

Síntese de Distribuições de Fase Não Uniforme para Abertura Circular com Diagrama de Radiação Isoflux

Pedro A. B. Leão, Tcharles V. B. Faria e Fernando J. S. Moreira

Resumo— Este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma técnica totalmente analítica para síntese de fase não uniforme em aberturas circulares com bloqueios. O objetivo é propor uma distribuição de fase que atenda às especificações de um diagrama de radiação Isoflux. São apresentados resultados analíticos para cálculo da diretividade teórica, assim como a solução analítica da distribuição de fase não uniforme para uma abertura com bloqueio. Também é feito um estudo, por meio do Método da Abertura, para validar e discutir a metodologia proposta.

Palavras-Chave— Síntese de Fase Não Uniforme, Isoflux, Antenas Refletoras, Método da Abertura.

Abstract— This paper presents the development of a fully analytical technique for synthesizing non-uniform phase distribution in circular apertures with blockages. The goal is to propose a phase distribution that meets the specifications of an Isoflux radiation pattern. Analytical results for theoretical directivity calculation are presented, as well as the analytical solution for non-uniform phase distribution in an aperture with blockage. A study is also conducted using the Aperture Method to validate and discuss the proposed methodology.

Keywords— Non-Uniform Phase Synthesis, Isoflux, Reflector Antennas, Aperture Method.

I. INTRODUÇÃO

As antenas que são utilizadas em comunicações via satélite, cujo objetivo é garantir a cobertura uniforme sobre a superfície terrestre, possuem diagrama de radiação do tipo Isoflux. A síntese de antenas com essa característica tem sido avaliada em diversos trabalhos. Por exemplo, em [1,2] são feitos estudos de síntese de antenas para aplicações CubeSat. Em [3] é apresentada a síntese de uma antena com diagrama de radiação Isoflux para aplicações espaciais de IoT.

Na literatura, também existem trabalhos que utilizam algoritmos de otimização para auxiliar na síntese de antenas [4], [5], e também modelos que trabalham com metasuperfície para atingir o diagrama de radiação esperado [6].

Uma outra forma de obter diagramas de radiação do tipo Isoflux é por meio de antenas refletoras, como visto em [7]. Para sintetizar a antena refletora, foi necessário, inicialmente, sintetizar a distribuição de campo na abertura desta antena. Dada a distribuição de campo, torna-se então possível definir

o formato dos refletores que geram tal campo. É mostrado na Figura 1, de forma esquemática, uma antena refletora, a respectiva abertura circular desta antena e a função $F_{norm}(\theta)$, que representa o diagrama de radiação Isoflux na região de campo distante. Este diagrama de radiação apresenta simetria circular.

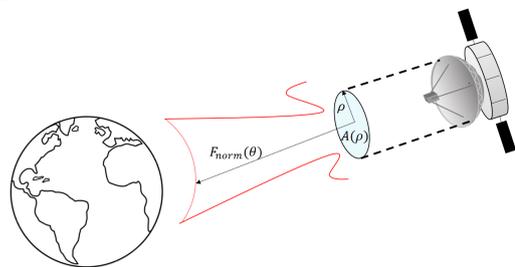


Fig. 1. Representação do diagrama de radiação Isoflux.

Para implementar a síntese proposta em [7], o autor utilizou como premissa a distribuição de fase não uniforme apresentada em [8], adaptando-a para uma abertura circular e com bloqueio do sub-refletor. Porém, os trabalhos [7, 8] resolveram a equação de fase numericamente.

De forma análoga, em [9], a partir da modelagem apresentada em [8], também é feita a síntese de uma antena com diagrama de radiação Isoflux, com base na distribuição de fase na abertura circular da mesma, sendo necessário avaliar numericamente a equação proposta em [8]. Em outras palavras, ainda não foi apresentada na literatura a expressão analítica para equação diferencial de fase não uniforme proposta por [8].

Por outra perspectiva, conhecer a diretividade teórica é importante para [7-10], porém, os autores não apresentam uma forma analítica para o cálculo da equação, sendo necessário resolver a equação numericamente.

Então, pode-se destacar duas contribuições deste trabalho. A primeira é apresentar a solução analítica para a diretividade teórica proposta, como um avanço do que foi mostrado em [8]. A segunda contribuição é apresentar a solução analítica da distribuição de fase não uniforme para abertura circular, como uma extensão do que foi apresentado em [7]. Será mostrado neste trabalho o processo, totalmente analítico, para obtenção da distribuição de fase não uniforme na abertura circular.

Neste trabalho também serão apresentadas curvas para as soluções da diretividade teórica e também da fase não uniforme na abertura, para diferentes combinações de parâmetros de entrada. De forma complementar, para validação da distribuição

de fase encontrada, será mostrado o Método da Abertura, que a partir do campo na abertura fornece o diagrama de radiação.

O artigo está dividido da seguinte maneira: na Seção II é contextualizado o método de síntese de fase não uniforme proposto em [8]; na Seção III é apresentada a solução analítica para a diretividade ideal; na Seção IV é mostrada a solução analítica para distribuição de fase não uniforme; na Seção V é mostrado o método da abertura; na Seção VI são apresentados os resultados e na Seção VII são apresentadas as conclusões e propostas de trabalhos futuros.

II. MÉTODO PARA SÍNTESE DE FASE NÃO UNIFORME

O método apresentado em [8] consiste na definição de duas funções, $g(\xi)$ e $h(u)$. A função $g(\xi)$ é definida como a potência requerida na abertura circular. Ou seja,

$$g(\xi) = \frac{\int_{-1}^{\xi} |\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)|^2 d\eta}{\int_{-1}^1 |\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)|^2 d\eta} \quad (1)$$

sendo $\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)$ o campo elétrico na abertura. O módulo ao quadrado do campo na abertura é definido como

$$|\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)|^2 = \begin{cases} 1, & -1 \leq \xi \leq -\xi_B \\ 0, & -\xi_B < \xi < \xi_B \\ 1, & \xi_B \leq \xi \leq 1 \end{cases} \quad (2)$$

Da Eq. (2) entende-se que o módulo ao quadrado do campo elétrico na abertura é igual a zero para a região com bloqueio e igual a 1 para a região sem bloqueio. Vale destacar que o raio normalizado da abertura circular é dado por $\xi = 2\rho/D_M$ e o raio normalizado do bloqueio é dado por $\xi_B = D_B/D_M$, sendo D_B o diâmetro do bloqueio e D_M o diâmetro da abertura.

Por outro lado, deve-se definir a função $h(u)$, que representa a distribuição de potência desejada na região de campo distante da abertura:

$$h(u) = \frac{\int_{-1}^u |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau}{\int_{-1}^1 |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau} \quad (3)$$

Em [8], $F_{norm}(u)$ foi aproximado como uma função secante, expresso da seguinte forma:

$$F_{norm}(u) = \begin{cases} 0, & -1 \leq u \leq -u_0 \\ A \sec(\alpha_s u), & -u_0 < u < u_0 \\ 0, & u_0 \leq u \leq 1 \end{cases} \quad (4)$$

sendo $u_0 = \sin\theta_0$ e A o menor valor da diretividade teórica, que será apresentada na próxima seção. O ângulo α_s é:

$$\alpha_s = \frac{1}{u_0} \sec^{-1}(1/A) = \frac{1}{u_0} \cos^{-1}(A) \quad (5)$$

Aqui, fica clara a importância do cálculo da diretividade teórica para o método proposto em [8], já que os parâmetros A e α_s são dependentes da diretividade. Na literatura, a equação de diretividade tem sido resolvida numericamente, e neste trabalho será mostrada a solução analítica.

As funções $g(\xi)$ e $h(u)$ apresentam soluções analíticas e serão mostradas na Seção IV. Como próximo passo da proposta

apresentada em [8], deve-se igualar as funções $g(\xi)$ e $h(u)$, impondo-se a conservação da energia:

$$h(u) = g(\xi) \quad (6)$$

Desta igualdade, temos então uma função $u(\xi)$. Por fim, a última etapa é empregar a função $u(\xi)$ na Eq. (7):

$$\frac{d\psi(\xi)}{d\xi} = -k \frac{D_M}{2} u(\xi) \quad (7)$$

sendo $k = 2\pi/\lambda$ e λ o comprimento de onda. É apresentado na Figura 2, de forma esquemática, o método proposto em [8], e também a contribuição deste trabalho. Em vermelho com linha tracejada, são representadas as soluções analíticas desenvolvidas neste trabalho. Vale destacar que a solução da diretividade teórica pode ser útil para outros trabalhos, ou seja, esta solução pode ser aplicada em outros métodos, não se restringindo apenas para síntese de fase não uniforme proposta em [8].

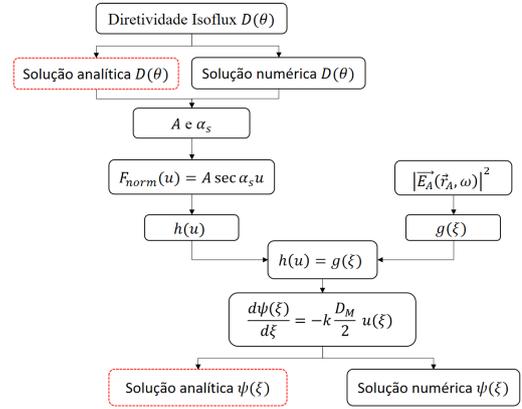


Fig. 2. Fluxograma do método de síntese.

Pode-se perceber, na Figura 2, que a partir dos parâmetros α_s e A pode-se calcular a função $h(u)$, e então determinar a equação diferencial que deve ser resolvida. Por fim, a solução da equação diferencial é calculada analiticamente.

Portanto, este artigo apresenta um procedimento totalmente analítico para cálculo de síntese de fase não uniforme para abertura circular com bloqueio. Na próxima seção é apresentada a formulação analítica para a diretividade teórica Isoflux.

III. FORMULAÇÃO ANALÍTICA PARA DIRETIVIDADE TEÓRICA ISOFLUX

Para o cálculo da diretividade ideal, deve-se considerar a geometria do problema, mostrada na Figura 3, em que R_E representa o raio da Terra e H representa a menor distância do satélite em relação a Terra.

Já a distância máxima do satélite em relação a superfície da Terra é definida por $R(\theta_0)$. Os ângulos α , β_E e θ estão representados na Figura 3. A partir da geometria apresentada na Figura 3, pode-se obter:

$$R(\theta) = H \sqrt{1 + 4 \left[\left(\frac{R_E}{H} \right)^2 + \frac{R_E}{H} \right] \sin^2 \left(\frac{\beta_E}{2} \right)} \quad (8)$$

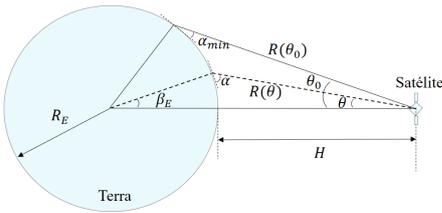


Fig. 3. Posição do satélite em relação à Terra.

por meio da lei dos cossenos, sendo β_E definido por:

$$\beta_E = \frac{\pi}{2} - \theta - \alpha \quad (9)$$

O ângulo α pode ser definido a partir das distâncias R_E , H e θ , como:

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{R_E + H}{R_E} \sin \theta \right) = \cos^{-1} (B \sin \theta) \quad (10)$$

A diretividade pode ser calculada a partir de $R(\theta)$ [8]:

$$D(\theta) = \frac{2R^2(\theta)}{\int_0^{\theta_0} R^2(\theta) \sin \theta d\theta} \quad (11)$$

onde θ_0 representa o valor máximo do ângulo θ , dado por:

$$\theta_0 = \sin^{-1} \left[\frac{R_E \cos \alpha_{min}}{R_E + H} \right] = \sin^{-1} \left[\frac{\cos \alpha_{min}}{B} \right] \quad (12)$$

A integração do denominador da Eq. (11) tem sido resolvida numericamente na literatura. A partir da Eq. (8), pode-se definir $R^2(\theta)$ como:

$$R^2(\theta) = H^2 + C \sin^2 \left(\frac{\beta_E}{2} \right) \quad (13)$$

onde

$$C = 4(R_E^2 + R_E H) = 4B R_E^2 \quad (14)$$

A integração na Eq. (11) pode ser reescrita como mostrado abaixo:

$$\int_0^{\theta_0} R^2(\theta) \sin \theta d\theta = \int_0^{\theta_0} H^2 \sin \theta d\theta + \int_0^{\theta_0} C \sin^2 \left(\frac{\beta_E}{2} \right) \sin \theta d\theta \quad (15)$$

A solução da primeira integral é trivial:

$$\int_0^{\theta_0} H^2 \sin \theta d\theta = -H^2 (\cos \theta_0 - 1) \quad (16)$$

Já a solução da segunda integral é dada por:

$$\int_0^{\theta_0} C \sin^2 \left(\frac{\beta_E}{2} \right) \sin \theta d\theta = \frac{C}{6} [3 - 2B - S + \frac{S-1}{B^2} - \cos \theta_0 (3 - 3B - S \cos \theta_0 + B \cos^2 \theta_0)] \quad (17)$$

sendo

$$S = \sqrt{1 - B^2 \sin^2 \theta_0} \quad (18)$$

Vale destacar que a solução analítica desta integração está expressa em função de H , R_E e θ_0 , com θ_0 calculado pela Eq. (12). Portanto, como o raio da Terra R_E é considerado constante, a solução da integração depende da distância H e do ângulo α_{min} . A influência sobre a diretividade e distribuição de fase será avaliada na Seção VI. Na próxima seção é apresentada a solução analítica para a distribuição de fase não uniforme.

IV. SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA DISTRIBUIÇÃO DE FASE NÃO UNIFORME

A partir das Eqs. (3) e (4), e considerando uma abertura circular bloqueada, a solução analítica para $h(u)$, que representa a potência radiada desejada, é dada por:

$$h(u) = \frac{\tan(\alpha_s u) + \tan(\alpha_s u_0)}{2 \tan(\alpha_s u_0)} \quad (19)$$

Já a solução da potência requerida na abertura, considerando o bloqueio, é expressa com o auxílio das Eqs. (1) e (2) por:

$$g(\xi) = \frac{1 - 2\xi_B + \xi}{2(1 - \xi_B)} \quad (20)$$

Igualando $h(u)$ a $g(\xi)$ é obtida a função $u(\xi)$:

$$u(\xi) = \frac{1}{\alpha_s} \tan^{-1} \left[\left(\frac{\xi - \xi_B}{1 - \xi_B} \right) \tan(\alpha_s u_0) \right] \quad (21)$$

Avaliando analiticamente as Eqs. (7) e (21), obtém-se:

$$\psi(\xi) = -\frac{k}{\alpha_s} \frac{D_M}{2} (q_1 - q_2) \quad (22)$$

sendo q_1 e q_2 expressos por:

$$q_1 = (\xi - \xi_B) \tan^{-1} \left[\left(\frac{\xi - \xi_B}{1 - \xi_B} \right) \tan(\alpha_s u_0) \right] \quad (23)$$

$$q_2 = \left[\frac{1 - \xi_B}{2 \tan(\alpha_s u_0)} \right] \ln [(1 - \xi_B)^2 + \tan^2(\alpha_s u_0) (\xi - \xi_B)^2] \quad (24)$$

V. MÉTODO DA ABERTURA CIRCULAR

Pode-se utilizar o Método da Abertura, discutido em [11] para avaliar o diagrama de radiação fornecido a partir da distribuição de fase na abertura. As componentes θ e ϕ do campo elétrico na região de campo distante são descritas pelas Eqs. (25) e (26), respectivamente:

$$E_\theta(\vec{r}, \omega) \approx \frac{jk \exp(-jkr)}{2r} (1 + \cos \theta) \cos \phi \times \int_{D_B/2}^{D_M/2} J_0(k\rho' \sin \theta) \exp(j\psi(\xi)) \rho' d\rho' \quad (25)$$

$$E_\phi(\vec{r}, \omega) \approx \frac{jk \exp(-jkr)}{2r} (1 + \cos \theta) (-\sin \phi) \times \int_{D_B/2}^{D_M/2} J_0(k\rho' \sin \theta) \exp(j\psi(\xi)) \rho' d\rho' \quad (26)$$

VI. RESULTADOS

Inicialmente, foi feita a comparação entre as diretividades calculadas com base na solução numérica e na solução analítica proposta neste artigo. É mostrado na Figura 4 o cálculo de diretividade teórica, para variações de H e α . Para validação do método, atribuiu-se a H os valores de 800 km e 1600 km e ao ângulo α_{min} os valores de 5° e 35° . Estes valores são utilizados para antenas embarcadas em satélites de órbita baixa [12]. Nestes estudos considerou-se $R_E = 6378$ km.

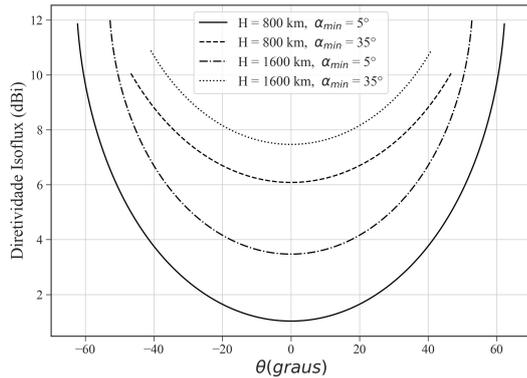


Fig. 4. Validação da solução analítica proposta neste trabalho.

Para cada par de valores H e α_{min} , percebe-se a alteração do valor de mínimo da diretividade, ou seja, do parâmetro A . Vale destacar que a distribuição de fase não uniforme é dependente deste parâmetro, ou seja, variações no valor de A implicam em variações nas distribuições de fase e, conseqüentemente, no diagrama de radiação Isoflux.

Os gráficos obtidos pela forma analítica proposta neste artigo, Eqs. (16) - (18), foram os mesmos da solução numérica, validando o método proposto. Pelas curvas apresentadas na Figura 4, pode-se perceber que maiores valores de α_{min} implicam em maiores valores de θ_0 , o que está em concordância com a Eq. (12).

Pela solução da Eq. (11), a diretividade depende dos parâmetros R_E , H e α_{min} . Como R_E representa o raio da Terra, que é considerado constante neste modelo, optou-se por avaliar os resultados da integração apresentada na Eq. (15) em função da altura H , para diferentes valores de ângulos α_{min} .

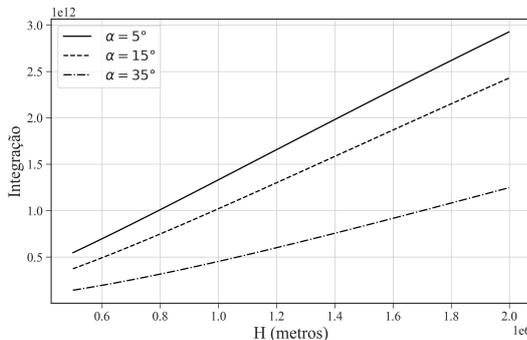


Fig. 5. Comparação entre solução analítica e numérica em função de H para diferentes valores de α_{min} .

Foram feitas simulações para ângulos α_{min} de 5° , 15° e 35° . Pela análise do gráfico apresentado na Figura 5, o resultado da integração em função de H apresenta um comportamento quase linear, quando fixa-se o ângulo α_{min} . Esta análise indica que uma aproximação linear pode ser empregada para obter a integração em função de H .

Com a solução analítica de diretividade teórica validada, foi feita a análise das soluções analíticas e numéricas das distribuições de fase não uniformes para combinações de valores de H e α_{min} . A Figura 6 mostra os resultados para as alturas H de 800 km e 1600 km, ou seja, alturas para antenas embarcadas em satélites de órbita baixa, e para valores de α_{min} de 5° e 35° . Considerou-se uma abertura com raio de 100λ e um bloqueio com raio de 10λ , sendo λ o comprimento de onda.

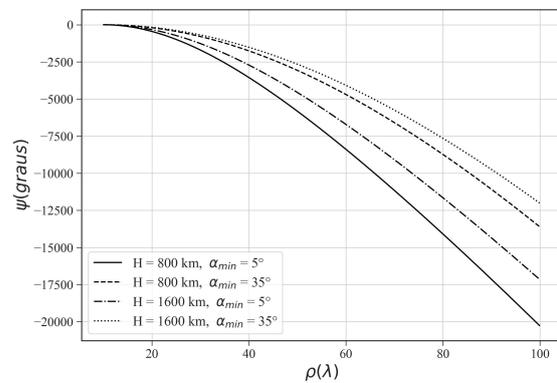


Fig. 6. Comparação entre solução analítica e numérica para distribuição de fase não uniforme para combinações de valores de H e α_{min} .

A Figura 6 mostra a distribuição de fase ψ em graus, em função do raio da abertura $\rho(\lambda)$. Os resultados analíticos e numéricos foram os mesmos, dada a combinação de H e α_{min} . Considerando a distribuição de fase apresentada na Figura 6, pode-se implementar o método da abertura [11] e determinar a diretividade, apresentado na Figura 7.

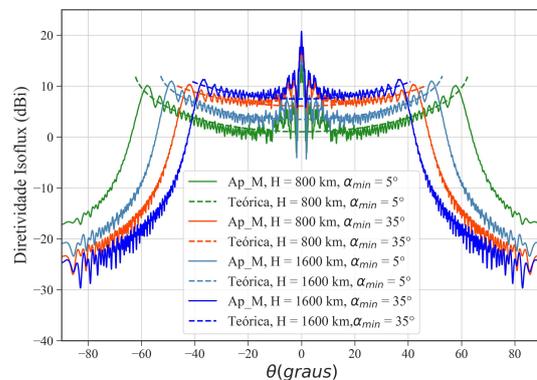


Fig. 7. Método da abertura aplicado à distribuição de fase para combinações de valores de H e α_{min} .

As linhas tracejadas são as diretividades teóricas mostradas na Figura 4. As curvas com linhas contínuas representam os resultados obtidos a partir do método da abertura, considerando

a solução de distribuição de fase não uniforme apresentado neste artigo. Vale destacar que o diagrama de radiação dessa abertura apresenta simetria circular.

As curvas, para cada par de valores de H e α_{min} apresentaram um perfil próximo do teórico. Entretanto, houve distorções para ângulos θ próximos de zero.

Com o objetivo de avaliar a influência do bloqueio da abertura no método proposto, foram feitas três simulações, considerando um bloqueio percentual de 5%, 10% e 15%. As Figuras 8 e 9 mostram, respectivamente, as distribuições de fase e os diagramas de radiação para as variações percentuais de bloqueio. As linhas tracejadas na Figura 9 foram propostas pela Agência Espacial Europeia [5] para um ângulo θ_0 de aproximadamente 64° . Para realizar o estudo do bloqueio, utilizou-se uma altura H de 600 km e um ângulo α_{min} de 5° , obtendo-se, portanto, $\theta_o = 65,57^\circ$.

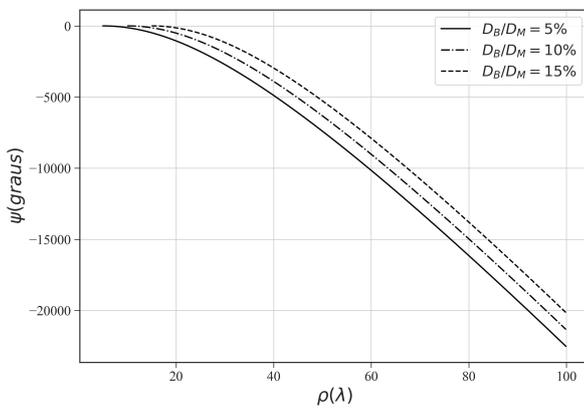


Fig. 8. Distribuição de fase não uniforme considerando diferentes percentuais de bloqueios.

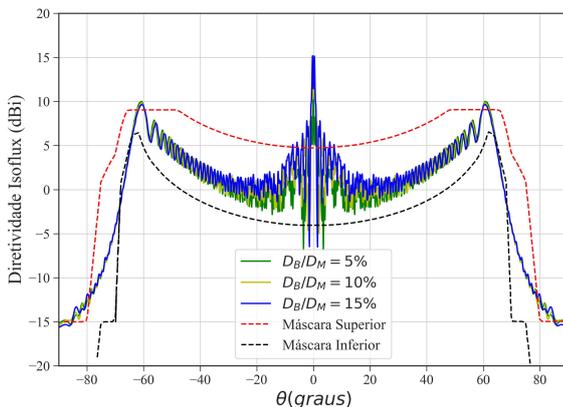


Fig. 9. Método da abertura considerando diferentes percentuais de bloqueios.

Diante dos resultados apresentados nas Figuras 8 e 9, percebe-se pequena influência do bloqueio no diagrama de radiação resultante. Também pode-se perceber a necessidade de correção da técnica para ângulos θ próximos de zero, já que apresentaram diretividade acima da recomendada.

VII. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou o desenvolvimento de uma técnica totalmente analítica para síntese de distribuição de fase não uniforme em uma abertura circular com bloqueio. Foram apresentadas as soluções analíticas da diretividade teórica e, posteriormente, da distribuição de fase. Foram realizados estudos variando os parâmetros H e α_{min} para avaliar o comportamento da diretividade em função desses parâmetros, assim como verificar a influência da diretividade nas distribuições de fase. Também foram feitas análises variando o percentual da abertura bloqueada. Como proposta de trabalho futuro, pretende-se avaliar uma forma de minimizar os altos valores de diretividade para os ângulos próximos de zero, para assim atender às especificações recomendadas.

REFERÊNCIAS

- [1] S. Cai, S. Liao, W. Che and Q. Xue, "A Low-profile High-efficiency Isoflux Antenna for CubeSat Applications," 2022 IEEE MTT-S International Wireless Symposium (IWS), Harbin, China, 2022, pp. 1-3, doi: 10.1109/IWS55252.2022.9977839.
- [2] S. Li, S. Liao, Y. Yang, W. Che and Q. Xue, "Low-Profile Circularly Polarized Isoflux Beam Antenna Array Based on Annular Aperture Elements for CubeSat Earth Coverage Applications," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 69, no. 9, pp. 5489-5502, Sept. 2021, doi: 10.1109/TAP.2021.3060039.
- [3] M. Thao, T. L. Huy and F. Ferrero, "Circularly Polarized Antenna with Isoflux pattern for Space IoT applications," 2021 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting (APS/URSI), Singapore, Singapore, 2021, pp. 253-254, doi: 10.1109/APS/URSI47566.2021.9704536.
- [4] A. Guarriello, R. Loison, D. Bresciani, H. Legay and G. Goussetis, "Advanced Optimization of an Isoflux Reflectarray," 2022 IEEE MTT-S International Conference on Numerical Electromagnetic and Multiphysics Modeling and Optimization (NEMO), Limoges, France, 2022, pp. 1-4, doi: 10.1109/NEMO51452.2022.10038969.
- [5] R. Ravaneli, C. Iannicelli, N. Baldecchi and F. Franchini, "Multi-objective optimization of an isoflux antenna for LEO satellite down-handling link," 18-th INTERNATIONAL CONFERENCE ON MICROWAVES, RADAR AND WIRELESS COMMUNICATIONS, Vilnius, Lithuania, 2010, pp. 1-4.
- [6] G. Minatti, S. Maci, P. De Vita, A. Freni and M. Sabbadini, "A metasurface isoflux antenna and potential beam reconfigurability," 2012 6th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), Prague, Czech Republic, 2012, pp. 2613-2617, doi: 10.1109/EuCAP.2012.6206165.
- [7] H. A. Júnior and F. J. S. Moreira, "Design of dual-reflector antennas shaped for ISOFLUX radiation patterns," 2021 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC), Fortaleza, Brazil, 2021, pp. 1-3, doi: 10.1109/IMOC53012.2021.9624804.
- [8] Biswas, Mahmud. "An Aperture Synthesis Technique for Cylindrical Printed Lens/Transmit array Antennas with Shaped Beams." PhD diss., Université d'Ottawa/University of Ottawa, 2013.
- [9] A. Omidvar, B. Ahmadi, A. Torabi and N. Komjani, "Reflect Array Antenna with Isoflux Beam for Satellite Application," 2020 28th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), Tabriz, Iran, 2020, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICEE50131.2020.9260682.
- [10] F. Caminita, E. Martini, G. Minatti, M. Sabbadini and S. Maci, "Low-Profile Dual-Polarized Isoflux Antennas for Space Applications," in IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 69, no. 6, pp. 3204-3213, June 2021, doi: 10.1109/TAP.2020.3037655.
- [11] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 4th edition, John Wiley & Sons, 2016.
- [12] G. Sebestyen, S. Fujikawa, N. Galassi, A. Chuchra *Low Earth Orbit Satellite Design*, 1st edition, Springer International Publishing, 2018.