

ALGORITMO GENÉTICO MODIFICADO PARA O PROJETO DE EQUALIZADORES DE FASE USANDO O ERRO DE SIMETRIA DA RESPOSTA AO IMPULSO

DELMAR B. CARVALHO^{1,2}, SIDNEI NOCETI FILHO¹ E RUI SEARA¹

1 - LINSE: Circuitos e Processamento de Sinais

Departamento de Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Santa Catarina
88040-900 - Florianópolis - SC - Brasil

2 - Escola de Engenharia e Arquitetura - Universidade Católica de Pelotas

96100-010 - Pelotas - RS - Brasil
{delmar, sidnei, seara}@linse.ufsc.br

RESUMO

As técnicas de projeto de equalizadores de fase geralmente abordam dois enfoques: a formulação do problema visando à função objetivo de forma a facilitar o processo de otimização; e a busca de algoritmos capazes de varrer eficazmente as superfícies de desempenho oriundas das diversas funções de aproximação utilizadas. Nesse último caso, a solução desejada é fortemente dependente de uma condição inicial, podendo tornar-se a etapa mais importante do processo. Geralmente os algoritmos utilizados são iterativos, podendo levar a um considerável custo computacional, sem garantia de obtenção da melhor solução. Este artigo propõe o uso de Algoritmos Genéticos (AG) para o projeto de equalizadores de fase associado a uma estratégia de segmentação do espaço de busca. Essa abordagem tem levado a um conjunto solução contido na região de convergência. São apresentados exemplos de projetos para equalizadores de fase de filtros passa-baixas utilizando um algoritmo genético modificado (AGM) e o método *DownHill Simplex* (DHSM), cujos resultados comprovam o bom desempenho da técnica proposta. Nestes exemplos, é utilizado o *erro de simetria da resposta ao impulso* como função objetivo.

1. INTRODUÇÃO

O *erro de simetria da resposta ao impulso*, proposto em [1], tem sido utilizado, com sucesso, na equalização de fase, alternativamente ao uso das funções *atraso de grupo* e *atraso de fase* [2]. Esta abordagem tem se mostrado mais conveniente, principalmente, em se tratando de sinais em banda-base. As equalizações realizadas tanto via *atraso de grupo* quanto *atraso de fase* não garantem, para a maior parte dos casos, a melhor resposta temporal, uma vez que o projeto é normalmente realizado em uma banda de frequências limitada. Alternativamente, com a utilização do *erro de simetria da resposta ao impulso*, consegue-se uma baixa ordem do equalizador, quando comparada aos procedimentos tradicionais, e mantém-se uma resposta temporal adequada à transmissão de dados em banda-base [3].

O procedimento de equalização proposto em [1] realiza, para uma única seção de segunda ordem, a busca de uma especificada variância de erro. Caso não seja alcançada, o algoritmo adiciona uma nova seção de segunda ordem, realizando uma nova busca, e assim sucessivamente até que uma condição de erro preestabelecida seja alcançada. Para o procedimento de busca, foi utilizado o algoritmo *DownHill Simplex* (DHSM) [4-6]. Esse

método, embora robusto, tem seu desempenho muito dependente das estimativas iniciais, levando em alguns casos a soluções locais (sub-ótimos). Isso foi verificado em várias situações de projeto. Nesses casos, a superfície de desempenho apresenta comportamento multimodal, sendo a função convexa apenas entorno do ponto ótimo, dificultando o desempenho do algoritmo de otimização.

Este artigo propõe o uso de um algoritmo genético modificado (AGM) para o projeto de equalizadores de fase utilizando o critério do *erro de simetria da resposta ao impulso*. Os Algoritmos Genéticos (AG) têm se tornado uma ferramenta robusta e poderosa para resolver complexos problemas de otimização [7]. Em sua estrutura convencional, os AG apresentam grande custo computacional, custo esse que está ligado principalmente à diversidade inicial. Assim sendo, propõe-se uma estratégia alternativa para racionalizar o processo de busca. Isso é obtido através da divisão sistemática do espaço de busca em sub-regiões, nas quais uma pequena população evolui considerando-se um reduzido número de gerações. Através de um mecanismo de competição entre as sub-regiões, consegue-se eficientemente (com reduzido número de avaliações da função objetivo) encontrar a região de convergência. São apresentados exemplos de projetos para equalizadores de fase de filtros passa-baixas utilizando uma versão modificada do AG comparativamente ao método *DownHill Simplex* (DHSM), cujos resultados comprovam o bom desempenho da técnica proposta.

2. ALGORITMOS GENÉTICOS

2.1. Algoritmo Genético Básico

Antes do advento dos Algoritmos Genéticos, somente duas classes de algoritmos de otimização e busca eram utilizadas: os métodos algébricos e as técnicas enumerativas. A principal deficiência dos métodos algébricos, para funções multimodais, é a sua incapacidade de superar a presença de mínimos locais. Por outro lado, com relação às técnicas enumerativas, o principal inconveniente é a alta complexidade computacional envolvida no processo. Holland [8] propôs uma abordagem alternativa aos métodos mencionados, que são os Algoritmos Genéticos. Esse procedimento de busca é baseado nos mecanismos de seleção natural e genética. Dentre suas principais características, podemos citar:

- i) trabalha com um conjunto codificado de parâmetros ao invés dos próprios parâmetros, denominados indivíduos;

- ii) realiza uma busca paralela sobre um conjunto de pontos;
- iii) busca um conjunto solução, não uma única solução;
- iv) usa informações da função objetivo sem o uso de derivadas ou outro conhecimento auxiliar;
- v) usa regras de transição probabilísticas, ao invés de determinísticas.

A estratégia do AG é baseada em várias rodadas de seleção e cruzamento, recombinando indivíduos e proporcionando, desta forma, uma evolução contínua em um processo randomicamente guiado. A Fig. 1 mostra a estrutura do AG convencional.

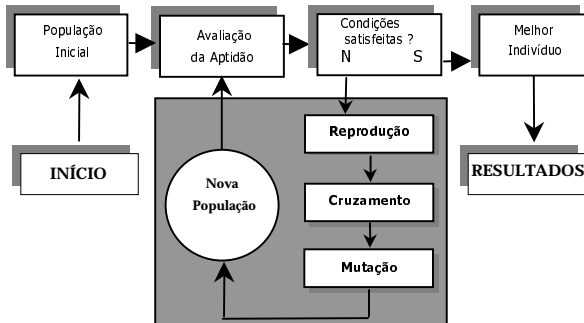


Fig. 1 - Diagrama do Algoritmo Genético convencional.

2.2. Operadores Genéticos e Parâmetros de Controle

Os algoritmos genéticos, na maior parte dos casos, são controlados pelos seguintes operadores e parâmetros:

- i) valores inteiros são usados para representar as variáveis reais (coeficientes do equalizador), sendo que a codificação é realizada de forma binária com um número fixo de *bits*. As cadeias (*strings*) binárias, denominadas cromossomos, são obtidas pela concatenação das variáveis binárias, as quais representam um indivíduo na população;
- ii) nos algoritmos genéticos, a função objetivo avalia as características particulares de um indivíduo e é denominada função de aptidão (η);
- iii) um determinado método de seleção;
- iv) as modificações na população podem ser realizadas utilizando-se cruzamento em n pontos da cadeia com probabilidade p_c e através de mutações com probabilidade p_m .

2.3. Algoritmo Genético Modificado

Um dos grandes problemas dos algoritmos de busca, para funções de que não se tem conhecimento da superfície de desempenho, é a determinação da região de convergência, também chamada de região viável, na qual está contida a solução ótima. Outra dificuldade encontrada é a possibilidade de ocorrência de mínimos locais (comuns nas funções objetivo no projeto de equalizadores de fase), que constituem pontos estacionários, dificultando sobremaneira a utilização de algoritmos baseados em derivadas da função objetivo. Portanto necessita-se de um procedimento adequado, dentro de um determinado espaço de busca, que consiga determinar a região de

convergência superando os mínimos locais, de forma a prover uma melhor solução possível.

Os Algoritmos Genéticos representam uma boa alternativa para realizar essa tarefa. Embora sejam uma eficiente ferramenta de otimização e busca, seu desempenho está fortemente condicionado à diversidade inicial, ou seja, um grande número de indivíduos que deverão evoluir durante um determinado número de gerações. Essa característica leva a um grande esforço computacional, tornando o algoritmo menos competitivo comparativamente a outros procedimentos de busca.

Assim propõe-se a utilização de um AG modificado para a otimização da função objetivo em projetos de equalizadores de fase. Tal modificação reside na utilização de um mecanismo de segmentação do espaço de busca, permitindo a competição entre regiões. Essa abordagem difere da proposta em [7], na qual a competição é estimulada entre diversas populações em uma mesma região.

2.3.1 Descrição do Processo de Segmentação e Competição

O processo de segmentação no AGM é baseado na estrutura de decomposição *quadtree* [9] aliado a um procedimento de busca em cada sub-região. A Fig. 2 mostra os estágios, designados por (1), (2), (3) e (4), envolvidos na busca da sub-região que contém a solução ótima. Essa divisão caracteriza progressivamente a evolução da estrutura *quadtree*, cuja principal característica é a busca da homogeneidade de um determinado parâmetro [9].

Inicialmente, são determinados os limites do espaço de busca. Essa determinação é um tanto heurística e está baseada no conhecimento do projetista. O espaço de busca, agora delimitado, é dividido em quadrantes (sub-regiões) designados por (I), (II), (III), (IV). O primeiro estágio (1), na Fig. 2, mostra que a solução ótima está no quadrante (I). A competição entre os quadrantes deve ser capaz de determinar a região (I) como vencedora. Uma vez selecionado, este quadrante é subdividido, e assim sucessivamente até atingir um nível de divisão, para o qual o critério preestabelecido seja satisfeito.

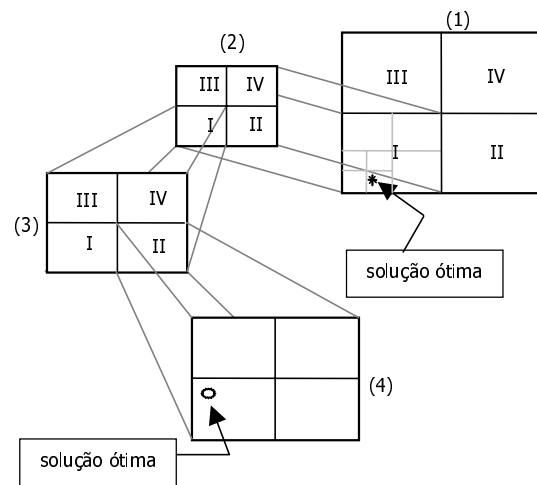


Fig. 2 - Representação do processo de busca via o AGM.

No AG modificado, o objetivo da divisão é proporcionar um compromisso entre a eficiência e a eficácia do algoritmo. Para a obtenção de uma solução adequada, dentro do espaço de busca

original, seria necessário um grande número de indivíduos (Ni) evoluindo ao longo de um número elevado de gerações (Ng). Considerando que o AG é um processo estocástico, é necessário um conjunto de \mathfrak{R} realizações para avaliar o seu desempenho. Isso significa que seriam necessárias ($\mathfrak{R} \times (Ni \times Ng)$) avaliações da função objetivo. Através da abordagem proposta, a divisão do espaço de busca visa associar poucos indivíduos ($ni \times 4$) evoluindo em um número reduzido de gerações (ng), com o objetivo de determinar a região de convergência e obter um conjunto solução adequado. Desta forma, deseja-se que o produto ($ne \times (ni \times 4 \times ng)$), onde ne caracteriza o número de estágios, seja muito menor do que o produto ($\mathfrak{R} \times (Ni \times Ng)$), não sendo, portanto, necessárias \mathfrak{R} realizações para garantir a escolha correta das regiões.

2.3.2 Critério de Escolha das Sub-regiões

Da mesma forma que para a estrutura *quadtree*, na abordagem proposta, a homogeneidade é uma característica fundamental. Ela é representada pela variância do parâmetro que está sob investigação. Assim, uma região homogênea apresenta baixa variância, de forma que, no nível mais elevado da divisão do espaço de busca, consegue-se distinguir regiões e promover, portanto, a competição entre as mesmas. Intuitivamente, as regiões que apresentam altos valores de variância (regiões não-homogêneas) são regiões de grande interesse, uma vez que essas discrepâncias são indicativos de que a superfície de desempenho é irregular.

Embora necessária, esta condição pode não ser suficiente para determinar se uma região é mais importante do que outra, uma vez que outras grandezas, tais como as características estatísticas da população na última geração e a evolução do melhor indivíduo ao longo do processo (máximo valor, média e variância para a função de aptidão (η)), também são parâmetros importantes do AG.

Conforme o espaço de busca é restringido, aproximando-se da região de convergência, a variância do parâmetro sob investigação tende a diminuir, enquanto a média tende a aumentar em todos os quadrantes. Assim, para que uma região seja declarada vencedora, a mesma deve apresentar o mais alto valor para um determinado critério de escolha (μ). Propõe-se, baseado nas propriedades da evolução do melhor indivíduo, um critério de escolha definido por

$$\mu_{\text{reg}} = \bar{\eta}_{\text{reg}} + \max(\eta_{\text{reg}}) \times \sqrt{\sigma_{\eta_{\text{reg}}}^2}, \quad (1)$$

onde $\bar{\eta}_{\text{reg}}$ é a aptidão média do melhor indivíduo por região; $\max(\eta_{\text{reg}})$ é o máximo valor obtido para a função de aptidão do melhor indivíduo e $\sqrt{\sigma_{\eta_{\text{reg}}}^2}$ é o desvio padrão da função de aptidão.

É importante observar, da Eq. (1), que a redução da variância faz a média ser o fator preponderante na seleção da região vencedora. Como as grandezas envolvidas apresentam diferenças de escalas significativas, é necessário que os parâmetros sejam normalizados em relação ao máximo valor obtido para cada grandeza nas respectivas sub-regiões. Assim os valores do critério μ por sub-região estarão compreendidos na faixa entre 0 e 1.

3. ERRO DE SIMETRIA DA RESPOSTA AO IMPULSO

O procedimento de equalização de fase baseado no erro de simetria da resposta ao impulso [1] define a seguinte função erro:

$$\varepsilon_h(h) = \sum_{\ell=1}^L \varepsilon_\ell^2(k), \quad (2)$$

onde $\varepsilon_\ell(k) = h[(T_0 + \ell \Delta t), k] - h[(T_0 - \ell \Delta t), k]$, $\ell = 1, \dots, L$; $h(t)$ é a resposta ao impulso; L é o número de amostras da resposta ao impulso simetricamente distribuída em torno do valor de referência T_0 ; T_0 é o instante de tempo que caracteriza o ponto de máxima amplitude de $h(t)$; Δt é o período de amostragem definido por T_0/L ; e k indica o número de iterações.

O procedimento de equalização proposto considera que o sistema sob análise é composto do filtro original cascateado com o equalizador. É importante ressaltar que o filtro original apresenta características fixas, sendo apenas modificada a ordem e a fase do equalizador. A Fig. 3 ilustra este procedimento. O algoritmo de adaptação é responsável pelas modificações nos parâmetros do equalizador, tendo como figura de mérito o erro de simetria ($\varepsilon_\ell(k)$). A função custo, para o processo de otimização na k -ésima iteração, é a variância da função erro definida por:

$$\sigma_{eh}^2(k) = \frac{1}{L-1} \sum_{\ell=1}^L (\varepsilon_\ell(k) - \bar{\varepsilon}(k))^2, \quad (3)$$

onde $\bar{\varepsilon}(k)$ é o valor médio do erro de simetria.

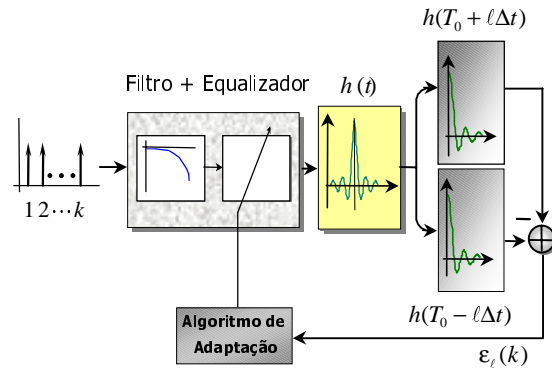


Fig. 3 - Processo de equalização de fase baseado no erro de simetria.

4. RESULTADOS

O projeto de equalizadores utilizando a técnica proposta será aplicado a dois filtros passa-baixas ([Chebyshev; elíptico]) de 8ª ordem. As principais características desses filtros são: distorção na banda passante ($A_{\text{max}}[\text{dB}] = [0,5; 3]$), fator de seletividade ($\omega_s/\omega_p = [2; 1,1]$) e variância do erro de simetria ($\sigma_{eh}^2 = [10,94; 11,47]$), para o caso dos filtros sem equalização. A Fig. 4 mostra as respostas ao impulso normalizadas para os filtros Chebyshev e elíptico, respectivamente.

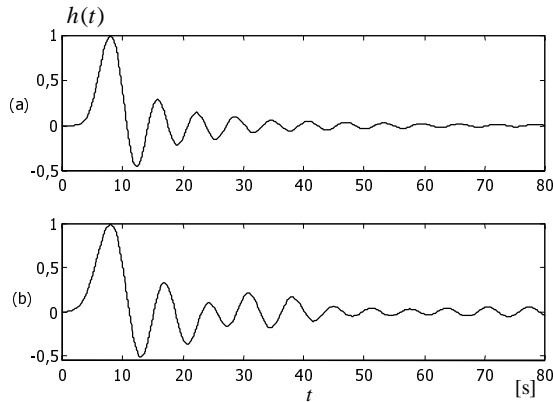


Fig. 4 - Respostas ao impulso; (a) filtro Chebyshev e (b) filtro elíptico.

4.1 Resultados via busca exaustiva

A superfície de desempenho para a função *erro de simetria da resposta ao impulso* foi extraída de um processo de busca exaustiva bidimensional ($\{x, y \in [0,01;5,01]\}$) para 256 níveis de resolução (horizontal e vertical). As duas dimensões (x, y) representam os coeficientes de um equalizador de segunda ordem [1]. As Figs. 5 e 7 ilustram a superfície de desempenho do erro de simetria (normalizada) para o filtro Chebyshev e elíptico, respectivamente. Verifica-se que as superfícies são multimodais e a ocorrência de mínimos locais é recorrente. Para melhor caracterizar a função, optou-se por considerar o inverso da função erro de simetria. As Figs. 6 e 8 detalham a região de convergência para ambos os filtros. Fica evidenciado que, uma vez determinada a região de convergência, a solução do problema poderia ser facilmente encontrada. A Tabela 1 apresenta os seguintes resultados numéricos: os coeficientes do equalizador; a variância do erro de simetria (σ_{eh}^2) e o valor da função de aptidão (η) para a solução ótima encontrada (menor valor de variância do erro de simetria para um equalizador de 2ª ordem, dentro do espaço de busca delimitado).

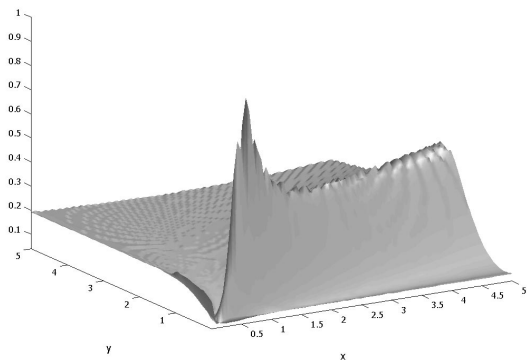


Fig. 5 - Superfície de erro para o filtro Chebyshev.

Tabela 1. Resultados da equalização via busca exaustiva.

Filtros	Coefficientes do equalizador	$\sigma_{eh}^2 \times 10^{-4}$	$\eta \times 10^3$
Chebyshev	[0,657 0,226]	1,1648	8,5852
Elíptico	[0,539 0,167]	2,3241	4,3027

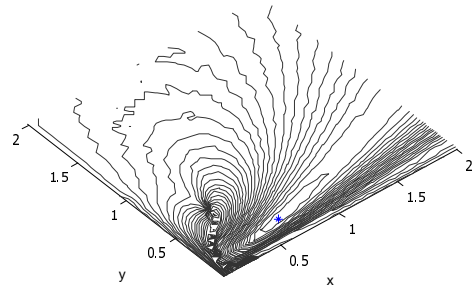


Fig. 6 - Região de convergência da superfície de erro para o filtro Chebyshev.

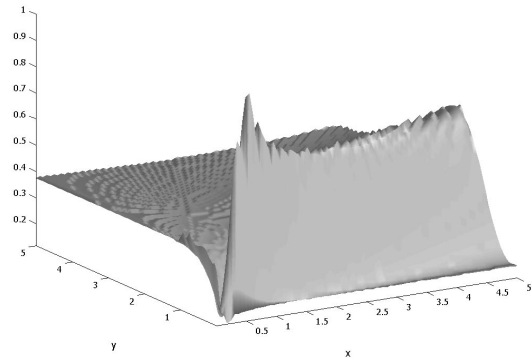


Fig. 7 - Superfície de erro para o filtro elíptico.

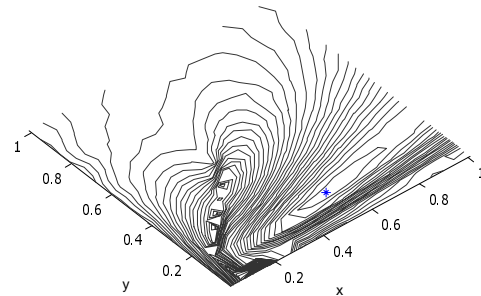


Fig. 8 - Região de convergência da superfície de erro para o filtro elíptico.

4.2 Resultados usando o método Downhill Simplex

A técnica proposta visa ser competitiva com o algoritmo normalmente utilizado (DHSM). Assim sendo, para esse método, também será utilizada a divisão do espaço de busca em quadrantes. Em cada quadrante, serão randomicamente lançadas as estimativas (20 para cada quadrante) e submetidas a um processo de busca (10 iterações), perfazendo um total de 200 avaliações da função objetivo por quadrante. Nesse caso, não estão sendo consideradas as estimativas geradas pelo algoritmo para gerar o poliedro flexível, o que elevaria o número de avaliações da função objetivo por iteração. As Figs. 9 e 10 ilustram, respectivamente, para o filtro Chebyshev e elíptico, a evolução da melhor estimativa por quadrante, após 10 iterações. A Tabela 2 apresenta os resultados numéricos, considerando três níveis de decomposição do espaço de busca. Esses níveis de

decomposição são necessários para que os valores de medida do processo aproximem-se daqueles obtidos via busca exaustiva (ver Tabela 1).

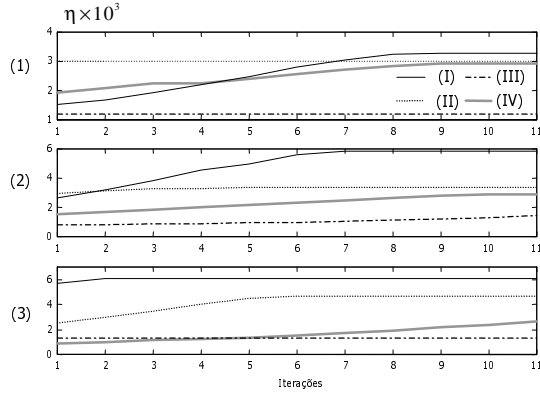


Fig. 9 - Evolução da aptidão das melhores estimativas por quadrante ((I), (II), (III) e (IV)), utilizando DHSM. (1), (2) e (3) indicam os níveis de decomposição.

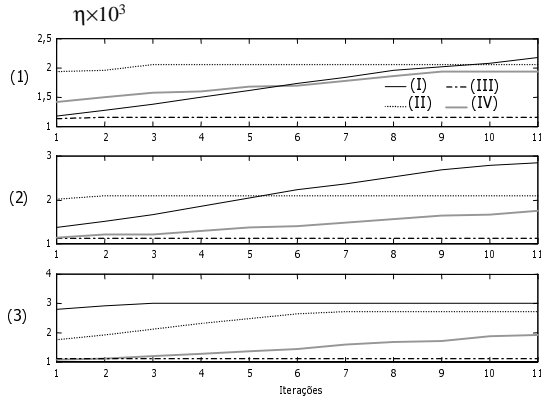


Fig. 10 - Evolução da aptidão das melhores estimativas por quadrante ((I), (II), (III) e (IV)) utilizando DHSM. (1), (2) e (3) indicam o nível de decomposição.

Tabela 2 - Resultados obtidos via DHSM; (a) Chebyshev e (b) elíptico.

		(I)		(II)		(III)		(IV)	
		(a)	(b)	(a)	(b)	(a)	(b)	(a)	(b)
1 ^o nível	$\max(\eta) \times 10^3$	3,3	2,2	3,0	2,0	1,2	1,2	2,9	1,9
	$\bar{\eta} \times 10^3$	2,6	1,7	3,0	2,0	1,2	1,2	2,5	1,7
	$\sigma_\eta^2 \times 10^6$	3,3	12	2,9	1e-3	1,2	2e-5	2,9	3e-2
	μ	0,9	0,9	0,5	0,6	0,2	0,3	0,7	0,7
2 ^o nível	$\max(\eta) \times 10^3$	5,8	2,8	3,4	2,1	1,4	1,1	2,9	1,7
	$\bar{\eta} \times 10^3$	4,9	2,2	3,3	2,1	1,0	1,1	2,3	1,4
	$\sigma_\eta^2 \times 10^6$	1,4	0,3	2e-2	3e-3	4e-2	1e-9	0,2	4e-2
	μ	1,0	1,0	0,4	0,5	0,1	0,3	0,3	0,5
3 ^o nível	$\max(\eta) \times 10^3$	6,1	3,0	4,7	2,7	1,3	1,1	2,6	1,9
	$\bar{\eta} \times 10^3$	6,0	2,9	4,1	2,4	1,3	1,1	1,6	1,5
	$\sigma_\eta^2 \times 10^6$	1e-2	4e-3	0,6	0,1	1e-5	2e-5	0,3	9e-2
	μ	0,6	0,6	0,7	0,9	0,1	0,2	0,3	0,5

Através da Tabela 2, pode-se constatar que o método DHSM também é beneficiado pela segmentação do espaço na busca da região de convergência. Considerando o critério de escolha (μ), a região vencedora no 3^o nível de decomposição é o quadrante (II), para ambos os filtros. As estimativas encontradas são: [0,9022; 0,2838] para o filtro Chebyshev e [0,718; 0,1967] para o filtro elíptico, ambas após 2400 avaliações da função objetivo. As respectivas respostas ao impulso dos filtros equalizados, utilizando esses parâmetros são mostradas na Fig. 11. Para efeito de comparação, são mostradas também as respostas ao impulso para esses mesmos filtros utilizando os coeficientes da Tabela 1 (busca exaustiva (BEX)). Constata-se que os valores obtidos via DHSM, usando segmentação de espaço, embora diferentes daqueles da Tabela 1, produzem uma resposta ao impulso aproximadamente equivalente àquela obtida via busca exaustiva.

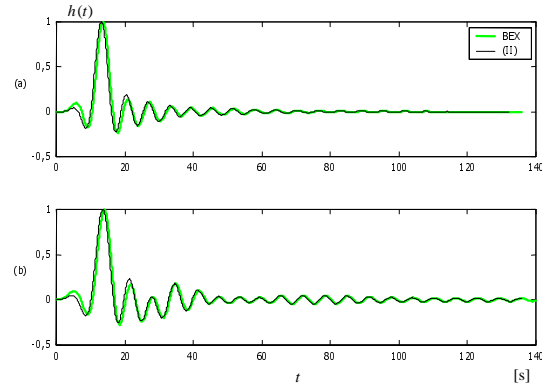


Fig. 11 - Respostas ao impulso equalizadas usando BEX e DHSM. (a) Chebyshev e (b) elíptico.

4.3 Resultados via AG modificado

Em todas as realizações e em todos os quadrantes, foram utilizados os seguintes parâmetros:

- População total: 20 indivíduos;
- Número de gerações: 10;
- Número de *bits*: 12;
- Probabilidade de cruzamento (único ponto): 0,85;
- Probabilidade de mutação: 1/ População total;
- Método de seleção: resto estocástico [7];
- Função de aptidão definida por:

$$\eta = \frac{1}{\sigma_{eh}^2 + \alpha}, \quad (4)$$

onde σ_{eh}^2 é a variância do erro de simetria da resposta ao impulso e $\alpha = 1 \times 10^{-10}$ é uma constante introduzida para evitar que a função de aptidão tenda ao infinito quando a variância tender a zero. A escolha de uma codificação em 12 *bits* é consistente com as condições de representação da superfície de desempenho. Com relação ao tamanho da população, optou-se por considerar um número fixo de 20 indivíduos por quadrante para todos os níveis de segmentação do espaço de busca. Dessa forma, consegue-se em cada nível de segmentação 800 avaliações da função objetivo. As Figs. 12 e 13 ilustram, respectivamente, para os filtros Chebyshev e elíptico, o desempenho do critério de escolha (μ) em 100 realizações do processo. Nas figuras são mostrados dois níveis de decomposição do espaço de busca, dos quais a região (I) é a vencedora para ambos os filtros. Assim consegue-se uma equivalência com os valores obtidos via busca exaustiva (ver

Tabela 1), empregando apenas dois níveis de segmentação, os quais perfazem 1600 avaliações da função objetivo.

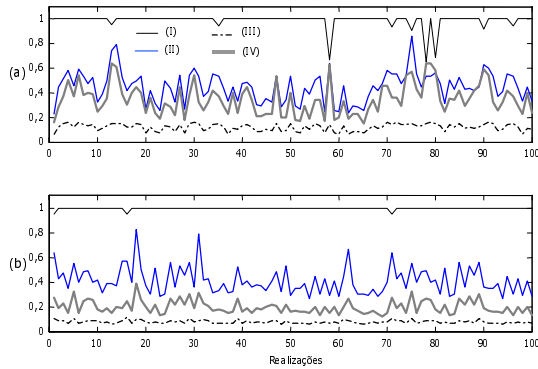


Fig. 12 - Critério de seleção da região vencedora para o filtro Chebyshev. (a) 1º nível e (b) 2º nível de segmentação.

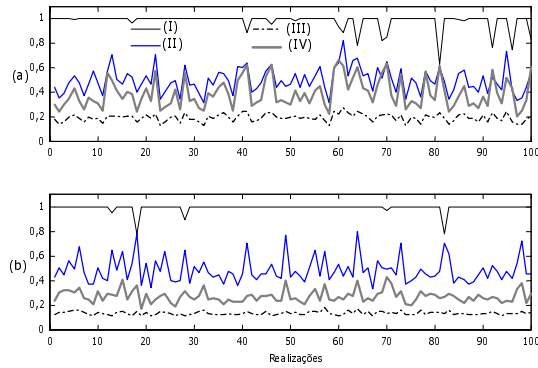


Fig. 13 - Critério de seleção da região vencedora para o filtro elíptico. (a) 1º nível e (b) 2º nível de segmentação.

Dentre as 100 realizações efetuadas do processo, foram extraídas via sorteio uma (para cada filtro) como representante dos resultados. Os coeficientes para o filtro Chebyshev são [0,7413; 0,2486] e para o filtro elíptico, [0,6532; 0,1859]. A Fig. 14 mostra as respostas ao impulso para os filtros equalizados via busca exaustiva (BEX) e AGM.

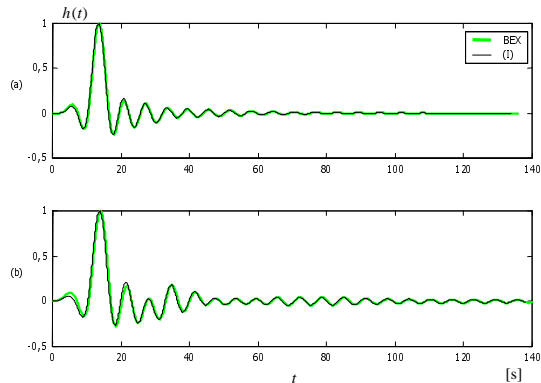


Fig. 14 - Respostas ao impulso equalizadas usando BEX e AGM. (a) Chebyshev e (b) elíptico.

Comparativamente, através dos resultados da aplicação do AG padrão (Fig. 15) proposto em [7] e atuando em todo o espaço de busca, pode-se constatar o excelente desempenho da abordagem

proposta. Nesse caso, foram consideradas: 10 realizações; população de 64 indivíduos; 50 gerações. Nesse contexto, foram contabilizadas 3200 avaliações da função objetivo por realização para o projeto do equalizador do filtro Chebyshev usado. O resultado obtido apresenta média para a função de aptidão de aproximadamente 0,65 e variância aproximadamente igual a 1 (normalizada para o máximo valor obtido via busca exaustiva, ver Tabela 1).

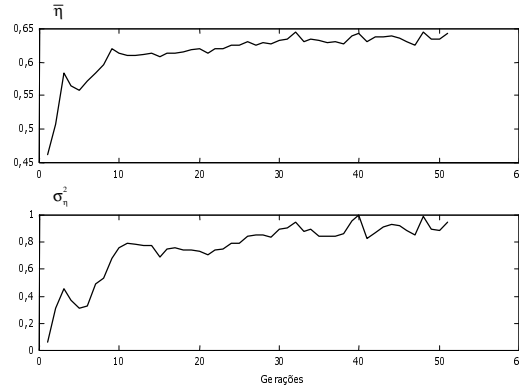


Fig. 15 - Média e variância da função de aptidão para 10 realizações considerando todo espaço de busca.

5. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou uma estratégia de divisão do espaço de busca para o AG aplicado ao projeto de equalizadores de fase. O uso de AG para problemas de equalização tem se mostrado uma ferramenta bastante eficiente na etapa de otimização (capacidade de encontrar os coeficientes ótimos para o equalizador). No entanto, na sua concepção padrão, apresenta um alto custo computacional relativamente aos métodos usuais de otimização. A nova abordagem proposta permite um ganho de complexidade computacional, relativo ao método DHSM, da ordem de 30%.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Carvalho D. B., Noceti Filho, S. and Seara, R. "Impulse Response Symmetry error for Designing Phase Equalisers". *IEE Electronics Letters*, vol. 35, no. 13, June 1999, pp. 1052-1054.
- [2] Carvalho D. B., Noceti Filho, S. and Seara, R. "Design of Phase Equalizers Using Phase Delay Characteristics". *Proc. of IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Monterey, CA, USA, May 1998, pp. II-355-II-358.
- [3] Haykin, S. "An Introduction to Analog and Digital Communications". John Wiley & Sons, Inc, New York, 1989.
- [4] Himmelblau D. M. "Applied Non-Linear Programming". McGraw-Hill, New York, 1972.
- [5] Huelsman, L. P. "Optimization - A Powerful Tool for Analysis and Design". *IEEE Trans. on Circuits and Systems - Part. I*, vol. 40, no. 7, July 1993.
- [6] Wilson, G. and Papamichael, M. "Group Delay transfer functions with least squares error". *The Radio and Electronic Engineer*, vol. 53, no. 5, May 1983.
- [7] Goldberg D. E. "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning". Addison Wesley Longman, 1989.
- [8] Holland, J. H. "Adaptation in natural and artificial systems". *The University of Michigan Press*, Ann Arbor, 1975.
- [9] Dash, R. K. "Image Processing Using Quadrees". *Dr. Dobb's Journal*, July 1993. Liller Freeman, Inc., pp.44-49.