

# Utilização do Método EMD-Hurst para filtrar ruídos do Sistema de Navegação Inercial

João Campello, Daniel Santos e Marcos Pinto.

**Resumo**— Este estudo descreve um método de filtragem para reduzir ruídos nos sensores MEMS de um Sistema de Navegação Inercial (SNI). O método usa decomposição em modo empírico (EMD) e análise de Hurst (EMD-Hurst). Os sinais dos sensores são decompostos em funções de modo intrínseco (IMFs), e o expoente Hurst de cada IMF é calculado para identificar e remover as IMFs consideradas ruído (expoente de Hurst  $< 0,5$ ). Comparado à tradicional filtragem por Wavelet, os resultados destacam a eficácia e superioridade do método proposto na redução dos principais ruídos capturados pelo sensor inercial do SNI.

**Palavras-Chave**— Sistema de Navegação Inercial; Decomposição em Modo Empírico; Expoente Hurst; eliminação de ruído.

**Abstract**— This study describes a filtering method to reduce noise in MEMS sensors of an Inertial Navigation System (INS). The method employs empirical mode decomposition (EMD) and Hurst analysis (EMD-Hurst). Sensor signals are decomposed into intrinsic mode functions (IMFs), and the Hurst exponent of each IMF is calculated to identify and remove noise-containing IMFs (Hurst exponent  $< 0.5$ ). Compared to traditional wavelet-based filtering, the results underscore the effectiveness and superiority of the proposed method in reducing the primary noise captured by the INS inertial sensor.

**Keywords**— Inertial Navigation System; Empirical Mode Decomposition; Hurst exponent; denoising.

## I. INTRODUÇÃO

Navegação Inercial é o processo de calcular a posição, velocidades, rumo e atitude de um móvel baseado somente na leitura de aceleração e velocidade angular fornecidas por sensores inerciais (acelerômetros e giroscópios) [1]. Sensores inerciais geralmente são componentes importados, caros e, dependendo da precisão, sujeitos a embargos pelos fabricantes internacionais. Entretanto, os giroscópios e acelerômetros do tipo microeletromecânicos (MEMS), por serem de baixa precisão, não sofrem embargos ou quaisquer restrições, além de serem baratos, pequenos, de fácil manipulação e apresentarem baixo consumo de energia. Portanto, um Sistema de Navegação Inercial baseado em sensores do tipo MEMS é indicado desde que atenda as precisões especificadas. No entanto, os sensores MEMS são mais suscetíveis a ruídos o que compromete a sua acurácia. Sendo assim, é oportuno e conveniente investigar técnicas de processamento de sinal apropriadas e eficientes para caracterizar e atenuar esses ruídos, a fim de

aprimorar a acurácia dos sensores e fornecer uma navegação de maior precisão posicional.

A técnica de filtragem Wavelet tem sido amplamente utilizada para reduzir ruídos em sensores inerciais, sendo eficaz na atenuação de ruídos brancos, como o Velocity Random Walk em acelerômetros ou o Angle Random Walk em giroscópios. No entanto, sua eficiência pode ser comprometida diante de ruídos coloridos e de baixa frequência, como a instabilidade de bias, também presentes nos sensores inerciais. Esses tipos de ruído podem afetar os coeficientes Wavelet de forma não uniforme, tornando desafiadora a determinação de um limiar universal para todos os coeficientes. Tal cenário pode resultar em uma remoção de ruído insuficiente ou, até mesmo, na perda de informações valiosas contidas no sinal. [2].

Neste artigo, abordamos uma solução para um desafio incompleto na navegação sem auxílio de sensores inerciais, utilizando o método de análise EMD-Hurst. Essa abordagem adaptativa de redução de ruído combina a Decomposição em Modo Empírico (EMD) com a análise de Hurst (EMD-Hurst). Inicialmente, processamos os dados dos sensores decompondo-os em funções Modais Intrínsecas (IMFs). Para cada IMF, calculamos o Expoente de Hurst por meio de uma análise que leva em consideração as flutuações de tendência. O diferencial desse método é sua habilidade de escolher automaticamente as IMFs apropriadas, com base nas características únicas de cada IMF. Isso se distingue das abordagens que usam limites pré-definidos ou filtros convencionais. Sua eficácia foi comprovada em [3] com dados de sensores de satélite. Entretanto, sua aplicação em sensores inerciais exige uma abordagem adaptada e específica para essa área.

O presente trabalho é estruturado em seis seções que fornecem uma visão detalhada sobre a proposta de filtragem de ruído para um sensor inercial do tipo MEMS. Na Seção 2, é realizada uma breve revisão do método EMD, que é utilizado como uma das ferramentas principais para a realização da filtragem proposta. A Seção 3 apresenta a especificação do processo de estimativa do parâmetro Hurst, que é utilizado para caracterizar a influência dos ruídos correlacionados com o sinal original. A proposta de filtragem dos ruídos é apresentada na Seção 4, utilizando as duas ferramentas principais apresentadas nas Seções 2 e 3. Na Seção 5, são apresentados os resultados e análises do método proposto, fornecendo uma avaliação detalhada da eficácia da filtragem de ruído. Finalmente, na Seção 6, é realizada uma conclusão do trabalho, resumindo as principais descobertas.

## II. A DECOMPOSIÇÃO EM MODO EMPÍRICO

A decomposição em modo empírico (ou Empirical Mode Decomposition - EMD, em inglês) é um método de análise de sinais que busca decompor um sinal em componentes intrínsecas, chamadas de funções de modo empírico (ou Intrinsic Mode Functions - IMF, em inglês).

Essa técnica foi proposta por Huang et al. em 1998 como uma alternativa ao método de decomposição em componentes ortogonais (ou Orthogonal Decomposition - OMD, em inglês), como a Transformada de Fourier ou a Análise de Componentes Principais.

A EMD é baseada na ideia de que um sinal pode ser representado como a soma de funções senoidais de diferentes frequências e amplitudes. Essas funções são chamadas de IMF e são obtidas a partir da decomposição do sinal original em dois componentes: um componente de alta frequência (chamado de detalhe) e um componente de baixa frequência (chamado de tendência).

As IMFs devem satisfazer duas características básicas, a saber [4]:

- Deve ser uma simples oscilação com o mesmo número de extremos e cruzamentos de zero (pode existir uma diferença de um, entre extremos e cruzamento de zeros);
- A média entre um valor de máximo e seu respectivo valor de mínimo deve ser zero.

O método consiste nos seguintes passos: [5]

- 1) Localizar os máximos e mínimos da série temporal e realizar uma interpolação entre os valores máximos e outra interpolação entre os valores mínimos.
- 2) Determinar a média ponto a ponto entre as duas envolventórias. Caso esta série média:
  - Tenha as características de uma IMF, ela é armazenada e posteriormente subtraída do registro temporal (Equação (1)) e o processo de obtenção da IMF é iniciado novamente nesse novo registro ( $h_i$ ).

$$h_1 = X(t) - m_1 \quad (1)$$

onde  $X(t)$  é a série temporal,  $m_1$  é a série média e  $h_1$  é a série restante.

- Não tenhas as características básicas de uma IMF, o método é repetido até obter-se a IMF (Equação (2)).

$$h_{1k} = h_{1(k-1)} - m_{1k} \quad (2)$$

onde o índice  $k$  é um contador que representa a repetição do processo até se obter uma IMF.

Esta iteração recebe o nome de peneiramento (“sifting”). A determinação de IMFs está associada a um critério de convergência. Em algum momento, o processo de peneiramento é interrompido e o resultado é um conjunto de IMFs, mais algum resíduo.

## III. O EXPOENTE HURST

O expoente de Hurst é uma medida estatística que é usada para avaliar a persistência ou a tendência de uma série temporal. Foi proposto por Harold Edwin Hurst em 1951 para analisar a variação do nível de água do Rio Nilo [6].

O expoente de Hurst varia de 0 a 1, onde 0,5 indica uma série temporal aleatória, sem tendência, e valores maiores que 0,5 indicam uma tendência positiva (ou seja, a série tende a subir), enquanto valores menores que 0,5 indicam uma tendência negativa (ou seja, a série tende a cair). Em geral, o uso do expoente de Hurst em métodos de redução de ruído é uma abordagem comum no processamento de sinais. Ele é uma medida da memória de longo prazo em um sinal e frequentemente usado para quantificar a sua autossimilaridade. Se o expoente de Hurst for maior do que 0,5, isso sugere que o ruído tem um comportamento de memória de longo prazo, ou seja, está correlacionado com valores passados e é mais determinístico. Por outro lado, se o expoente de Hurst for menor do que 0,5, isso sugere que o ruído tem um comportamento de memória de curto prazo e é mais próximo de um comportamento aleatório.

Existem vários métodos para estimar o expoente de Hurst em dados, principalmente examinando suas correlações de longo alcance. O método da Variância Agregada ou Análise Dispersional é um bom candidato, pois é um método de domínio temporal útil para séries temporais não estacionárias. O método realiza uma análise em múltiplas escalas pela agregação de pontos adjacentes e medindo a similaridade em termos de variância [7]. A variância é calculada pela média ao longo do tempo em intervalos de largura. Dada uma série  $\xi_H(i)$ ,  $i=1,2,3,\dots,N$ , o algoritmo é o seguinte [8]:

- Defina o tamanho do intervalo  $\tau = 1$ .
- Calcule o desvio padrão (standard deviation) dos  $N$  pontos de dados e registre o ponto  $(\tau, \tau, \sigma_\tau)$
- Faça a média dos pontos de dados vizinhos e armazene no conjunto de dados original. Para cada par de pontos adjacentes  $\xi_H(2i-1)$  e  $\xi_H(2i)$ , calcule a média como  $\xi_H(i) = \frac{1}{2}[\xi_H(2i-1) + \xi_H(2i)]$ . Isso reduz pela metade o número de pontos de dados  $N$ .
- Redimensione apropriadamente os valores de  $N$  e  $\tau$  para a próxima iteração. Divida  $N$  por 2 ( $N \leftarrow N/2$ ) e multiplique  $\tau$  por 2 ( $\tau \leftarrow 2\tau$ ).
- Repita os passos 2 a 4 enquanto  $N$  for maior que 4. Isso significa que o processo de agregação dos pontos de dados e o cálculo do desvio padrão serão repetidos várias vezes até que reste um número mínimo de pontos.
- Trace um gráfico log-log dos pontos ( $\log \tau$ ,  $\log(\tau, \tau, \sigma_\tau)$ ) obtidos nos passos anteriores.
- Realize uma regressão linear no gráfico log-log. A inclinação da reta resultante é o expoente de Hurst ( $H$ ) procurado. A equação da reta pode ser expressa como  $\log(\tau, \tau, \sigma_\tau) = H \log \tau + L$ , onde  $L$  é uma constante.

## IV. FILTRAGEM USANDO EMD E O EXPOENTE HURST

O método de remoção de ruído baseado em EMD parte do princípio de reconstruir parcialmente o sinal utilizando os Modos Intrínsecos Empíricos (IMFs) que foram filtrados ou ajustados por limiar. Esta abordagem é especialmente relevante devido à distribuição e características do ruído proveniente de sensores inerciais. A natureza intrusiva do ruído é tal que sua frequência é significativamente mais alta do que a das partes relevantes do sinal. Neste contexto, propomos

uma abordagem de distinção entre os IMFs associados ao ruído e aqueles ligados às partes efetivas do sinal através da análise de Hurst. O expoente de Hurst de cada IMF é calculado para discernir sua natureza. Aqueles IMFs com expoente de Hurst menor ou igual a 0,5 são classificados como ruído e prontamente removidos, simplificando assim a filtragem direta dos componentes indesejados. Esta estratégia mostra-se altamente promissora para aprimorar a qualidade das medições de sensores inerciais em meio a um ambiente ruidoso. A Figura 1 ilustra os métodos de remoção de ruído implementados neste estudo.

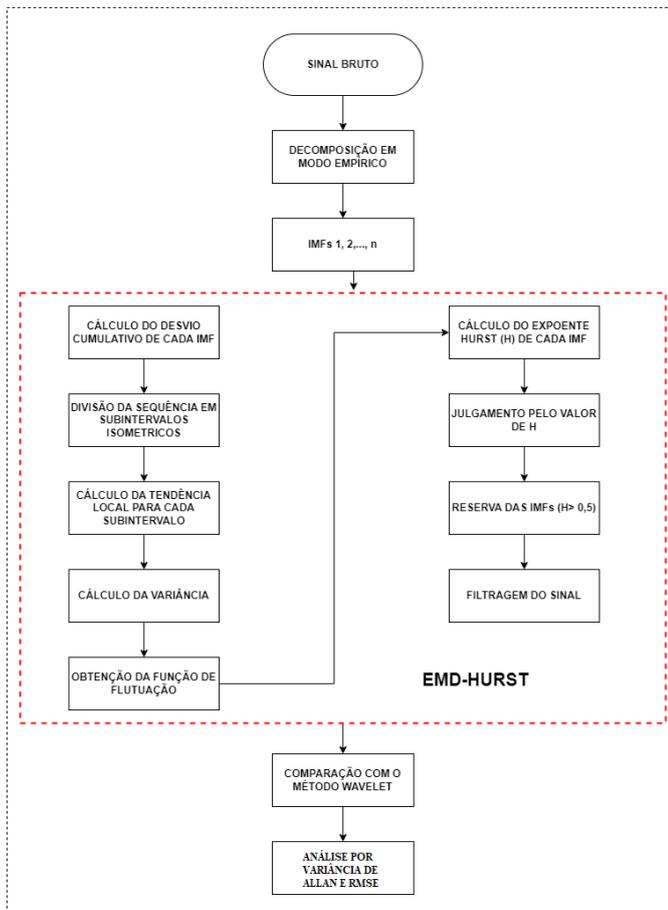


Fig. 1: Diagrama do Método.

No estágio final do método, realizamos o cálculo do RMSE (Erro Médio Quadrático) para avaliar a precisão do processo. Além disso, conduzimos uma análise detalhada dos ruídos nos sensores inerciais, empregando a abordagem da Variância de Allan. Essa técnica estatística envolve a coleta de medições das discrepâncias entre as leituras do sensor em diferentes intervalos de tempo. A partir dessas medições, calculamos as variâncias correspondentes e representamos esses dados graficamente. Essa representação visual nos permite identificar padrões de variação específicos, que oferecem insights valiosos sobre as características do ruído presente nos sensores.

## V. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Com o objetivo de avaliar a efetividade do método proposto, realizou-se uma coleta contínua de dados por um período de cinco horas de um acelerômetro MEMS da IMU400CD da Crossbow [9]. A taxa de amostragem utilizada foi de 100 Hz. Após a coleta dos dados, realizou-se uma análise dos resultados, revelando que a saída do sensor apresenta um nível significativo de ruído, como pode ser observado nas Figuras 2, 3 e 4, que exibem os dados do acelerômetro nos eixos X, Y e Z respectivamente.

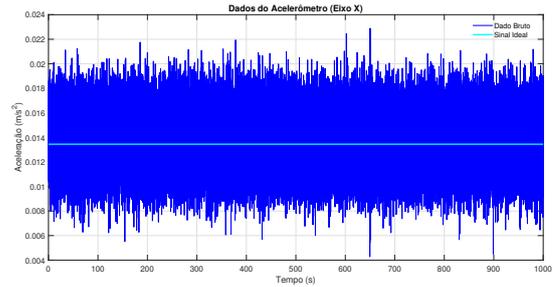


Fig. 2: Dados brutos do acelerômetro no Eixo x.

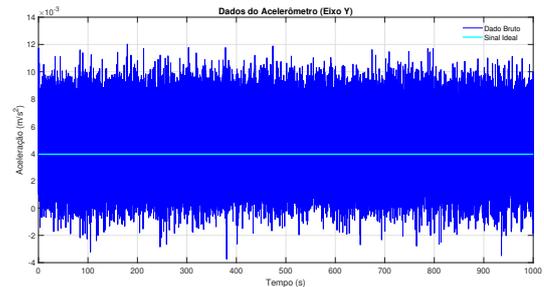


Fig. 3: Dados brutos do acelerômetro no Eixo Y.

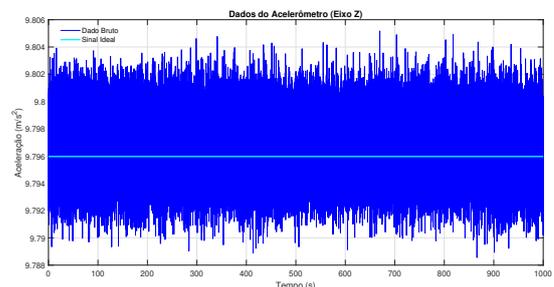


Fig. 4: Dados brutos do acelerômetro no Eixo Z.

Tais resultados reforçam a importância do uso de técnicas de redução de ruído em sensores inerciais, especialmente em situações em que a qualidade dos dados obtidos é fundamental para o sucesso de uma determinada aplicação ou pesquisa.

Utilizando a técnica da Variância de Allan e o cálculo do RMSE, os resultados referentes aos ruídos do acelerômetro foram examinados cuidadosamente. Isso permitiu uma análise

mais detalhada de aspectos como a Bias Instabilidade, o "Velocity Random Walk"(VRW). Os detalhes desses resultados estão resumidos de forma clara na Tabela I.

TABELA I: Ruídos do Sinal Original

Acelerômetro	Sinal Ruidoso		
	VRW ( $m/s/\sqrt{h}$ )	Bias Instabilidade ( $m/s/h$ )	RMSE
Ax	0,0116	0,1306	0,0136
Ay	0,0112	0,1505	0,0044
Az	0,0115	0,1828	0,0201

Para mitigar a presença de ruído no sinal, adotou-se o método proposto, que foi iniciado com a decomposição do sinal original em um conjunto de IMFs. A Figura 3 exemplifica essas funções obtidas para o Acelerômetro no eixo X. No gráfico superior, o sinal de desvio original é apresentado, enquanto nos gráficos subsequentes estão dispostas as IMFs ordenadas por magnitude crescente, culminando no último gráfico que representa o resíduo remanescente.

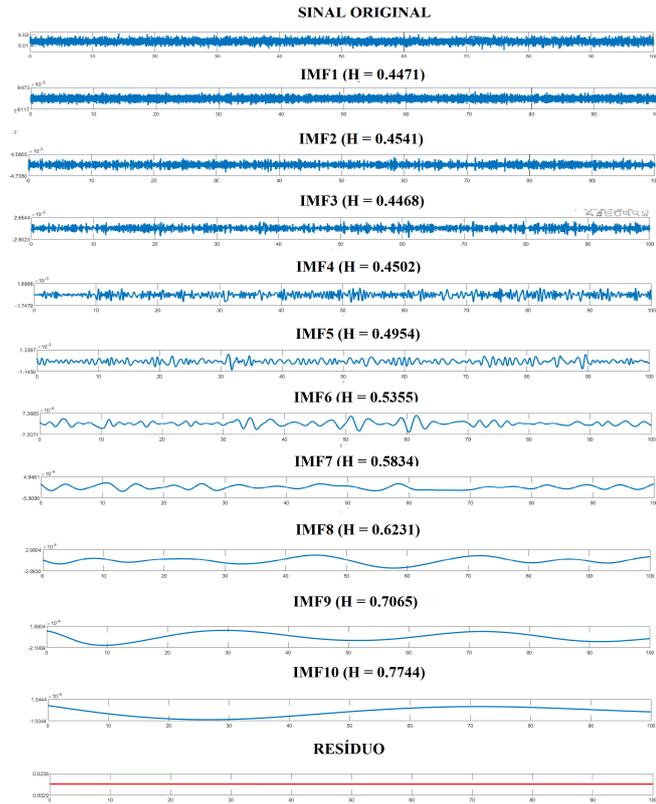


Fig. 5: IMFs para o Sinal do Acelerômetro no eixo X.

Na análise realizada, pode-se observar que à medida que a ordem das Intrinsic Mode Functions (IMFs) aumenta, suas frequências diminuem. Isso sugere que as primeiras IMFs, de ordem mais baixa, são mais suscetíveis à influência do ruído de alta frequência presente no sinal original. Além disso, os parâmetros de Hurst foram calculados para cada IMF e identificados nos títulos correspondentes. Após a decomposição, escolhemos seletivamente as IMFs com expoente de

Hurst superior a 0.5 (ou seja, IMFs 6 a 10). Os resultados obtidos confirmam a eficácia do método proposto, pois essas IMFs selecionadas conseguiram efetivamente remover os componentes significativos de ruído do sinal original. Essa melhoria é claramente visível nas Figuras 6, 7 e 8, que ilustram visualmente os efeitos da decomposição e filtragem de ruído para os eixos X, Y e Z respectivamente.

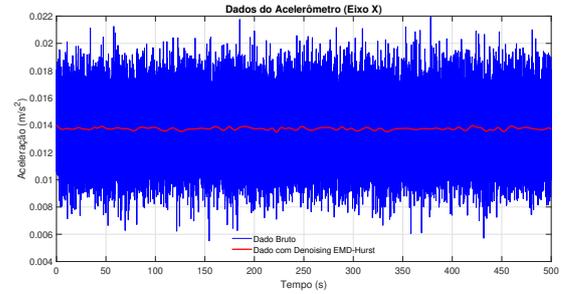


Fig. 6: Comparação entre o sinal original e o sinal filtrado pelo método EMD-Hurst (Eixo X).

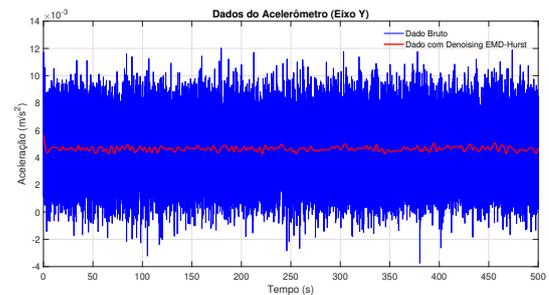


Fig. 7: Comparação entre o sinal original e o sinal filtrado pelo método EMD-Hurst (Eixo Y).

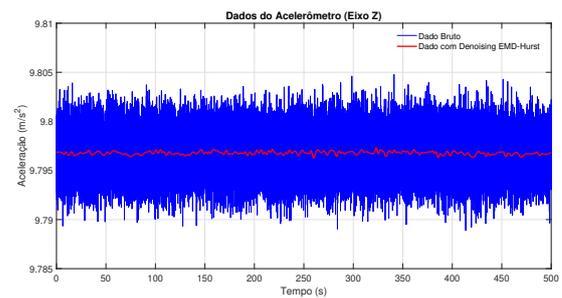


Fig. 8: Comparação entre o sinal original e o sinal filtrado pelo método EMD-Hurst (Eixo Z).

Com o intuito de efetuar uma comparação entre distintos métodos de filtragem, optou-se pela aplicação do processo de filtragem por wavelet, amplamente reconhecido como uma abordagem eficaz para essa finalidade. Esse método foi selecionado para tratar o sinal de interesse devido à sua relevância e aplicabilidade. Conforme previsto, os resultados obtidos por ambas as estratégias revelaram uma notável redução nas componentes de alta frequência que originalmente afetavam o

signal. As Figuras 9, 10 e 11 proporcionam uma análise gráfica, permitindo uma comparação direta entre esses métodos de filtragem para os eixos X, Y e Z respectivamente.

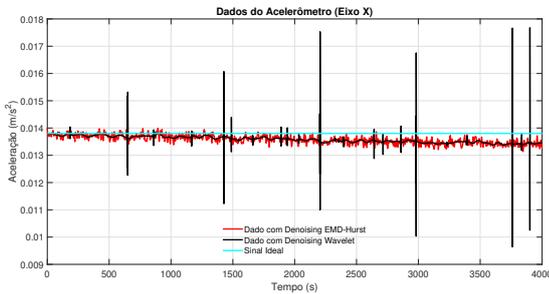


Fig. 9: Comparação entre Wavelet e EMD-Hurst (Eixo X).

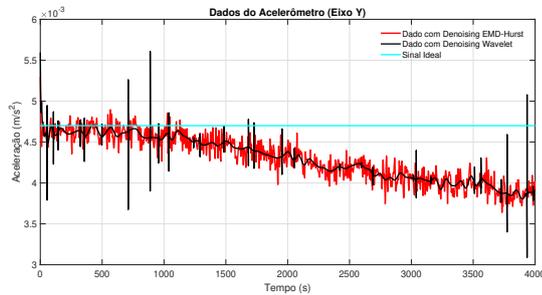


Fig. 10: Comparação entre Wavelet e EMD-Hurst (Eixo Y).

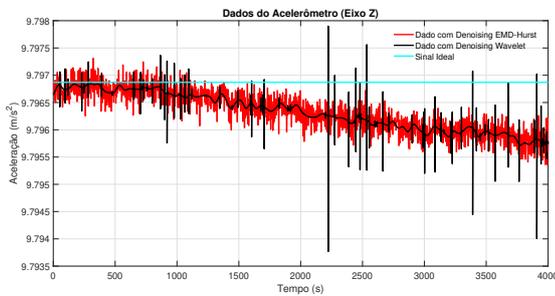


Fig. 11: Comparação entre Wavelet e EMD-Hurst (Eixo Z).

A aplicação da Variância de Allan nos sinais filtrados por cada método proporciona uma análise quantitativa dos resultados, como refletido nas Tabelas II e III, que apresentam os valores de bias, VRW e RMSE após a aplicação dos métodos Wavelet e EMD-Hurst no sinal original do acelerômetro. A análise dos dados confirma a notável eficácia do método Wavelet na redução de ruídos brancos, alinhando-se com as conclusões da análise gráfica. No entanto, o método proposto se destaca ao atenuar de maneira significativa os ruídos coloridos no sinal, resultando em valores notavelmente reduzidos de bias (0,1053 m/s/h, 0,1267 m/s/h e 0,1535 m/s/h nos eixos X, Y e Z, respectivamente).

Os resultados destacam de forma notável a superioridade do método que foi proposto. Embora ambos os métodos tenham comprovado ser eficazes na tarefa de redução de ruído,

TABELA II: Ruídos após filtragem pelo Método Wavelet

Acelerômetro	Método Wavelet		
	VRW ( $m/s/\sqrt{h}$ )	Bias Instabilidade ( $m/s/h$ )	RMSE
Ax	0	0,1296	0,0135
Ay	0	0,1463	0,0040
Az	0	0,1828	0,0200

TABELA III: Ruídos após filtragem pelo Método EMD-Hurst

Acelerômetro	Método EMD-Hurst		
	VRW ( $m/s/\sqrt{h}$ )	Bias Instabilidade ( $m/s/h$ )	RMSE
Ax	0,0090	0,1053	0,0134
Ay	0,0076	0,1267	0,0040
Az	0,0087	0,1535	0,0190

o método que desenvolvemos se mostrou mais abrangente e eficaz na atenuação dos ruídos coloridos presentes. Isso teve um impacto altamente significativo na melhoria global da qualidade do sinal, como evidenciado pelos valores mais baixos do RMSE. Essa redução do RMSE indica a capacidade do método proposto de lidar de maneira mais completa e abrangente com os desafios impostos pelos ruídos coloridos.

## VI. CONCLUSÕES

O estudo visou otimizar um Sistema de Navegação Inercial (SNI) usando sensores inerciais do tipo MEMS. Os resultados confirmam o sucesso desse objetivo com o método proposto. Enquanto o método wavelet atenuou ruídos brancos, nosso método reduziu notavelmente ruídos coloridos, ampliando sua eficácia. O método proposto demonstrou superioridade global, com menor Erro Médio Quadrático (RMSE), indicando considerável redução em todos os tipos de ruído analisados.

## REFERÊNCIAS

- [1] GREWAL, M. S.; WEILL, L. R.; ANDREWS, A. P. Global positioning systems, inertial navigation, and integration. [S.l.]: John Wiley Sons, 2007.
- [2] TSOLIS, George; XENOS, Thomas D. Signal denoising using empirical mode decomposition and higher order statistics. International Journal of Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition, v. 4, n. 2, p. 91-106, 2011.
- [3] ZHANG, Zhijie et al. Denoising for satellite laser altimetry full-waveform data based on EMD-Hurst analysis. International Journal of Digital Earth, v. 13, n. 11, p. 1212-1229, 2020.
- [4] HUANG, Norden E. et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. Proceedings of the Royal Society of London. Series A: mathematical, physical and engineering sciences, v. 454, n. 1971, p. 903-995, 1998.
- [5] MOURA, T. Aplicação da transformada de Hilbert-Huang para o estudo de ondas medidas por PUV. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010.
- [6] SUTCLIFFE, John et al. Harold Edwin Hurst: the Nile and Egypt, past and future. Hydrological Sciences Journal, v. 61, n. 9, p. 1557-1570, 2016.
- [7] F. Esposti, M. G. Signorini, "Evaluation of a Blind Method for the Estimation of the Hursts exponent in time series, 14th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2006), Florence, Italy, September 4-8, 2006.
- [8] H.J Blok, "On the nature of the stock market: Simulations and experiments, PhD THESIS on Statistical Mechanics, arxiv.org/abs/cond-mat/0010211v1, Oct. 2000.
- [9] Crossbow (2005). "IMU User's Manual-Models IMU300CC, IMU400CC, IMU400CD", Documento 7430-0003-03.