# ESPALHAMENTO EM ESTRUTURAS PERIÓDICAS DE ABERTURAS RETANGULARES SOBRE CAMADAS ANISOTRÓPICAS UNIAXIAIS

Antonio Luiz P. de S. Campos<sup>1</sup>, Adaildo G. d'Assunção<sup>2</sup>, Marcos A. B. de Melo<sup>1</sup>.

1. Universidade Federal da Paraíba – Departamento de Engenharia Elétrica

Caixa Postal 10105; CEP 58109-090; Campina Grande, PB.

2. Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Caixa Postal 1655; CEP: 59072-970; Natal, RN.

#### RESUMO

O método dos momentos combinado com o método da imitância é aplicado para analisar o espalhamento de ondas eletromagnéticas de superfícies seletivas de freqüência (FSS) sobre substratos anisotrópicos. Esta técnica é uma análise de onda completa. Os coeficientes de reflexão e transmissão são determinados para FSS composta de aberturas retangulares sobre uma camada anisotrópica uniaxial, como função dos parâmetros geométricos e da anisotropia dielétrica.

### 1. INTRODUÇÃO

Superfícies seletivas de freqüência (FSS) compostas de aberturas em anteparos condutores encontram aplicações em muitas áreas, tais como dielétricos artificiais e antenas refletoras [1]-[7]. Assim, anteparos passa-banda para antenas foram desenvolvidos usandose aberturas em superfícies condutoras sobre substratos dielétricos anisotrópicos [7].

O objetivo deste trabalho é investigar o efeito produzido pelo substrato dielétrico anisotrópico nas características de espalhamento de ondas eletromagnéticas na FSS mostrada na Figura 1(c).

A análise é efetuada no domínio da transformada de Fourier, usando-se o método da imitância. Como resultado teórico, a função diádica de Green para a estrutura considerada, bem como as expressões para os campos incidentes e refletidos são determinadas. As expressões para os coeficientes de reflexão e transmissão para a FSS também são obtidas [7].

Com o propósito de comparação, resultados numéricos foram obtidos para os coeficientes de reflexão e transmissão, bem como para a potência refletida e transmitida, para alguns tipos de FSS sobre uma camada dielétrica isotrópica, incluindo-se o caso particular de superfícies do tipo *freestanding*, mostrada na Figura 1(b). Foi observada uma excelente concordância entre os resultados obtidos nesta análise e os apresentados por outros autores, para um caso particular [5].

# 2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ESPALHAMENTO

A estrutura considerada neste trabalho é a mostrada na Figura 1. Ela é composta de aberturas retangulares periódicas montadas sobre uma camada dielétrica anisotrópica uniaxial [7]. Nesta análise, a espessura do substrato, h, é, levada em conta, mas as perdas dielétricas e condutoras são desprezadas (Figura 1).



**Figura 1**. Geometria da FSS freestanding. (a) Onda plana incidente. (b) FSS freestanding. (c) FSS sobre uma camada dielétrica.

O tensor que representa a permissividade do substrato dielétrico é dado por [8], [9]

$$= \underbrace{\varepsilon}_{0} = \varepsilon_{0} \underbrace{\varepsilon}_{r} = \varepsilon_{0} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$
(1)

onde  $\varepsilon_{xx}$  e  $\varepsilon_{zz}$  são as componentes da permissividade elétrica ao longo das direções x e z, respectivamente, e  $\varepsilon_0$  é a permissividade do espaço livre.

Neste trabalho, o método da imitância no domínio espectral é usado para se obter a função diádica de Green [10]. O método de Galerkin é então usado, para determinar as características de reflexão e transmissão da FSS.

Os campos incidentes na estrutura da Figura 1(b) são dados por

$$\vec{H}(x,y) = \frac{-1}{\omega\mu_{0}} \sum_{m,n} \left| \frac{\frac{k_{0}^{2} - \alpha_{mn}^{2}}{\sqrt{k_{0}^{2} - \alpha_{mn}^{2} - \beta_{mn}^{2}}} \frac{-\alpha_{mn}\beta_{mn}}{\sqrt{k_{0}^{2} - \alpha_{mn}^{2} - \beta_{mn}^{2}}} \frac{\frac{k_{0}^{2} - \beta_{mn}^{2}}{\sqrt{k_{0}^{2} - \alpha_{mn}^{2} - \beta_{mn}^{2}}} \frac{-\alpha_{mn}\beta_{mn}}{\sqrt{k_{0}^{2} - \alpha_{mn}^{2} - \beta_{mn}^{2}}} \frac{-\alpha_{mn}\beta_{mn}}{\sqrt{k_{0}^{2} - \alpha_{mn}^{2} - \beta_{mn}^{2}}} \right| \cdot \left[ \vec{M}(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) \right] e^{j(\alpha_{mn}x + \beta_{mn}y)}$$
(2)

Para estender esta formulação para a estrutura dada na Figura 1(c), é preciso modificar a equação característica dada em (2), substituindo-se a função diádica de Green, por uma nova função dada para a estrutura considerada [7]. Deste modo, a equação (2) pode ser rescrita como

$$\vec{H}^{\text{inc}}(x, y) = \sum_{m,n} \begin{bmatrix} \widetilde{Y}_{xx} & \widetilde{Y}_{xy} \\ \widetilde{Y}_{yx} & \widetilde{Y}_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{M}(\alpha_{mn}, \beta_{mn}) \end{bmatrix} e^{j(\alpha_{mn}x + \beta_{mn}y)}$$
(3)

onde,  $H_x^{inc} \in H_y^{inc}$  são as componentes do campo magnético incidente na estrutura, nas direções x e y, respectivamente.  $\widetilde{Y}_{xx}$ ,  $\widetilde{Y}_{xy}$ ,  $\widetilde{Y}_{yx}$  e  $\widetilde{Y}_{yy}$  são as componentes da função diádica de Green. As variáveis espectrais são definidas como

diádica de Green. As variáveis espectrais são definidas como

$$\alpha_{\rm m} = \frac{2\pi m}{t_{\rm x}} + k_0 \, \text{sen}(\theta) \cos(\phi) \tag{4}$$

$$\beta_{n} = \frac{2\pi n}{t_{y}} + k_{0} \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\phi)$$
(5)

sendo que  $t_x$  e  $t_y$  são os períodos das células nas direções x e y, respectivamente,  $\theta \in \phi$  são os ângulos de incidência e  $k_0$  é o número de onda do espaço livre.

As componentes da função diádica de Green são dadas por

$$\widetilde{\mathbf{Y}}_{xx} = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \left[ \beta^2 \widetilde{\mathbf{Y}}^{TM} + \alpha^2 \widetilde{\mathbf{Y}}^{TE} \right]$$
(4)

$$\widetilde{\mathbf{Y}}_{xy} = \widetilde{\mathbf{Y}}_{yx} = \frac{\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \left[ \widetilde{\mathbf{Y}}^{\text{TE}} - \widetilde{\mathbf{Y}}^{\text{TM}} \right]$$
(5)

$$\widetilde{\mathbf{Y}}_{yy} = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \left[ \beta^2 \widetilde{\mathbf{Y}}^{\text{TE}} + \alpha^2 \widetilde{\mathbf{Y}}^{\text{TM}} \right]$$
(6)

onde

$$\widetilde{\mathbf{Y}}^{\mathrm{TE}} = \frac{\gamma_{\mathrm{h}}^{2} + 2\gamma_{0}\gamma_{\mathrm{h}}\operatorname{coth}(\gamma_{\mathrm{h}}\mathbf{h}) + \gamma_{0}^{2}}{\mathrm{j}\omega\mu_{0}[\gamma_{0} + \gamma_{\mathrm{h}}\operatorname{coth}(\gamma_{\mathrm{h}}\mathbf{h})]}$$
(7)

$$\widetilde{\mathbf{Y}}^{\mathrm{TM}} = \frac{\gamma_{0}\gamma_{e} \left[\gamma_{e} + \varepsilon_{xx}\gamma_{0} \operatorname{coth}(\gamma_{e}\mathbf{h})\right]}{j\omega\varepsilon_{0}[\varepsilon_{xx}^{2}\gamma_{0}^{2} + \gamma_{e}^{2} + 2\varepsilon_{xx}\gamma_{0}\gamma_{e} \operatorname{coth}(\gamma_{e}\mathbf{h})]}$$
(8)

onde os coeficientes  $\gamma_e$  e  $\gamma_h$  valem para a região 2, enquanto que o  $\gamma_0$  vale para as regiões 1 e 3. Estes coeficientes são obtidos como

$$\gamma_{e} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}} \left( \alpha_{m}^{2} + \beta_{n}^{2} - \omega^{2} \mu_{0} \varepsilon_{0} \varepsilon_{zz} \right)}$$
(9)

$$\gamma_{\rm h} = \sqrt{\alpha_{\rm mn}^2 + \beta_{\rm mn}^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{\rm xx}}$$
(10)

$$\gamma_0 = \sqrt{\alpha_m^2 + \beta_n^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{xx}}$$
(11)

As componentes transversais dos campos incidentes nas superfícies condutoras são derivadas em função dos potenciais incidentes em cada uma das regiões dielétricas, indicadas na Figura 2.



Figura 2. Regiões nas quais os campos incidentes são determinados.

Garantindo-se as condições de continuidade apropriadas para cada interface dielétrica, obtém-se as seguintes expressões para os campos magnéticos incidentes nas aberturas, para os modos TE e TM, respectivamente:

$$\begin{bmatrix} H_{x}^{inc} \\ H_{y}^{inc} \end{bmatrix} = 2 \frac{\gamma_{0}}{\omega \mu_{0}} \frac{\gamma_{h} \left[ e^{\gamma_{0}h} / \sinh(\gamma_{h}h) \right]}{\gamma_{0} + \gamma_{h} \coth(\gamma_{h}h)} e^{j(\alpha_{0}x + \beta_{0}y)} \begin{bmatrix} \alpha_{0} \\ \beta_{0} \end{bmatrix} - TE$$

$$\begin{bmatrix} H_{x}^{inc} \\ H_{y}^{inc} \end{bmatrix} = j2\gamma_{0} \frac{e^{\gamma_{0}h} / \sinh(\gamma_{e}h)}{\overline{\gamma_{e}} + \gamma_{0} \coth(\gamma_{e}h)} e^{j(\alpha_{0}x + \beta_{0}y)} \begin{bmatrix} \beta_{0} \\ -\alpha_{0} \end{bmatrix} - TM$$

$$(12)$$

Usando-se as expressões dos campos incidentes e das componentes da função diádica de Green em (3), que é escrita em termos da densidade de corrente magnética, resolve-se o problema de espalhamento eletromagnético para o arranjo periódico sobre uma camada dielétrica anisotrópica uniaxial.

Os coeficientes de reflexão e transmissão são definidos por

$$R_{mn}^{TE} = \frac{j(\beta_{mn}(\widetilde{H}_{xt}^{s} + \widetilde{H}_{x}^{r}\delta_{mn}) - \alpha_{mn}(\widetilde{H}_{yt}^{s} + \widetilde{H}_{y}^{r}\delta_{mn}))}{\alpha_{mn}^{2} + \beta_{mn}^{2}}$$
(13)

$$\mathbf{R}_{mn}^{TM} = \frac{-\left(\alpha_{mn}\left(\widetilde{\mathbf{H}}_{xt}^{s} + \widetilde{\mathbf{H}}_{x}^{r}\delta_{mn}\right) + \beta_{mn}\left(\widetilde{\mathbf{H}}_{yt}^{s} + \widetilde{\mathbf{H}}_{y}^{r}\delta_{mn}\right)\right)}{(\alpha_{mn}^{2} + \beta_{mn}^{2})\gamma_{mn}/\omega\varepsilon_{0}}$$
(14)

$$T_{mn}^{TE} = \frac{j\left(\beta_{mn}\tilde{H}_{xb}^{s} - \alpha_{mn}\tilde{H}_{yb}^{s}\right)}{\alpha_{mn}^{2} + \beta_{mn}^{2}}$$
(15)

$$T_{mn}^{TM} = \frac{-\left(\alpha_{mn}\tilde{H}_{xb}^{s} + \beta_{mn}\tilde{H}_{yb}^{s}\right)}{(\alpha_{mn}^{2} + \beta_{mn}^{2})\gamma_{mn}/\omega\epsilon_{0}}$$
(16)

com

$$\gamma_{\rm mn} = \sqrt{\alpha_{\rm mn}^2 + \beta_{\rm mn}^2 - k_0^2} \tag{17}$$

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{se } m = n = 0 \\ 0 & \text{se } m \neq n \end{cases}$$
(18)

onde  $\widetilde{H}^s_b$  e  $\widetilde{H}^s_t$  são os campos espalhados na base e no topo da estrutura analisada, respectivamente. Estes campos são obtidos numericamente.

Por sua vez, os campos refletidos são obtidos de

$$\begin{bmatrix} \widetilde{H}_{x}^{r} \\ \widetilde{H}_{y}^{r} \end{bmatrix} = j \frac{e^{\gamma_{0}h} [\gamma_{0} - \gamma_{h} \coth(\gamma_{h}h)]}{\gamma_{0} + \gamma_{h} \coth(\gamma_{h}h)} \begin{bmatrix} -\beta_{0} \\ \alpha_{0} \end{bmatrix} - Modos TE$$
(19)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{x}^{r} \\ \mathbf{\tilde{H}}_{y}^{r} \end{bmatrix} = -\frac{\gamma_{0}}{\omega\varepsilon_{0}} \frac{e^{\gamma_{0}\mathbf{h}} [\gamma_{0} \coth(\gamma_{e}\mathbf{h}) - \overline{\gamma}_{e}]}{\overline{\gamma}_{e} + \gamma_{0} \coth(\gamma_{e}\mathbf{h})} \begin{bmatrix} \alpha_{0} \\ \beta_{0} \end{bmatrix} - - \text{Modos TM}$$
(20)

Substituindo-se (19) e (20) nas equações (13) a (16), os coeficientes de reflexão e transmissão, para a estrutura dada na Figura 1, podem ser obtidos.

## 3. RESULTADOS NUMÉRICOS

A Figura 3 compara os resultados obtidos neste trabalho (---), com aqueles obtidos em [5] (\*\*\*). Uma boa concordância é observada entre os resultados.

A Figura 4 mostra o efeito da espessura do dielétrico. Pode-se observar que a freqüência de ressonância e a largura de banda variam de maneira inversamente proporcional com o valor de h.

A Figura 5, mostra diferentes curvas da potência transmitida para diferentes valores de w. Observa-se que a freqüência de ressonância e a largura de banda variam de maneira diretamente proporcional à variação de w.

A Figura 6 mostra a variação da largura de banda e da freqüência de ressonância em função da razão de anisotropia, que é definida

como  $\eta_{xx}$  /  $\eta_{zz}$  =  $\sqrt{\epsilon_{xx}$  /  $\epsilon_{zz}}$  . Pode-se notar que quanto

maior a razão de anisotropia, maior a freqüência de ressonância, entretanto a largura de banda diminui.



Figura 3. Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e aqueles apresentados em [5].







Figura 5 . Curvas da potência transmitida para diferentes valores de w.



**Figura 6**. Curvas da potência transmitida para diferentes razões de anisotropia.

## 4. CONCLUSÕES

O espalhamento de ondas eletromagnéticas de FSS com aberturas retangulares sobre uma camada dielétrica anisotrópica uniaxial foi investigado, no domínio espectral, para se determinar os coeficientes de reflexão e transmissão e demais parâmetros associados, em função da freqüência.

A técnica da imitância no domínio espectral e o método de Galerkin foram usados para se obter as características da FSS com aberturas. Esta análise pode ser usada para investigar as propriedades de outras estruturas seletivas de freqüências, para aplicações em sistemas de telecomunicações.

# 5. REFERÊNCIAS

- R. Mittra, C. H. Chan e T. Cwik, "Techniques for analyzing frequency selective surfaces – a review", *IEEE Proc.*, Vol. AP - 76, (1988), 1593 - 1616.
- [2] T. K. Wu, "Frequency Selective Surfaces and Grid Array", John Wiley and Sons, 1995.
- [3] C. Scott, "The Spectral Domain Method in Electromagnetic", Artech House, 1989.
- [4] A. L. P. S. Campos, A. G. d'Assunção e L. M. de Mendonça, "Analysis of frequency selective surfaces on anisotropic substrates"; *Proc. 1999 SBMO/IEEE MTT-S Int. Microwave and Optoelectronics Conf.*, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, (1999), 173-176.
- [5] R. Mittra, R. C. Hall e C. H. Tsao, "Spectral-domain analysis of circular patch frequency selective surfaces", *IEEE Trans.* on Antennas and Propag., Vol. AP – 32, (1984), 533-536.
- [6] A. L. P. S. Campos, "Superfícies seletivas de freqüência sobre substratos dielétricos anisotrópicos", Dissertação de Mestrado, (1999), Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN, Brasil.

- [7] A. L. P. S. Campos, M. A. B. Melo e A. G. d'Assunção, "Frequency Selective Surfaces with Rectangular Apertures on Uniaxial Anisotropic Substrates", Microwaves and Optical Technology Letters, Vol. 25 / No. 2, (2000); 126-129.
- [8] R. M. Nelson, D. A. Rogers e A.G. d'Assunção, "Resonant frequency of a rectangular microstrip patch on several uniaxial substrates", IEEE Trans., vol. AP-38, pp. 973-981, 1990.
- [9] J.R.S. Oliveira, A.G. d'Assunção e F.J.V. Sousa, "Microstrip patch antennas on uniaxial anisotropic substrates with several optical axis orientations", *Proc. 1997 SBMO/IEEE MTT-S Int. Microwave and Optoelectronics Conf.*, Natal, RN, Brasil, Vol. 1, (1997), 297-302.
- [10] T. Itoh, "Spectral domain immitance approach for dispersion characteristics of generalized printed transmission lines", *IEEE Trans.Microwave Theory Tech.*, Vol MTT – 28, (1980), 733-736.