

# Otimização Bioinspirada Aplicada a Separação Cega de Fontes no Contexto *Post-Nonlinear*

Gustavo Depieri e Aline Neves

**Resumo**— Este artigo apresenta uma proposta para aplicação do algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (OEP) em problemas de Separação Cega de Fontes no contexto *Post-Nonlinear* e analisa as propriedades de convergência de diferentes topologias do enxame: a global, quadrada e em anel. A remoção da não-linearidade é obtida pela estimativa da função inversa através da série de Taylor e a etapa linear é resolvida com uso do FastICA. A informação mútua dos sinais é utilizada como função custo durante o processo de otimização. Os resultados mostram que o algoritmo é capaz de recuperar as fontes de maneira satisfatória e que a topologia quadrada apresenta o melhor desempenho.

**Palavras-Chave**— Separação Cega de Fontes, Contexto Não-Linear *Post-Nonlinear*, Otimização por Enxame de Partículas, FastICA.

**Abstract**— This article presents a proposal for the application of the Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm in Blind Source Separation problems in the *Post-Nonlinear* context. The convergence properties of different swarm topologies are analyzed: global, square and ring. Nonlinearity removal is obtained by estimating the inverse function through Taylor series and the linear step is solved using FastICA. The mutual information is used as a cost function during the optimization process. The results show that the algorithm is able to recover the sources satisfactorily and that the square topology presents the best performance.

**Keywords**— Blind Source Separation, *Post-Nonlinear* Mixtures, Particle Swarm Optimization, FastICA.

## I. INTRODUÇÃO

Em problemas de Separação Cega de Fontes (*BSS - Blind Source Separation*) são utilizados algoritmos de aprendizado não-supervisionado para recuperação das fontes (sinais) estatisticamente independentes, a partir da observação de suas misturas [1].

Os problemas de BSS podem ser entendidos em dois contextos diferentes no que se refere ao processo de mistura [2]. No contexto linear assume-se que os sinais das misturas observadas foram produzidos a partir de uma transformação linear invertível (e desconhecida) aplicada ao conjunto dos sinais originais. Nesse caso, algoritmos clássicos da literatura como o FastICA e o Infomax [1] são amplamente utilizados para recuperação das fontes. Tais algoritmos utilizam o método de otimização do gradiente para estimar a transformação linear inversa que maximize a negentropia (FastICA) ou minimize a informação mútua dos sinais (Infomax). Outros algoritmos,

como o SOBI (*Second Order Blind Identification*), exploram momentos de segunda ordem quando as fontes são auto-correlacionadas [2].

Contudo, o modelo linear pode não ser adequado para representar o processo de mistura dos sinais em determinadas situações, como em aplicações com sensores que apresentam comportamentos não-lineares [2]. Nesse caso o problema se torna mais complicado, fazendo-se necessário o uso de alguma restrição para garantir a unicidade da solução. Neste trabalho é considerado o caso particular *Post-Nonlinear* (PNL), onde o processo de mistura é modelado em duas etapas. Primeiramente as fontes são misturadas de acordo com o contexto linear e, em seguida, a não-linearidade é introduzida em cada mistura a partir de uma função invertível [2]. A recuperação das fontes nesse modelo se dá pela remoção da não-linearidade através da estimativa das funções inversas e pela resolução da etapa linear em sequência, onde podem ser aplicados algoritmos clássicos como o FastICA.

Tendo em vista que a modelagem de problemas de BSS no contexto não-linear PNL envolve a otimização de funções não-convexas com diversos mínimos locais, na literatura estão presentes métodos baseados em redes RBF (*Radial Basis Function*) [3], no algoritmo genético de evolução diferencial [4] e no algoritmo ACE (*Alternating Conditional Expectation*) [5]. Este trabalho, por sua vez, propõe a aplicação do algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (OEP) para solução da parte não-linear da mistura PNL em conjunto com o FastICA, tendo como critério a minimização da informação mútua dos sinais para recuperar as fontes estatisticamente independentes. As diferentes topologias - global, quadrada e em anel - para o enxame são consideradas, visto que influenciam na capacidade de exploração e refinamento da solução dentro do espaço de busca e na resiliência do algoritmo aos mínimos locais [6].

Esse trabalho está organizado da seguinte maneira: na Seção II são apresentados os fundamentos da Separação Cega de Fontes. O funcionamento do FastICA e do OEP são apresentados nas Seções III e IV, respectivamente. A Seção V descreve o algoritmo para recuperação de fontes em misturas PNL. As Seções VI e VII apresentam as simulações computacionais e os resultados. Por fim, a Seção VIII contém as conclusões do trabalho.

## II. SEPARAÇÃO CEGA FONTES

### A. Contexto Linear

O contexto linear pode ser representado matematicamente através da Eq. 1 [1], onde o processo de mistura é modelado por uma transformação linear  $\mathbf{A}$ . As  $n$  fontes estatisticamente

independentes correspondem ao vetor  $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_n]^T$ , enquanto  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  são as misturas observadas. A recuperação das fontes originais se dá pela estimativa da matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$ , tal como na Eq. 2

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} \quad (1)$$

$$\mathbf{B}\mathbf{x} = (\mathbf{B}\mathbf{A})\mathbf{s} = \mathbf{s}. \quad (2)$$

### B. Contexto Não-linear Post-Nonlinear

No modelo não-linear PNL, o processo de mistura é descrito em duas etapas [2]. A primeira etapa (linear) é dada como na Eq. 1, em seguida é aplicada uma função não-linear invertível  $f_i$  a cada mistura  $x_i$ , ou seja,  $z_i = f_i(x_i)$ , sendo  $\mathbf{z}$  o conjunto dos sinais de mistura observados e  $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$  o conjunto das não-linearidades.

Para a recuperação das fontes, as não-linearidades são removidas a partir das estimativas das funções inversas  $g \approx f^{-1}$ , e da transformação linear  $\mathbf{B}$ . A Fig. 1 esquematiza o processo de mistura e de recuperação das fontes segundo o modelo PNL, onde  $\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{g}(\mathbf{z})$  é o conjunto de sinais recuperados pelo algoritmo, sendo dado por estimativas dos sinais originais.

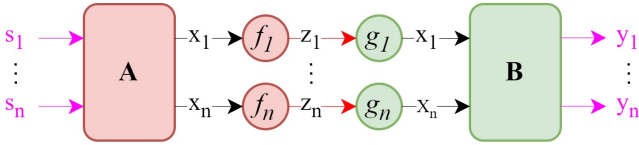


Fig. 1. Processo de mistura PNL e recuperação das fontes.

### III. FASTICA - ALGORITMO PARA RECUPERAÇÃO DAS FONTES EM MISTURAS LINEARES

O FastICA é um algoritmo de convergência rápida baseado no método do gradiente e na medida da negentropia ( $J$ ), apresentada na Eq.3, para recuperação de sinais estatisticamente independentes em misturas lineares [1]. A negentropia é uma medida de não-gaussianidade de uma variável aleatória, sendo dada por

$$J(\mathbf{y}) = H(\mathbf{y}_{\text{gauss}}) - H(\mathbf{y}), \quad (3)$$

onde  $H(\mathbf{y}_{\text{gauss}})$  é a entropia de uma variável aleatória gaussiana com mesma matriz de correlação que  $\mathbf{y}$ . Considerando que o processo de mistura dos sinais equivale à soma ponderada de variáveis aleatórias, as distribuições de probabilidade dos sinais resultantes serão mais próximas de uma gaussiana do que os originais, conforme o Teorema Central do Limite (TCL). Dessa maneira, ao estimar os coeficientes da matriz  $\mathbf{B}$  que maximize  $J$  o algoritmo busca por uma transformação linear que recupera as fontes originais, a menos das conhecidas ambiguidades de escala e permutação.

Como um pré-processamento, os sinais da mistura são descorrelacionados com a técnica de branqueamento  $E[\mathbf{x}'\mathbf{x}'^T] = \mathbf{I}$ , onde  $\mathbf{x}' = \mathbf{V}\mathbf{x}$  é o vetor dos sinais de mistura branqueados, e  $\mathbf{V}$  é a transformação linear que descorrelaciona  $\mathbf{x}$ . A operação de branqueamento é o primeiro passo no sentido de separação das fontes, restando ao FastICA estimar uma matriz de rotação  $\mathbf{W}$  (ortonormal), obtida maximizando-se a não gaussianidade, dada pela Eq. 3 [1].

Assim, os sinais resultantes da aplicação do algoritmo FastICA são estimativas para as fontes e podem ser escritos como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x}' = \mathbf{W}(\mathbf{V}\mathbf{x}) = \mathbf{B}\mathbf{x}. \quad (4)$$

Algumas ambiguidades de magnitude e fase, bem como a indeterminação de ordem das fontes recuperadas, são previstas no modelo linear [1], uma vez que estas podem ser absorvidas tanto nos sinais recuperados como na matriz de mistura. Contudo, considera-se que tais ambiguidades não sejam importantes em diversos problemas onde a técnica é aplicada [1].

### IV. OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS

O algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (OEP) é um algoritmo de otimização heurística inspirado no comportamento social de pássaros em enxames [7]. Nesse algoritmo, as partículas percorrem um espaço de busca para solução do problema e suas velocidades se alteram de acordo com os atratores sociais e cognitivos, isto é, em direção à melhor posição já visitada pelas outras partículas com as quais estão conectadas e por elas próprias. Na  $k$ -ésima iteração do algoritmo a velocidade de cada partícula ( $\vec{v}_k$ ) e sua posição ( $\vec{p}_k$ ) são atualizadas de acordo com as Eq. 5 e Eq. 6, respectivamente.

$$\vec{v}_k = w_k v_{k-1} + \alpha_{k1}(\vec{p}_{kc} - \vec{p}_{k-1}) + \alpha_{k2}(\vec{p}_{ks} - \vec{p}_{k-1}), \quad (5)$$

$$\vec{p}_k = \vec{v}_k + \vec{p}_{k-1} \quad (6)$$

onde  $\vec{p}_{ks}$  e  $\vec{p}_{kc}$  correspondem à posição no espaço dos atratores sociais e cognitivos,  $w_k$  é o coeficiente de inércia do movimento e  $\alpha_{k1}$  e  $\alpha_{k2}$  são os coeficientes de aceleração em direção aos atratores. O desempenho do algoritmo depende de um equilíbrio entre a capacidade de exploração do espaço de busca pelo enxame, ditado principalmente pelo atrator cognitivo e a inércia, e sua capacidade de troca de informação entre as partículas e refinamento das melhores soluções encontradas, que corresponde aos atratores sociais [7]. Uma possibilidade é variar os coeficientes  $w_k$ ,  $\alpha_{k1}$  e  $\alpha_{k2}$  ao longo das iterações do algoritmo de maneira a garantir uma maior capacidade inicial de exploração da região de busca e de refinamento nas iterações finais. Dessa maneira, os parâmetros  $w_k$  e  $\alpha_{k1}$ , que estão associados à inércia do movimento e a aceleração em direção ao atrator cognitivo (individual), iniciam com valores mais elevados (maior capacidade de exploração) e diminuem com o número de iterações, enquanto o  $\alpha_{k2}$ , que está associado ao atrator social, tem comportamento inverso. Neste trabalho, os coeficientes  $w_{\text{max}}$  e  $w_{\text{min}}$  são inicializados com 0,9 e 0,4, enquanto  $\alpha_{1\text{inicial}}$  e  $\alpha_{2\text{final}}$  são inicializados em 2,5 e  $\alpha_{1\text{final}}$  e  $\alpha_{2\text{inicial}}$  em 0,5, respectivamente [7]. Ao longo das iterações esses coeficientes são modificados de acordo com as Eq. 7 e Eq. 8.

$$\omega_k = \omega_{\text{max}} - \left( \frac{\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}}}{k_{\text{max}}} \right) k \quad (7)$$

$$\alpha_{kj} = (\alpha_{j\text{final}} - \alpha_{j\text{inicial}}) \frac{k}{k_{\text{max}}} + \alpha_{j\text{inicial}}, j \in (1, 2), \quad (8)$$

onde  $k$  representa a  $k$ -ésima iteração e  $k_{\text{max}}$  o número máximo de iterações.

### A. Conexões Entre as Partículas - Topologia

A maneira como as partículas estão conectadas entre si define como a informação dos atratores sociais se propaga no exame [7]. Diferentes topologias podem ser utilizadas para melhorar a capacidade de convergência do algoritmo e torná-lo mais resiliente aos pontos de ótimo locais, de acordo com o problema que se deseja otimizar. Neste trabalho foram avaliados o desempenho do OEP para recuperação das fontes em misturas *Post-Nonlinear* nas topologias global, quadrada e em anel.

1) *Topologia Global*: Na topologia global todas as partículas estão conectadas e existe, portanto, um único atrator social que corresponde à melhor solução já encontrada pelo enxame. Essa topologia tende a apresentar elevada velocidade de convergência, contudo, possui menor capacidade de explorar o espaço de busca e, portanto, maior probabilidade de convergir para um ponto de ótimo local [6].

2) *Topologia em Anel*: Na topologia em anel as partículas apresentam conexões com apenas dois vizinhos sendo a última conectada com a primeira partícula, fechando o anel. Essa topologia aumenta a capacidade de exploração do enxame dentro do espaço de busca e reduz a probabilidade de estagnação em ótimos locais quando comparado à topologia global, uma vez que existem mais atratores sociais. Contudo ela tende a apresentar uma convergência muito lenta e dificuldade para refinar a solução dentro de uma região [6].

3) *Topologia Quadrada*: A topologia quadrada possui características intermediárias entre a topologia global e a topologia em anel. Nela, as partículas estão conectadas com 4 de seus vizinhos adjacentes, o que lhe confere mais atratores sociais do que a topologia global, melhorando a capacidade de exploração do espaço de busca pelo enxame, porém menos atratores do que a em anel, garantindo melhor capacidade de refinamento de uma região de busca pelo enxame [6].

## V. ALGORITMO BIOINSPIRADO PARA RECUPERAÇÃO DAS FONTES EM MISTURAS *Post-Nonlinear*

Neste trabalho, a recuperação das fontes na mistura PNL é um processo iterativo realizado com auxílio do algoritmo bioinspirado OEP e o FastICA. As funções não-lineares  $\mathbf{g} = [f_1^{-1}, \dots, f_n^{-1}]^T$  são aproximadas por séries de Taylor, considerando apenas termos de ordem ímpar, uma vez que são funções invertíveis. Para o  $i$ -ésimo sinal a aproximação é dada pela Eq. 9.

$$g_i(z_i) \approx c_1^i z_i^1 + \dots + c_{2l+1}^i z_i^{2l+1}, l \in (0, 1, 2, \dots), \quad (9)$$

onde  $c_j^i$  corresponde ao  $j$ -ésimo coeficiente de Taylor da  $i$ -ésima mistura. As partículas (soluções candidatas) estimam os coeficientes de Taylor de todas as funções para remover a não-linearidade das misturas. O espaço vetorial de busca do enxame é  $\mathbb{R}^m$ , onde a dimensão  $m$  corresponde à quantidade de funções  $g$  multiplicado pelo número de coeficientes de Taylor utilizados para estimar cada não-linearidade. Os atratores sociais e cognitivos de cada partícula são sempre normalizados de maneira que os coeficientes de Taylor para cada sinal tenham módulo unitário e  $c_1^i$  (primeiro coeficiente do  $i$ -ésimo sinal) seja positivo. Essa simplificação reduz o espaço de busca e

potencialmente melhora o desempenho do algoritmo, sendo possível dado que, removida a não-linearidade, a solução da parte linear apresenta naturalmente as ambiguidades já discutidas anteriormente de fase e módulo.

Em sequência da etapa não-linear, os sinais são branqueados e o algoritmo FastICA é aplicado para estimar a matriz  $\mathbf{W}$ . As soluções são então avaliadas segundo a métrica da informação mútua dada pela Eq. 10, onde  $H$  é a entropia,  $E$  o operador esperança,  $g_i$  a derivada da função  $g$  da  $i$ -ésima fonte. Para facilitar o cálculo da entropia marginal  $H(y_i)$  foi utilizada a aproximação de Gram-Charlier dada pela Eq. 11. O termo  $H(\mathbf{x})$  na Eq. 10 pode ser ignorado, uma vez que não depende dos parâmetros estimados pelo algoritmo.

$$I(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^n H(y_i) - \log |\det \mathbf{B}| - H(\mathbf{x}) - E \left[ \sum_{i=1}^n \log(|g_i'(x_i)|) \right], \quad (10)$$

$$H(y_i) \approx \frac{\log 2\pi e}{2} - \frac{(\kappa_3^i)^2}{2.3!} - \frac{(\kappa_4^i)^2}{2.4!} + \frac{3}{8}(\kappa_3^i)^2 \kappa_4^i + \frac{1}{16}(\kappa_4^i)^3, \quad (11)$$

onde  $\kappa_3^i$  e  $\kappa_4^i$  são, respectivamente, o momento de terceira ordem e a curtose do  $i$ -ésimo sinal.

A Fig. 2 apresenta as etapas para avaliar a posição atual de cada partícula no espaço de busca. Após uma partícula se deslocar no espaço, os novos coeficientes da série de Taylor, dados pela nova posição da partícula, são utilizados como tentativa de remover a não-linearidade dos sinais  $\mathbf{z}$ . Na próxima etapa, os sinais são branqueados e o algoritmo FastICA é utilizado para resolver a parte linear da mistura. Por fim, a informação mútua (Eq. 10) é calculada no conjunto dos sinais estimados  $\mathbf{y}$ , e o atrator cognitivo da partícula é atualizado caso a nova posição tenha um menor valor da função custo do que o anterior. O procedimento é realizado para todas as partículas conforme elas percorrem o espaço de busca e atualizam seus respectivos atratores cognitivos de acordo com as melhores posições do espaço já visitado por elas.

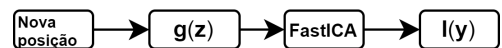


Fig. 2. Etapas para avaliação da posição de cada partícula no espaço de busca do algoritmo OEP.

## VI. SIMULAÇÕES

A medida da SIR (*Signal to Interference Ratio*) foi utilizada para avaliar as fontes recuperadas [2], conforme a Eq. 12. Devido as ambiguidades do modelo linear, discutidas na Seção III, as fontes recuperadas foram primeiramente normalizadas com variância unitária tendo suas fases e ordem corrigidas pela medida de correlação com as fontes originais, e então a SIR foi calculada.

$$SIR_{dB} = 10 \log(E[\mathbf{y}^2]/E[(\mathbf{y} - \mathbf{s})^2]). \quad (12)$$

As simulações computacionais consideraram misturas de 4 a 8 sinais gerados aleatoriamente com distribuições de probabilidades uniformes e triangulares, com 500 amostras, média nula e variância unitária. Duas funções não-lineares diferentes

foram utilizadas -  $z_i = a_1 \tanh(a_2 x_i)$  e  $z_i = a_1 \sinh(a_2 x_i)$ . Para cada sinal da etapa não-linear, os coeficientes  $a_1$  e  $a_2$  são gerados uniformemente nos intervalos  $0,4 \leq a_1 \leq 0,8$  e  $0,6 \leq a_2 \leq 0,9$ . A Fig. 3 ilustra as não-linearidades conforme os coeficientes  $a_1$  e  $a_2$  são variados. Para cada simulação uma nova matriz de mistura  $\mathbf{A}$  foi gerada de maneira aleatória, contudo, com a restrição de limitar o valor das amostras das misturas ao intervalo  $\max(|\mathbf{A}s|) \leq 2,5$ . Essa restrição garante uma melhor representação (mesmo intervalo) da não-linearidade para diferentes tamanhos de misturas. As matrizes  $\mathbf{A}$  possuem os maiores coeficientes na diagonal principal.

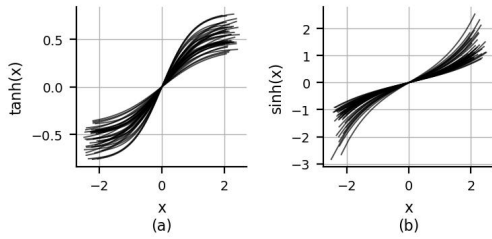


Fig. 3. Funções não-lineares a) tangente hiperbólica b) seno hiperbólico.

O algoritmo de recuperação das fontes foi avaliado para enxames com 25, 49 e 64 partículas nas topologias global, quadrada e em anel. Para cada não-linearidade, foram utilizados dois coeficientes de Taylor de ordem ímpar para obtenção das funções  $g$ , conforme a Eq. 9, de maneira que o vetor posição de cada partícula em um problema de mistura com  $n$  sinais pode ser representado por  $\vec{p} = [c_1^1, c_3^1, c_2^2, c_3^2, \dots, c_1^n, c_3^n]$ . As partículas são inicializadas de maneira aleatória e uniformemente distribuídas no espaço de busca restrito aos intervalos  $|c_j^i| \leq 1.5$ . Dois critérios de parada do algoritmo foram definidos - um limite de 1000 iterações, ou quando não for verificada alteração do melhor atrator social do enxame em 50 iterações seguidas.

Ao todo foram realizadas 1350 simulações para cada uma das topologias anel, quadrada e global, sendo que, para cada uma das 90 combinações de parâmetros possíveis, 15 simulações foram realizadas: número de fontes (4, 5, 6, 7, e 8), densidade de probabilidade dos sinais (todos uniformes ou variando entre uniforme e triangular), função não-linear ( todos com  $\sinh(x)$ ,  $\tanh(x)$  ou de maneira alternada entre  $\sinh(x)$  e  $\tanh(x)$ ) e tamanho do enxame (25, 49 e 64).

## VII. RESULTADOS

Os gráficos da Fig. 4 apresentam um exemplo de BSS no contexto PNL com 8 fontes estatisticamente independentes, sendo as primeiras 40 amostras de todas as fontes e suas misturas (Fig. 4a) e após a recuperação do algoritmo (Fig. 4b). Podemos ver que os sinais recuperados,  $y$ , são muito próximos das fontes originais,  $s$ . Os gráficos de dispersão da Fig. 5 mostram a distribuição das amostras de 2 dos 8 sinais utilizados nessa simulação: as fontes são mostradas na Fig. 5a, na qual fica clara a independência entre os sinais; os sinais de misturas PNL são mostrados na Fig. 5b, enfatizando a não-linearidade da mistura; e as fontes recuperadas pelo algoritmo

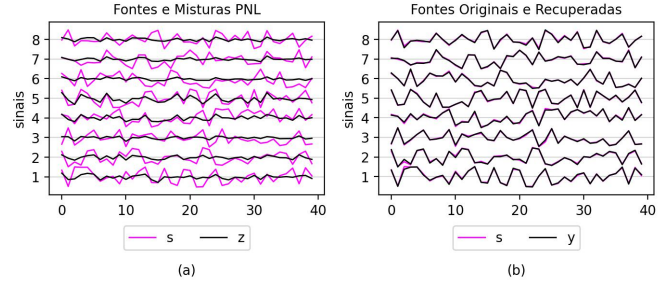


Fig. 4. BSS no contexto PNL com 8 fontes a) fontes e sinais da mistura PNL b) fontes originais e fontes recuperadas após a normalização.

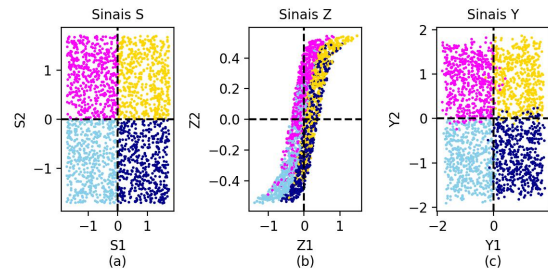


Fig. 5. Amostras de 2 dos 8 sinais recuperados de misturas PNL a) fontes estatisticamente independentes b) sinais de mistura PNL c) fontes recuperados e normalizados pelo algoritmo.

podem ser vistas na Fig. 5c, recuperando a independência entre os sinais.

Em seguida, foram realizadas as simulações citadas na Seção VI. Os diferentes casos simulados foram analisados globalmente, apenas agrupando os dados por tamanho da mistura e topologia, e em casos particulares, considerando o tamanho do enxame, densidades de probabilidade dos sinais e as funções não-lineares utilizadas.

### A. Resultados Globais de Simulação

O gráfico da Fig. 6 apresenta a SIR (dB) média de cada uma das 1350 simulações para diferentes tamanhos de mistura e as três topologias do OEP, enquanto o valor médio da SIR de todos os sinais e o desvio padrão é apresentado na Tabela I. Deve-se considerar que parte significativa da variabilidade desses resultados advém dos diferentes tamanhos de enxame agregados no mesmo cálculo, isto é, de 25, 49 e 64 partículas. A Tabela II detalha a quantidade média de iterações que foram necessárias para a convergência para cada topologia (conforme o critério definido na Seção VI) e o tamanho da mistura.

TABELA I  
RESULTADO MÉDIO DA SIR (dB)

N°Sinais	Anel	Quadrada	Global
4	16,0 ± 4,6	16,1 ± 4,7	16,1 ± 4,8
5	16,6 ± 4,2	17,0 ± 3,9	16,3 ± 4,4
6	15,1 ± 4,6	16,0 ± 3,8	14,5 ± 4,7
7	13,8 ± 4,8	14,8 ± 4,3	13,6 ± 4,8
8	11,9 ± 5,1	13,0 ± 4,9	11,3 ± 5,3

Os resultados mostraram que o uso do OEP na topologia quadrada é mais vantajoso do que a em anel ou a global,

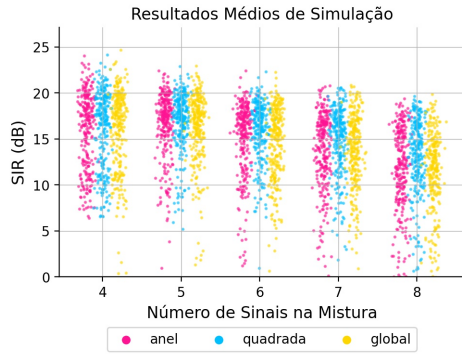


Fig. 6. SIR média de todos os casos simulados para diferentes topologias e tamanhos de mistura.

TABELA II  
NÚMERO MÉDIO DE ITERAÇÕES

Nº Sinais	Anel	Quadrada	Global
4	112 ± 36	82 ± 20	80 ± 25
5	156 ± 54	103 ± 31	100 ± 35
6	215 ± 75	147 ± 67	119 ± 43
7	255 ± 109	181 ± 83	132 ± 41
8	263 ± 132	211 ± 97	144 ± 50

apresentando maiores valores de SIR, maior taxa de sinais recuperados acima de 10 dB e com menor custo computacional em termos de números de iterações do que a topologia em anel. O teste de hipótese da análise de variância (ANOVA) de uma via foi realizado para os dados da Tabela I indicando significância estatística na diferença dos resultados para todos os tamanhos de mistura exceto na menor, de 4 sinais, onde as topologias apresentaram desempenhos similares. A característica intermediária de capacidade de exploração do espaço de busca e de refinamento da solução encontrada pode justificar o melhor desempenho para a topologia quadrada em relação às outras duas, e em especial, em misturas maiores com mais parâmetros.

### B. Casos Particulares de Simulação

Analisando como a qualidade dos sinais recuperados é influenciada pelo tamanho do enxame, na Fig. 7a os dados foram consolidados considerando o tamanho do enxame fixo de 64 partículas para diferentes tamanhos de mistura. A topologia quadrada apresentou resultados superiores sendo significativamente melhor em misturas maiores. Já na Fig. 7b, os resultados para as misturas com 8 fontes foram agrupados por topologia e tamanho do enxame, ficando evidente a melhora do algoritmo quanto maior o número de partículas.

Considerando as diferentes densidades de probabilidade e funções não-lineares utilizadas, a Tabela III apresenta o valor de SIR médio obtido pelo algoritmo. A maior dificuldade foi na recuperação dos sinais com densidades uniformes e triangulares que, para uma mesma não-linearidade, ficaram cerca de 3 dB abaixo dos casos simulados com apenas a densidade uniforme.

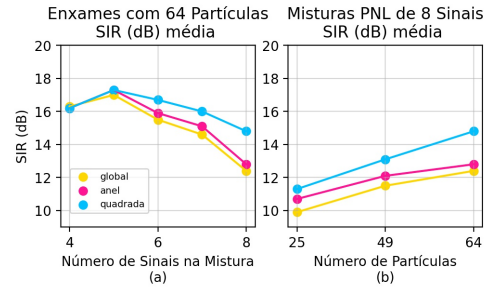


Fig. 7. Casos particulares a) SIR média para diferentes tamanhos de mistura considerando o enxame com 64 partículas b) SIR média de todas as simulações com 8 fontes considerando diferentes tamanhos de enxame.

TABELA III  
RESULTADOS SIR (dB) - DENSIDADES DE PROBABILIDADES E FUNÇÕES NÃO-LINEARES

	<i>sinh</i>	<i>tanh</i>	<i>sinh/tanh</i>
<i>uniforme</i>	16,4 ± 6,1	16,0 ± 2,9	16,0 ± 3,4
<i>unif./triang.</i>	13,4 ± 6,4	12,4 ± 3,9	12,6 ± 4,3

## VIII. CONCLUSÕES

O algoritmo OEP em conjunto com o FastICA apresentou desempenho satisfatório para recuperação de fontes em misturas *Post-Nonlinear* de diferentes tamanhos e não-linearidades, o que sugere uma boa estimativa da independência estatística da função custo e resiliência aos seus mínimos locais. Considerando as diferentes topologias utilizadas, a topologia quadrada foi a que apresentou a melhor convergência para diferentes tamanhos de mistura, como indicou o teste estatístico da ANOVA para os valores de SIR obtidos nos sinais recuperados, além de ter um custo computacional moderado. A característica intermediária no que se refere à capacidade de exploração do espaço de busca pelo enxame e de refinamento de uma região tornou o algoritmo capaz de encontrar soluções melhores na topologia quadrada do que em anel ou na global, sendo essa última a que apresentou os piores resultados.

## REFERÊNCIAS

- [1] A. Hyvärinen and E. Oja. Independent component analysis: algorithms and applications. *Neural networks*, 13(4):411–430, 2000.
- [2] Caroline Pires Alavez Moraes. Novas abordagens para separação cega de fontes no contexto post-nonline. Tese de mestrado, UFABC, Santo André - SP, 2020.
- [3] D.J. Krusienski and W.K. Jenkins. Nonparametric density estimation based independent component analysis via particle swarm optimization. In *Proceedings. (ICASSP '05). IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005*, volume 4, pages iv/357–iv/360 Vol. 4. IEEE, 2005.
- [4] F. Rojas, C.G. Puntonet, M. Rodríguez-Alvarez, I. Rojas, and R. Martín-Clemente. Blind source separation in post-nonlinear mixtures using competitive learning, simulated annealing, and a genetic algorithm. *IEEE transactions on systems, man and cybernetics. Part C, Applications and reviews*, 34(4):407–416, 2004.
- [5] A Ziehe, M Kawanabe, and S Harmeling. Blind separation of post-nonlinear mixtures using linearizing transformations and temporal decorrelation. *Journal of machine learning research*, 4(7-8):1319–1338, 2004.
- [6] Takuya Kurihara and Kenya Jin'no. Analysis of convergence property of pso and its application to nonlinear blind source separation. In *2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pages 976–981. IEEE, 2013.
- [7] Saptarshi Sengupta, Sanchita Basak, and Richard Alan Peters. Particle swarm optimization: A survey of historical and recent developments with hybridization perspectives. *arXiv.org*, 2018.