Efeito do número de elementos e direcionamento de feixe na intensidade dos lóbulos laterais em arranjos esparsos de antenas de Fermat

Marcela Pires, Ana Nora, Elígia Simionato, Rafael A. Penchel e Ivan Aldaya

Resumo— Os arranjos de antenas esparsos aparecem em diferentes aplicações. Um dos principais problemas destas antenas é que se os elementos são espaçados de forma uniforme, estes apresentam lóbulos laterais de intensidade elevada. Uma das configurações mais promissoras para evitar este efeito é o posicionamento dos elementos conforme a espiral de Fermat. Neste artigo estudamos o efeito do número de elementos, a separação entre eles e o direcionamento de feixe no nível do lóbulo lateral em arranjos de antenas baseados na espiral de Fermat.

Palavras-Chave—Espiral de Fermat, arranjos esparsos, antenas.

Abstract—Sparse array antennas appear in different applications. One of the main problems with these antennas is that if the elements are evenly spaced, they present high-intensity sidelobes. One of the most promising configurations to avoid this effect is the positioning of the elements according to Fermat's spiral. In this article we study the effect of the number of elements, the separation between them and the beam steering at the sidelobe level in antenna arrays based on the Fermat spiral.

Keywords—Fermat's spiral, sparse arrays, antennas.

I. INTRODUÇÃO

As antenas são dispositivos utilizados para irradiar ou captar ondas eletromagnéticas, podendo ser consideradas como a interface entre um meio não guiado e um meio guiado, conhecido como linha de transmissão (LT) [1]. A LT é responsável por transportar a energia eletromagnética da fonte de transmissão para a antena, intitulada como antena transmissora, ou da antena ao receptor, nomeada como antena receptora. Com base na aplicação e no ambiente de operação, as antenas podem adotar variados formatos para emitir ou receber um sinal de acordo com as necessidades específicas. Portanto, a fim de atender as diversas necessidades, as antenas devem ser projetadas em diferentes formatos que permitam direcionar, transmitir ou receber sinais de forma adequada [1]. Estes dispositivos além de operarem nas frequências de rádio (RF), também podem ser empregados na faixa do espetro visível e infravermelho, denominando-se antenas ópticas. Nos últimos anos, as antenas ópticas têm recebido crescente atenção devido à popularização de suas aplicações, tais como a espectroscopia [2], comunicações ópticas [3] e detecção e alcance por luz (LIDAR - *light detection and ranging*) [4].

Com a finalidade de aprimorar as características de radiação e proporcionar um controle dinâmico do diagrama de radiação, têm-se desenvolvido arranjos de antenas ópticas compostas por múltiplos elementos de radiação idênticos, nos quais suas fases de alimentação podem ser controladas de forma independente [5]. Essas antenas compostas por múltiplos elementos são referidas em inglês como phased array antennas (no presente trabalho será adotado o termo em inglês devido à controvérsia em torno da tradução para o português). As phased array antennas têm sido o objetivo de estudo de vários grupos de pesquisa, pois a implementação dessas antenas em frequências ópticas apresenta limitações quanto à distância mínima entre os elementos, o que não é tão comum em aplicações operando em RF. Essa limitação na distância entre os elementos é devido ao tamanho dos elementos de antena ópticos, pois para diminuir as perdas de antena e obter uma eficiência de radiação satisfatória, a maioria das antenas dielétricas apresentam dimensões de vários comprimentos de onda (λ) [6], [7]. Entretanto, se a separação elétrica entre eles for superior a $\lambda/2$, o arranjo é definido como esparso [7].

Em *phased array antennas* esparsas nas quais os elementos de antena foram distribuídos com uma separação uniforme, os campos emitidos por estes apresentaram interferência construtiva não apenas na direção desejada, mas também em outras direções. Como consequência, formaram-se lóbulos de radiação laterais de alta intensidade, chamados de lóbulos de grade. Estes lóbulos possuem uma intensidade próxima à do lóbulo principal, o que pode gerar problemas de segurança e interferência, assim como deterioração da relação sinal-ruído [7]. Esses lóbulos de grade têm um impacto significativo no desempenho do sistema e, portanto, devem ser minimizados. Uma estratégia comumente utilizada para reduzir a intensidade desses lóbulos de grade é a distribuição não uniforme dos elementos da antena.

Grande parte dos trabalhos tem se concentrado em arranjos lineares [8], [9]. Porém, para aplicações em que o feixe deve ser orientado em duas direções, os arranjos planares são geralmente adotados [10]. Para o caso de arranjos planares, a disposição dos elementos conforme à espiral de Fermat tem sido proposta como uma solução para conseguir arranjos esparsos com lóbulos laterais de menor intensidade [11]. No entanto, ainda tem algumas questões que não tem sido

Marcela Pires, FESJ/UNESP, São João da Boa Vista - SP, e-mail: marcela.p.souza@unesp.br; Ana Nora, FESJ/UNESP, São João da Boa Vista - SP, e-mail: ana.nora@unesp.br; Elígia Simionato, FESJ/UNESP, São João da Boa Vista - SP, e-mail: e.simionato@unesp.br; Rafael A. Penchel, FESJ/UNESP, São João da Boa Vista - SP, e-mail: rafael.penchel@unesp.br; Ivan Aldaya, FESJ/UNESP, São João da Boa Vista - SP, e-mail: ivan.aldaya@unesp.br. Este trabalho foi parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), projetos 313378/2021-5 e 409146/2021-8, pela Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), projeto 2020/09889-4, e FINEP, projeto 0527/18.

explicitamente abordadas: por um lado, a interação entre o número de elementos e a separação mínima entre estes e, por outro lado, se os arranjos de Fermat continuam apresentando baixos níveis de lóbulos laterais quando o feixe principal é direcionado fora do *broadside* ou, se é afetado como acontece no caso de arranjos lineares não uniformes [7].

Logo, neste trabalho, apresentamos uma análise numérica de arranjos com diferentes combinações de números de elementos e separação mínima e, posteriormente, avaliamos a intensidade dos lóbulos laterais quando os elementos do arranjo são alimentados para direcionar o feixe principal em direções diferentes ao *broadside*.

II. FATOR DE ARRANJO DA ESPIRAL DE FERMAT

A. Espiral de Fermat

A espiral de Fermat aparece de forma recorrente na natureza e pode ser observada, por exemplo, na disposição das sementes em girassóis [12]. Uma das particularidades da espiral de Fermat é que, ao ser discretizada, a separação entre os elementos em qualquer eixo não é uniforme, o que faz com que os arranjos dispostos conforme a esta espiral apresentem níveis de lóbulos laterais baixos [11], [13]. A espiral de Fermat pode ser descrita utilizando coordenadas polares como:

$$\rho = \frac{d}{d_0}\sqrt{\tau} \ \mathbf{e} \ \psi = \pi \left(3 - \sqrt{5}\right)\tau,\tag{1}$$

em que ρ e ψ são a distância do centro do arranjo e do ângulo a partir de um eixo de referência arbitrário, respectivamente, d é a distância mínima entre os elementos de antena e τ é uma variável paramétrica continua real tal que $\tau \ge 0$. A fim de normalizar, para o caso da espiral de Fermat d_0 adquire o valor de $\sqrt{3-4\cos[3\pi(3-\sqrt{5})]}$. Dessa forma, as posições dos N elementos da antena são determinadas discretizando a espiral de Fermat, onde a localização do n-ésimo elemento é dada por:

$$\rho_n = \frac{d}{d_0}\sqrt{n} \ \mathbf{e} \ \psi_n = n\pi \left(3 - \sqrt{5}\right). \tag{2}$$

Na Figura 1 apresentamos a disposição de 32 elementos obtidos mediante a discretização da espiral de Fermat.

B. Fator de arranjo

Após encontrar as posições dos N elementos da antena, considerando ausência de direcionamento de feixe, o fator de arranjo da antena é dado por [14], [15], [16]:

$$AF(\theta,\phi) = \sum_{n=1}^{N} A_n e^{[jx_n \cdot k \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\phi) + jy_n \cdot k \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi)]},$$
(3)

onde θ e ϕ são os ângulos diretores de azimute e de direção, respetivamente, definidos conforme o critério utilizado em [1]. A_n é a amplitude de alimentação do *n*-ésimo elemento e *k* é o número de onda, que é igual a $2\pi/\lambda$, sendo λ o comprimento de onda de operação. Já x_n e y_n são as posições dos elementos em coordenadas cartesianas dadas por: $x_n = \rho_n \cos(\psi_n)$ e $y_n = \rho_n \sin(\psi_n)$. Além disso, esta equação pode ser alterada para considerar o direcionamento de feixe nos ângulos θ_{BS} e ϕ_{BS} . Assim, considerando as amplitudes de alimentação uniformes, a expressão anterior adquire a forma de [10]:

$$AF_{BS}(\theta,\phi) = \sum_{n=1}^{N} \Phi_n(\theta,\phi), \qquad (4)$$

onde

$$\Phi_{n}(\theta,\phi) = \exp\left\{jx_{n}k\left[\sin(\theta)\cos(\phi) - \sin(\theta_{BS})\cos(\phi_{BS})\right] + jy_{n}k\left[\sin(\theta)\sin(\phi) - \sin(\theta_{BS})\sin(\phi_{BS})\right]\right\}.$$
(5)

A partir do fator de arranjo, o nível de lóbulo lateral de pico (PSLL - *peak side lobe level*) pode ser calculado como:

$$PSLL = 20 \log_{10} \left[\frac{AF_{BS}(\theta_{SL}, \phi_{SL})}{AF_{BS}(\theta_{BS}, \phi_{BS})} \right]$$
$$= 20 \log_{10} \left[\frac{AF_{BS}(\theta_{SL}, \phi_{SL})}{N} \right]$$
(6)

em que θ_{BS} e ϕ_{BS} são os ângulos pelos quais se orienta o feixe principal, e θ_{SL} e ϕ_{SL} são os ângulos nos quais aparece o lóbulo lateral de maior intensidade.

Assim, para analisar o efeito do número de elementos, a distância entre eles e a operação do direcionamento de feixe no PSLL, primeiramente foi desenvolvido um código em Python para gerar uma espiral com um número N de elementos e uma distância d entre eles. Em seguida, a Equação 4 foi implementada diretamente, discretizando os ângulos $\theta e \phi$ com 101 valores. Para isso, o fator de arranjo foi inicializado como uma matriz nula, levando em consideração a contribuição de todos os elementos. Desse modo, o AF foi armazenado em formato de matriz, em que cada linha representa um valor do ângulo ϕ .

Dessa maneira, a Equação 4 foi utilizada para calcular o fator de arranjo considerando diferentes números de elementos e distâncias entre eles para analisar seu impacto no fator de



Fig. 1. Espiral de Fermat com 32 elementos de antena.

XLI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES E PROCESSAMENTO DE SINAIS - SBrT 2023, 08-11 DE OUTUBRO DE 2023, SÃO JOSÉ DOS CAMPOS, SP.



Fig. 2. Análise do fator de arranjo para uma distância de $1\lambda e 2\lambda$ com (a)/(c) 16 elementos e (b)/(d) 32 elementos. Em todos os casos consideramos o sistemas de coordenadas de (a) em que θ varia de 0 a $\pi/2 e \phi$ varia entre 0 e 2π .

arranjo. A Figura 2 ilustra o AFs de arranjos de antenas de Fermat com separação mínima de $1\lambda e 2\lambda$ com 16 e 32 elementos. Para todos os casos, a região central corresponde ao lóbulo principal, enquanto as regiões mais claras, fora dessa região, correspondem aos lóbulos laterais. Logo, as Figuras 2 (a) e (b) mostram que, para um arranjo de 16 elementos, os lóbulos laterais têm uma intensidade relativamente maior em comparação com o arranjo de 32 elementos. Além disso, pode-se observar que essa relação também é válida nas Figuras 2 (c) e (d).

Posteriormente, foi realizado o cálculo do PSLL, para o qual foi necessário identificar o lóbulo lateral de maior intensidade. Para essa finalidade, foi desenvolvido um código que localizou os máximos locais na matriz que continha o AF. Embora exista uma função específica em Python para essa tarefa, sua sintaxe é complexa. Como alternativa, foi implementada uma máscara de máximo móvel de tamanho 3×3. Se o valor central da máscara fosse maior do que os elementos periféricos, esse valor seria considerado um máximo local. Utilizando esse código, foi possível identificar o lóbulo de maior intensidade, representado pelo ponto branco, e os lóbulos laterais, simbolizados pelos pontos vermelhos, como ilustrado na Figura 3 (a). Em seguida, foi traçado um corte do valor absoluto do fator de arranjo no plano que inclui o lóbulo principal e o lóbulo lateral de maior intensidade, a fim de visualizar o PSLL, conforme mostrado na Figura 3 (b). Depois disso, o valor do PSLL foi calculado. Para essa configuração específica, obteve-se um PSLL de 0,48, o que equivale a -6,31 dB.

III. RESULTADOS

A. Análise do efeito do número de elementos e da distância entre elementos

Em primeiro lugar, foi desenvolvido um código que utilizou o fator de arranjo para analisar o nível de lóbulo lateral de



Fig. 3. (a) Corte do fator de arranjo destacando o lóbulo de maior intensidade e os lóbulos laterais e (b) corte do módulo do fator de arranjo no plano que inclui o lóbulo principal e o lóbulo lateral de maior intensidade.

pico (PSLL). O valor do PSLL foi determinado através do corte do fator de arranjo no plano que inclui tanto o lóbulo principal quanto o lóbulo lateral de maior intensidade. A partir disso, para investigar a relação entre o número de elementos de antena e o nível de PSLL em diferentes distâncias, foi conduzido um estudo, conforme ilustrado na Figura 4. Observa-se nessa figura que, à medida que o número de elementos de antena aumenta, o PSLL tende a diminuir. No entanto, devido à complexa interação entre os elementos e à discretização do seu número, essa redução não ocorre de maneira monotônica. Além disso, à medida que o número de elementos aumenta, as curvas de PSLL para diferentes distâncias mínimas tendem a convergir.

B. Análise do PSLL sob operação do direcionamento de feixe

Por fim, foi conduzido um estudo sobre o direcionamento de feixe considerando um arranjo de 32 elementos com distâncias de $1\lambda e 2\lambda$. Desta forma, na Figura 5 são mostrados os diagramas de radiação para diferentes ângulos diretores de θ_{BS} e ϕ_{BS} , sendo também indicada a direção desses ângulos. Nas Figuras 5 (a) e (e), não há direcionamento de feixe, ou seja, o feixe é dirigido na direção *broadside*. Nas Figuras 5 (b) e (f), o feixe é dirigido em um ângulo de 45° na direção $\theta e 0^{\circ}$ na direção ϕ . As Figuras 5 (c) e (g) mostram o efeito quando os ângulos θ_{BS} e ϕ_{BS} são ambos 45°. Por fim, nas Figuras 5 (d) e (h), o ângulo ϕ_{BS} é alterado para 90°, deixando o valor de $\theta_{BS} = 45^{\circ}$.

O primeiro ponto a notar é que para uma separação mínima de 2λ a largura do feixe principal reduz-se, pois a área efetiva



Fig. 4. Relação entre o número de elementos de antena e o nível de lóbulo lateral de pico em dB para diferentes distâncias mínimas.

TABELA I PSLL para diferentes ângulos de direcionamento de feixe e separação entre elementos de 1 λ e 2 λ .

Ângulo de direcionamento (graus)		Nível de lóbulo lateral de pico (dB)	
θ_{BS}	ϕ_{BS}	$d = \lambda$	$d=2\lambda$
0	0	-6,20	-6,38
45	0	-5,51	-5,68
45	45	-5,51	-5,04
45	90	-5,51	-5,51

da antena aumenta. Além disso, cabe mencionar que para as diferentes configurações consideradas os feixes principais estão orientados nas direções desejadas. Também é possível observar que ao direcionar o feixe fora do ângulo de *broadside*, não aparecem lóbulos laterais significativos e, consequentemente, podemos ver qualitativamente que o PSLL não sofre uma degradação apreciável. Para quantificar o efeito do PSLL, na Tabela I apresentamos os valores de PSLL obtidos para as diferentes separações e ângulos de direcionamento. Como previmos observando os diagramas de radiação, a degradação do PSLL é inferior a 1 dB.

Ao analisar a tabela, é possível observar uma ligeira variação no PSLL ao alterar a distância entre os elementos. Além disso, foi observado um aumento desse valor quando o direcionamento de feixe foi aplicado. Essas observações indicam que a distância entre os elementos e o direcionamento de feixe têm impacto no PSLL. No entanto, vale ressaltar que, devido à geometria da espiral de Fermat, essa dependência não é muito significativa.

IV. CONCLUSÕES

Os arranjos de Fermat tem sido propostos para reduzir os lóbulos laterais em arranjos esparsos bidimensionais. Neste artigo, foi realizado um estudo sobre o impacto do número de elementos, o espaçamento entre eles e o direcionamento de feixe no PSLL. Os resultados numéricos demonstram



Fig. 5. Análise do direcionamento de feixe para distância de $1\lambda e 2\lambda$ com (a)/(e) $\theta = \phi = 0^{\circ}$, (b)/(f) $\theta = 45^{\circ} e \phi = 0^{\circ}$, (c)/(g) $\theta = \phi = 45^{\circ} e$, (d)/(h) $\theta = 45^{\circ} e \phi = 90^{\circ}$..

que o PSLL tende a diminuir à medida que o número de elementos aumenta. No entanto, a distância de separação entre os elementos não apresenta um efeito significativo no PSLL, quando variando entre $0,5\lambda \in 8\lambda$. Quanto ao direcionamento de feixe, a avaliação numérica de arranjos com um ângulo de direcionamento de feixe até 45° indica que essa configuração permite o direcionamento de feixe sem degradar significativamente o valor do PSLL.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é financiado pelo CNPq, através da bolsa de iniciação científica PIBIC - CNPq (Edital 4/2022/N°6394).

XLI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES E PROCESSAMENTO DE SINAIS - SB/T 2023, 08-11 DE OUTUBRO DE 2023, SÃO JOSÉ DOS CAMPOS, SP.

Referências

- [1] C. A. Balanis, Antenna theory: analysis and design. John wiley & sons, 2015.
- [2] P. C. Wuytens, A. G. Skirtach, and R. Baets, "On-chip surface-enhanced raman spectroscopy using nanosphere-lithography patterned antennas on silicon nitride waveguides," *Optics Express*, vol. 25, no. 11, pp. 12926– 12934, 2017.
- [3] A. Alù and N. Engheta, "Wireless at the nanoscale: optical interconnects using matched nanoantennas," *Physical review letters*, vol. 104, no. 21, p. 213902, 2010.
- [4] C. Poulton et al., "Coherent solid-state lidar with silicon photonic optical phased arrays," Optics Letters, vol. 42, no. 20, pp. 4091–4094, 2017.
- [5] M. J. Heck, "Highly integrated optical phased arrays: photonic integrated circuits for optical beam shaping and beam steering," *Nanophotonics*, vol. 6, no. 1, pp. 93–107, 2017.
- [6] J. L. Pita, I. Aldaya, P. Dainese, H. E. Hernandez-Figueroa, and L. H. Gabrielli, "Design of a compact cmos-compatible photonic antenna by topological optimization," *Optics express*, vol. 26, no. 3, pp. 2435–2442, 2018.
- [7] B. D. P. d. Souza, "Redução do nível de lóbulos laterais em arranjo de antenas 1D," Master's thesis, Unesp, 2018.
- [8] E. Saudi, F. Y. Zulkifli, E. T. Rahardjo et al., "A hybrid technique linear sparse array antenna design approach," in 2015 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP). IEEE, 2015, pp. 1–3.
- [9] K. Du, R. Wang, J. Guo, R. Jiang, D. Kan, and Y. Zhang, "Design of a sparse array for a one-dimensional non-uniform optical phased array," *JOSA B*, vol. 39, no. 4, pp. 1141–1146, 2022.
- [10] C. A. Balanis and P. I. Ioannides, Introduction to smart antennas. Morgan & Claypool Publishers, 2007.
- [11] L. H. Gabrielli and H. E. Hernandez-Figueroa, "Aperiodic antenna array for secondary lobe suppression," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 28, no. 2, pp. 209–212, 2015.
- [12] H. Segerman, "The sunflower spiral and the Fibonacci metric," in Proceedings of Bridges 2010: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture, 2010, pp. 483–486.
- [13] R. S. Cardoso, L. P. Oliveira, and H. E. Hernandez-Figueroa, "Assessment of Fermat's spiral arrays for photonic dielectric antennas," in 2021 15th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP). IEEE, 2021, pp. 1–4.
- [14] H. J. Visser, Array and phased array antenna basics. John Wiley & Sons, 2006.
- [15] R. J. Mailloux, Phased array antenna handbook. Artech House, 2017.
- [16] R. C. Hansen, Phased array antennas. John Wiley & Sons, 2009.