (em termos de SQNR) pior que um quantizador uniforme, porém esta desvantagem pode ser compensada por uma menor complexidade. Na quantização escalar é necessário ter  $N$  limiares distintos, ao passo que na quantização estocástica todos limiares são iguais.

#### REFERÊNCIAS

- [1] Nigel Geoffrey Stocks, *Suprathreshold stochastic resonance in multilevel threshold systems*. Physical Review Letters, 2000.
- [2] Mark D. McDonnell and Nigel G. Stocks and Charles E. M. Pearce and Derek Abbott, *Stochastic Resonance: From Suprathreshold Stochastic Resonance to Stochastic Signal Quantization*. Cambridge University Press, 2012.
- [3] Mark D. McDonnell and Nigel G. Stocks and Charles E. M. Pearce and Derek Abbott, *Analog-to-digital conversion using suprathreshold stochastic resonance*. Smart Structures, Devices, and Systems II, 2005.
- [4] Ze-Nian Li, Mark S. Drew and Jiangchuan Liu. *Fundamentals of Multimedia*. Springer International, 2014.

<sup>1</sup>Disponível no seguinte sítio: <http://sipi.usc.edu/database/>.