Método da Razão Cruzada Generalizada para Aplicação Forense de Medição de Velocidade

Fernando Henrique Lonzetti e Márcio Holsbach Costa

Resumo — Este trabalho apresenta uma generalização do método de razão cruzada para aplicações forenses. A razão cruzada é uma medida invariante a transformações projetivas amplamente utilizada na estimação de velocidade por análise de vídeo. Propõese a consideração da posição do centro de eixo do veículo como uma variável aleatória, caracterizada por intervalos definidos a partir da inspeção da imagem. Em comparação ao método convencional, além da estimativa de velocidade média, pode-se obter uma estimativa da faixa possível de velocidades e sua distribuição, bem como probabilidades de ocorrência para diferentes intervalos. O método proposto é uma interessante possibilidade para suporte de decisão em serviços de perícia forense.

Palavras-Chave — Razão cruzada, estimação de velocidade, análise forense.

Abstract — This work presents a generalization of the crossratio method for forensic applications. The cross-ratio method is a metric invariant to projective transformations widely used for speed estimation in video analysis. We propose considering the vehicle shaft position as a random variable characterized by intervals defined by image inspection. With this new method, besides the average speed estimate, it is possible to estimate the speed range, speed distribution, and the probability of speed intervals. The proposed method is an interesting possibility for decision support in forensic expert services.

Keywords — Cross-ratio, speed estimation, forensics.

I. INTRODUÇÃO

Lesões de trânsito são a oitava maior de causa morte em todas as faixas etárias. Em 2016, 1,35 milhão de pessoas morreram no mundo em consequência de ocorrências de trânsito. O excesso de velocidade tem sido uma das principais causas dessas ocorrências [1].

A estimação da velocidade de um veículo no momento de um acidente de trânsito é de substancial relevância para que se possa não apenas esclarecer as causas do evento, como também embasar processos de responsabilização jurídica.

O uso cada vez mais disseminado de circuitos fechados de televisão (CFTVs) em rodovias, residências, estabelecimentos comerciais e públicos têm fornecido vestígios digitais importantes em um grande número de ocorrências vinculadas a veículos automotores. A estimação de velocidade de veículos por videoanálise é um método conveniente e amplamente aceito no âmbito jurídico [2]. Portanto, a confiabilidade dos métodos e estimativas é de grande interesse pela comunidade forense. [3].

O método tradicional para determinação da velocidade de um veículo que se desloca perpendicularmente à câmera de vídeo consiste inicialmente na estimação do deslocamento do

Fernando Henrique Lonzetti, Setor de Perícias em Áudio e Imagem, Polícia Científica de Santa Catarina, Florianópolis/SC, e-mail: fernando.lonzetti@policiacientifica.sc.gov.br; Márcio Holsbach Costa, Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis/SC, e-mail: costa@eel.ufsc.br.

veículo entre dois ou mais quadros de aquisição. Essa informação pode ser obtida por meio da sobreposição de imagens, medição do deslocamento de um determinado ponto de referência do veículo e comparação com a distância de marcos espaciais fixos presentes na imagem. O fator de escala para conversão das medidas em pixels para uma medida real de distância pode ser obtido na visitação do local pelo perito. O lapso temporal associado ao trajeto percorrido pelo veículo pode ser estimado através da taxa de quadros por segundo do vídeo em questão, obtido a partir dos metadados do arquivo associado ao dispositivo gravador. Para gravações realizadas com taxa constante, a velocidade instantânea pode ser obtida pela divisão das estimativas de deslocamento e tempo total [4] [5] [6] [7]. Entretanto, a imagem pode não apresentar marcos espaciais de fácil identificação, ou ainda, o local do evento pode ser de difícil acesso ou de elevado custo, inviabilizando a visitação.

Um método mais elaborado, amplamente utilizado pelos serviços de perícia forense, para a estimativa da distância percorrida é o método da razão cruzada [4] [6]. Esse método dispensa a visitação do local para medição de referências espaciais e determinação do fator de escala.

A razão cruzada de quatro pontos colineares é um conceito métrico preservado por transformações projetivas [4] [6]. Portanto, considerando quatro pontos colineares no espaço tridimensional real (ETR), a projeção desses pontos para o espaço bidimensional digital (EBD), como ocorre de maneira implícita no processo de registro fotográfico, também é colinear [8].

Em uma aplicação forense de estimação de velocidade de um veículo, a distância entre eixos, por ser bem definida e de fácil medição, é normalmente utilizada como referência para estimação de deslocamento. Dessa forma, o uso desse atributo em conjunto com a diferença de pixels entre o ponto inicial e final da trajetória no EBD permitem a determinação da distância percorrida no ETR [3]. Todavia, distorções e artefatos associados às imagens disponíveis podem influenciar os resultados do método de razão cruzada como, por exemplo: imagens com resolução inadequada, pouca iluminação, borrões em decorrência de elevada velocidade e ângulos elevados de visada entre câmera e trajetória do veículo [7] [9]. Adicionalmente, o desempenho do método depende da habilidade do perito na marcação dos pontos desejados. Uma importante limitação do método de razão cruzada é a ausência de intervalos de confiança relacionados à incerteza da velocidade do veículo.

Neste trabalho é proposta uma generalização do método de razão cruzada por meio da consideração da posição dos centros de eixo do veículo como variáveis aleatórias caracterizadas por intervalos definidos a partir da inspeção das imagens. Dessa forma, a velocidade estimada pode ser tipificada de forma probabilística. Na seção II é apresentado o método convencional de razão cruzada para estimação de velocidade e na seção III o método proposto. Na seção IV são descritos os métodos

utilizados para a demonstração da técnica, enquanto na seção V são apresentados os resultados e discussão. A seção VI contém as conclusões.

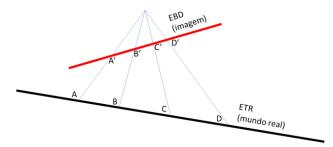


Fig. 1. Transformação projetiva de uma reta do ETR para o EBD.

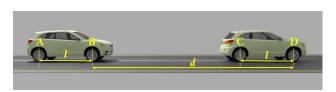


Fig. 2. Trajetória percorrida por um veículo no espaço tridimensional real.

II. MÉTODO DA RAZÃO CRUZADA

Na técnica apresentada em [3], quatro pontos (A, B, C e D) colineares no ETR podem ser projetados para o EBD, resultando em quatro pontos colineares (A', B', C' e D'), conforme a Fig. 1. A razão cruzada é o operador definido por:

$$(ABCD) = \frac{|AC|/|BC|}{|AD|/|BD|},$$
(1)

em que (ABCD) é a razão cruzada dos pontos A, B, C e D; |XY| é a distância entre os pontos X e Y \in {A, B, C, D}.

Considerando uma trajetória retilínea percorrida por um veículo e utilizando a distância entre eixos do veículo como referência, conforme a Fig. 2, tem-se:

$$|AB| = |CD| = l, \qquad (2)$$

$$|AC| = |BD| = d, \qquad (3)$$

em que l é a distância entre eixos do veículo e d é a distância percorrida pelo veículo. Substituindo (2) e (3) em (1), tem-se:

$$(ABCD) = \frac{d/(d-l)}{(d+l)/d} = \frac{d^2}{(d-l)(d+l)}.$$
 (4)

Isolando *d*, obtém-se:

$$d = \sqrt{\frac{(ABCD)}{(ABCD) - 1}} l, \qquad (5)$$

em que foi desprezada a solução negativa.

Assumindo-se a sobreposição de imagens provenientes de quadros diferentes de um arquivo de vídeo disponível, a medição dos segmentos |A'C'|, |B'C'|, |A'D'| e |B'D'| por meio da distância em pixels permite calcular a razão cruzada no EBD, de forma que:

$$(A'B'C'D') = \frac{|A'C'|/|B'C'|}{|A'D'|/|B'D'|}.$$
 (6)

Visto que a razão cruzada é preservada sob transformações projetivas, tem-se que

$$(A'B'C'D') = (ABCD). (7)$$

Desse modo, utilizando (4) e (6) pode-se calcular a distância percorrida no ETR através das medidas realizadas no EBD, de forma que:

$$d = \sqrt{\frac{(A'B'C'D')}{(A'B'C'D') - 1}} l \tag{8}$$

Para estimar o lapso temporal Δt entre o ponto inicial e final da trajetória, pode-se utilizar a informação da taxa de atualização de quadros, proveniente dos metadados do arquivo de vídeo. Portanto:

$$\Delta t = \frac{(q_{\rm f} - q_{\rm i})}{FPS} \tag{9}$$

em que q_f é número do quadro final; q_i é o número do quadro inicial e FPS é o número de quadros por segundo da gravação.

A partir de (8) e (9) pode-se determinar uma estimativa para a velocidade média do veículo no trecho em questão:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} \tag{10}$$

III. MÉTODO PROPOSTO

Nesta seção é apresentada uma generalização do método da razão cruzada para obtenção de uma estimativa da função densidade de probabilidade (f.d.p.) da velocidade do veículo sob análise. A partir deste resultado, podem ser calculadas probabilidades de ocorrência associadas a intervalos de velocidades.

A. Incertezas associadas

No método da razão cruzada, a incerteza na estimativa da velocidade do veículo, calculada em (10), está associada aos erros de identificação das posições dos centros de eixo no EBD utilizados em (6).

Considerando imagens originadas a partir de câmeras de CFTVs, diferentes fontes de erro (distorções e artefatos) podem comprometer a determinação correta dos pontos A', B', C' e D', impactando na acurácia e precisão das estimativas [9]. Portanto, pode-se assumir que em aplicações reais tem-se

$$(A'B'C'D') = (ABCD) + \varepsilon, \qquad (11)$$

em que ε é denominado de incerteza.

B. Incorporação de informação adicional

No método da razão cruzada, o processo de estimação do deslocamento percorrido pelo veículo em análise inicia-se pela sobreposição de duas imagens associadas aos instantes inicial e final de interesse. Assumindo-se que o deslocamento é retilíneo, o perito criminal determina o segmento de reta que melhor se ajusta a uma primeira estimativa dos centros de eixo das rodas a partir das vistas laterais do veículo (Fig. 3).



Fig. 3. Ilustração da estimativa inicial dos centros de eixo e segmento de reta melhor ajustado.

O ajuste da reta aos pontos identificados não garante necessariamente a sobreposição perfeita, em função de regiões nebulosas (inadequada resolução da imagem, iluminação

deficiente, etc) em que não se consegue determinar com exatidão o centro de eixo. Dessa forma, o perito designa novos pontos sobre o segmento de reta (próximos aos originais) que se configuram como as estimativas finais dos centros de eixo (Fig. 4). As distâncias entre esses pontos são então utilizadas para o cálculo da razão cruzada, incorporando erros decorrentes da incerteza associada à determinação de cada centro de eixo.

A partir do exposto, é razoável assumir que a verdadeira posição de cada centro de eixo se encontra em algum local próximo, entretanto desconhecido, ao ponto estabelecido sobre o segmento de reta arbitrado, em virtude das incertezas do processo de análise. Portanto, ao invés de um enfoque determinístico, no qual se negligencia a incerteza, propõe-se a caracterização da posição dos centros de eixo no EBD como variáveis aleatórias. A caracterização dessas variáveis pode ser realizada através de informações adicionais obtidas durante o processo de análise da imagem, como por exemplo, as posições de início e fim das regiões de possível existência dos centros de eixo ao longo do segmento de reta. Com isso, a estimativa da velocidade calculada pelo método proposto neste trabalho tornase também uma variável aleatória, possibilitando a estimação da sua f.d.p. e do cálculo de probabilidades de ocorrência em faixas de interesse.

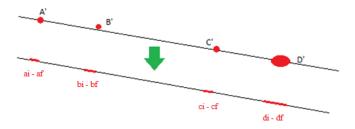


Fig. 4. Ilustração da estimativa inicial dos centros de eixo adequados ao centro de eixo.

C. Caracterização dos centros de eixo

O método proposto como razão cruzada generalizada diferencia-se do método convencional a partir da etapa de ajuste do segmento de reta. Ao invés de serem identificados os pontos de localização dos centros de eixo, são determinados os intervalos mais prováveis para sua existência, levando em consideração que as condições de aquisição das imagens resultam em regiões de incerteza no entorno da posição verdadeira. Dessa forma, os seguintes intervalos são identificados pelo perito forense (Fig. 4):

$$a_{\min} \le a \le a_{\max} , \qquad (12)$$

$$b_{\min} \le b \le b_{\max} , \qquad (13)$$

$$c_{\min} \le c \le c_{\max} , \qquad (14)$$

$$d_{\min} \le d \le d_{\max} . \tag{15}$$

Portanto, *a, b, c, e d* são variáveis aleatórias associadas aos pontos A', B', C' e D', que geram a razão cruzada generalizada *r*, definida a partir de (6) como:

$$r = \frac{(c-a)(d-b)}{(c-b)(d-a)},$$
(16)

D. Caracterização da taxa de gravação de quadros

Além da incerteza na determinação da distância, existem situações nas quais não é possível determinar com acurácia o lapso temporal associado ao trecho percorrido pelo veículo. Isso é explicado pelo fato de que a maioria dos circuitos fechados de televisão (CFTV) não possui taxa de gravação de quadros constante [10] [11].

Partindo-se do mesmo raciocínio utilizado para lidar com as incertezas na localização dos centros de eixo, pode-se definir a taxa de quadros por segundo do sistema de gravação como uma variável aleatória. Nesse sentido, o lapso temporal também é uma variável aleatória, definida por:

$$\Delta t = \frac{(q_{\rm f} - q_{\rm i})}{fps}, \tag{17}$$

em que q_f é o quadro associado à posição final do veículo, q_i é o quadro associado à posição inicial e fps é a variáveis aleatória associada à taxa de gravação de quadros do arquivo de vídeo.

E. Método da Razão Cruzada Generalizada

A partir das considerações apresentadas nas subseções anteriores, o método da razão cruzada generalizada é definido como:

$$v = \frac{l \times fps}{q_{\rm f} - q_{\rm i}} \sqrt{\frac{(d-b)(c-a)}{(b-a)(d-c)}},$$
(18)

em que a, b, c, d e fps são variáveis aleatórias; q_f e q_i são constantes associadas aos índices de quadros da imagem; e l é a distância entre eixos, obtida no manual do veículo em questão.

Considerando-se a inexistência de informações adicionais sobre a distribuição estatística dos processos de identificação dos centros de eixo, propõe-se caracterizar as variáveis aleatórias a, b, c e d por funções densidade de probabilidade uniformes, limitadas pelos respectivos intervalos de ocorrência. De forma semelhante, propõe-se que a variável fps também seja caracterizada por uma distribuição uniforme, porém com limites relacionados à precisão do processo de aquisição, obtidos pela inspeção do sistema de gravação.

IV. MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta seção são descritos os materiais e métodos utilizados para a demonstração do método proposto.

A. Ambiente tridimensional simulado

Os cenários utilizados foram simulados no aplicativo de código aberto Blender, versão 2.92 [12]. Criou-se um ambiente tridimensional digital, que simula o ETR [13], com um veículo percorrendo uma trajetória retilínea a 79,2 km/h. Assumiu-se inicialmente que o processo de aquisição de imagens foi realizado por uma câmera de CFTV ideal, com distância focal de 2,1 mm, tamanho do sensor de 1/2,7 polegadas e resolução de 2560×1440 (largura × altura) pixels. Foi definida uma taxa de gravação de 22 quadros por segundo. O processo de renderização utilizado foi do tipo *cycles* [12].

A câmera virtual foi posicionada a 30 metros da trajetória percorrida, com inclinação de 10° em relação ao solo e 45° de azimute. O veículo utilizado foi um automóvel Mitsubishi modelo ASX 2010/2011, cujo modelo para simulação foi obtido do aplicativo proprietário FARO Zone 3D [14]. As medidas são fidedignas do veículo real.

A partir do cenário descrito, foi gerado um arquivo de vídeo de 5,5 segundos, em que o veículo descreve uma trajetória retilínea capturada pela câmera.

Utilizando-se o aplicativo de código aberto GIMP, versão 2.10.22 [15], realizou-se a sobreposição dos quadros 47 e 67 do arquivo, conforme a Fig. 5. Em sequência, foram medidas as 4 distâncias necessárias para o cálculo da razão cruzada no EBD (TABELA I). Os registros apresentaram elevada nitidez na região das rodas, definindo as medidas realizadas como as distâncias virtuais verdadeiras (erro desprezível).

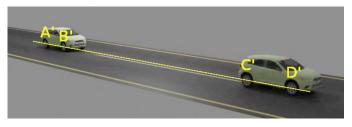


Fig. 5. Trajetória percorrida por um veículo no EBD, obtido a partir do ETR simulado com marcação dos centros de eixo indicados pelas letras A', B', C' e D'

TABELA I. VALORES OBTIDOS PARA OS SEGMENTOS NO EBD A PARTIR DA SIMULAÇÃO DE UMA CÂMERA DE CFTV IDEAL.

Segmento	Distância (EBD) [pixel]
A'C'	412,5
A'D'	505,1
B'C'	376,0
B'D'	468,6

B. Imagens com distorção

Analisando-se imagens captadas por CFTVs associadas a casos reais (encontrados em investigações técnicas relacionadas a ocorrências de trânsito) foi produzido um arquivo de vídeo a partir do ambiente tridimensional simulado apresentado na seção IV.A. A câmera de CFTV virtual foi simulada com as mesmas características apresentadas na seção anterior; entretanto, a iluminação foi caracterizada por condições de baixa intensidade em período noturno. Adicionalmente, foi aplicado um borrão de movimento, característica comum em câmeras de CFTV [9], por conta do ajuste automático de tempo de exposição visando corrigir ambientes pouco iluminados. Também foram introduzidas degenerações de saturação, brilho, contraste e distorção oriundas de lentes angulares, de forma a simular efeitos não ideais de captação da imagem, representativos desse tipo de câmera. As configurações utilizadas no aplicativo Blender são apresentadas na TABELA II. O tempo de abertura do obturador, tipo e duração do rolling shutter são características configuráveis nas propriedades de renderização e ajustes de hue, brilho, contraste e distorção efetuados na aba Compositing com o uso de blocos específicos.

TABELA II. CONFIGURAÇÕES DE RENDERIZAÇÃO E NA ABA COMPOSITING DO APLICATIVO BLENDER

Característica	Valor
Tempo de Abertura do obturador	1 s
Tipo do Rolling Shutter	Top-bottom
Duração do Rolling Shutter	1 segundo
Hue	0,5
Brilho	0,5
Contraste	1
Distorção	0,28

A partir das imagens geradas, foi feita novamente a sobreposição dos quadros 47 e 67 no aplicativo GIMP. Em sequência, foi retirada a distorção oriunda da lente angular. A imagem resultante pode ser vista na Fig. 6.



Fig. 6. Vídeo com degeneração. Sobreposição dos quadros 47 e 67. Parâmetros de simulação de acordo com a TABELA II.

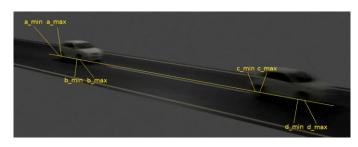


Fig. 7. Determinação dos intervalos para cada centro de eixo após inspeção técnica.

A partir da imagem apresentada na Fig. 6, foi traçado o segmento de reta que resulta no melhor ajuste (mínimo erro quadrático [16]) aos centros de eixo inicialmente identificados. Em sequência, foram definidos os intervalos possíveis para cada centro de eixo, conforme descrito na seção III.A. O resultado pode ser visualizado na Fig. 7.

C. Funções densidade de probabilidade

As variáveis aleatórias *a, b, c* e *d* foram caracterizadas por variáveis aleatórias com f.d.p. uniforme contidas entre os pontos observados na Fig. 7 para cada um dos centros de eixo.

A taxa de gravação de quadros foi definida também como uma variável aleatória com f.d.p. uniforme. Atribuiu-se arbitrariamente uma incerteza de 2 quadros (±1 quadro), de forma que a taxa de gravação (*fps*) apresenta distribuição entre 21 e 23 quadros por segundo.

V. RESULTADOS E DISCUSSÃO

De forma a estimar a distribuição de probabilidades de velocidade, foram geradas 10^6 realizações de cada uma das variáveis aleatórias envolvidas na equação (18), de acordo com as informações presentes na seção IV. A Fig. 8 apresenta uma estimativa da f.d.p. da velocidade, obtida a partir do histograma dos resultados.

Na TABELA III pode-se encontrar algumas características estatísticas calculadas a partir do resultado obtido na Fig. 8: média, mediana, moda e desvio padrão da velocidade, limites máximo e mínimo contendo 95% da distribuição em torno da moda e a probabilidade da velocidade do veículo ser inferior a 80 km/h, valor comumente encontrado como velocidade máxima em vias sinalizadas.

O método proposto para generalização do método de razão cruzada permite ao perito criminal a inclusão de incertezas de medição (de fácil obtenção durante o procedimento de análise) no processo estimação de velocidade. Como resultado, obtém-

se uma estimativa da f.d.p. da velocidade, cujo valor mais provável coincide com o resultado do método convencional de razão cruzada, em virtude da simetria da distribuição uniforme utilizada.

O método proposto é de especial interesse quando as imagens apresentam limitações de nitidez, oriundas das características construtivas do equipamento gravador, falta de iluminação e/ou alta velocidade desenvolvida pelo veículo no momento do registro.

A partir da estimativa da f.d.p. é possível calcular as probabilidades para diversas faixas de velocidade, de forma a embasar o laudo pericial, substanciando o processo jurídico.

Diferentes f.d.p. podem ser utilizadas para a modelagem dos centros de eixo como, por exemplo, a função normal truncada que, entretanto, requer informações adicionais para determinação do desvio padrão.

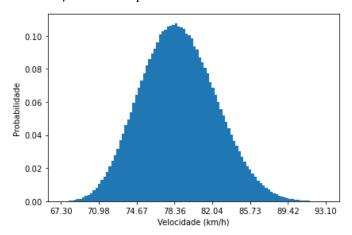


Fig. 8. Estimativa da função densidade de probabilidade, via método da razão cruzada generalizada, para as imagens geradas na seção IV.

TABELA III. RESULTADOS OBTIDOS PARA O MÉTODO PROPOSTO. VELOCIDADE VERDADEIRA DE 79,2 KM/H.

Métrica	Valor
Média (km/h)	78,8
Mediana (km/h)	78,6
Moda (km/h)	78,4
Desvio padrão (km/h)	3,6
Velocidades contendo 95% da distribuição em torno da Moda	71,3 – 85,5
Prob < 80 km/h	64%

VI. CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta uma proposta para generalização do método de razão cruzada que tem por objetivo a estimação de velocidade de veículos automotores em aplicações forenses. Com o novo método, por meio da inclusão de informações adicionais obtidas pela análise das imagens pode-se obter uma estimativa da função densidade de probabilidade da velocidade do veículo, permitindo o cálculo de probabilidades associadas a diferentes intervalos de velocidade. Essas informações são relevantes ao trabalho pericial e contribuem ao processo judicial. O método proposto apresenta-se como interessante alternativa à substituição do uso do método convencional da razão cruzada em serviços de perícia forense.

REFERÊNCIAS

[1] World Health Organization, Global status report on road safety, 2018.

- [2] D. Wright et al., "Sorting out smart surveillance", Computer Law and Security Review, vol. 26, no. 4, pp. 343–354, 2010.
- [3] J.-H. Kim, W.-T. Oh, J.-H. Choi e J.-C. Park, "Reliability verification of vehicle speed estimate method in forensic videos", *Forensic Science International*, vol. 287, pp. 195–206, 2018.
- [4] T. Wong, C. Tao, Y. Cheng, K. Wong e C. Tam, "Application of crossratio in traffic accident reconstruction", Forensic Science International, vol. 235, pp. 19–23, 2014.
- [5] B. Epstein e B. G. Westlake, "Determination of vehicle speed from recorded video using reverse projection photogrammetry and file metadata", *Journal of Forensic Sciences*, vol. 64, no. 5, pp. 1523-1529, 2019
- [6] I. Han, "Car speed estimation based on cross-ratio using video data of carmounted camera (black box)", Forensic Science International, vol. 269, pp. 89-96, 2016.
- [7] D. Hague e D. Compton, "Determination of vehicle speed and traffic signal phasing from cctv images", *International Conference of the Institute of Traffic Accident Investigators*, pp. 51–61, 2003.
- [8] D. Brannan, M. Esplen e J. Gray, *Geometry*, Cambrigde University Press, segunda edição, 1999, pp. 179.
- [9] D. Seckiner *et al.*, "Forensic image analysis cctv distortion and artefacts", *Forensic Science International*, vol. 285, pp. 77-85, 2018.
- [10] Scientific Working Group on Digital Evidence, "Best Practice for Frame Timing Analysis of Video Stored in ISO Base", v. 1.0. 2022. https://enfsi.eu/wp-content/uploads/2017/06/Best-Practice-Manual-for-Forensic-Image-and-Video-Enhancement.pdf
- [11] International Telecommunication Union, "Advanced video coding for generic audiovisual services", Recommendation ITU-T H.264". 2011.
- [12] Blender. Disponível em https://www.blender.org/.
- [13] C. Moraes e P. Miamoto, Manual de Reconstrução Facial 3D Digital aplicações com código aberto e software livre". Expressão Gráfica, 2015.
- [14] Faro Zone 3D Software. Disponível em: https://www.faro.com/pt-BR/Products/Software/Faro-Zone-3D.
- [15] GNU Image Manipulation Program (GIMP). Disponível em https://www.gimp.org/.
- [16] D. G. Manolakis, V. K. Ingle e S. M. Kogon, Statistical and Adaptive Signal Processing: Spectral Estimation, Signal Modeling, Adaptive Filtering and Array Processing, Artech House, 2005, Cap. 8, pp. 395.