

Análise Comparativa entre as Não-linearidades Induzidas pelo Sinal e Bombeio em Meios Dopados com Érbio

A. P. López-Barbero¹, H. E. Hernández-Figueroa² e J. T. S. Socas^{2,3}

¹ Universidade Federal Fluminense, Escola de Engenharia, Departamento de Telecomunicações

² Universidade Estadual de Campinas, FEEC, Departamento de Microonda e Óptica

³ Sob licença pela UDESC, Joinville - SC, Departamento de Engenharia Elétrica

SUMÁRIO

Uma análise comparativa entre as não linearidades induzidas pelas intensidades dos campos do sinal e bombeio em meios dopados com Érbio são apresentadas neste trabalho. Os resultados são obtidos através da modelagem da susceptibilidade complexa, em que são considerados a intensidade e o comprimento de onda dos campos eletromagnéticos envolvidos, assim como os efeitos de altas concentrações de Érbio. O uso de múltiplas lorentzianas permite a análise dentro da faixa do espectro de 1.44 μ m até 1.60 μ m. Os resultados mostram que os coeficientes da expansão da variação do índice de refração em função da intensidade do sinal ($\approx 1.5\mu$ m) são de até duas ordens de grandeza maiores que daqueles calculados em função da intensidade do bombeio ($\approx 0.98\mu$ m).

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos 10 anos, a não linearidade dos meios dopados com Érbio tem atraído grande interesse, e tem sido recentemente explorada para o projeto de diversos dispositivos, tais como chaves ópticas[1], sensores[2] e para o processamento de sinais ópticos[3]. Nos trabalhos presentes na literatura, as atenções tem sido voltadas ora para as variações do índice de refração em função da intensidade do campo do bombeio (não linearidade induzida pelo campo do bombeio) [4, 5], e ora para as variações do índice de refração em função da intensidade do campo do sinal (não linearidade induzida pelo campo do sinal)[6]. Paralelamente, grande atenção tem sido dada às pesquisas e processos de fabricação de guias de ondas amplificadores dopados com Érbio[7, 8] em função da possibilidade de integrar diversos elementos ativos, onde a amplificação e o processamento de sinais possam ser feitos na mesma pastilha.

Para a fabricação de tais dispositivos torna-se necessário a modelagem rigorosa das propriedades do meio dopado com Érbio. As características de ganho do meio dopado tem sido modeladas com sucesso nos últimos anos, sendo o Modelo Espacial, com representação espectral da ASE (*Amplified Spontaneous Emission*)[9, 10], um bom exemplo desta modelagem. Porém o Modelo Espacial não permite, diretamente, a modelagem das características não lineares do meio, sendo

estas obtidas indiretamente através de uma análise espectral do ganho, como feita por M. Montagna *et al.* [11].

As características de ganho e não linearidades podem ser obtidas diretamente através da susceptibilidade complexa, como feito em recentes trabalhos[12, 13, 14]. Estes modelos representam a susceptibilidade complexa através de somatórios de funções de linha associadas às transições atômicas no material dopado, e dentro do espectro de interesse ($\approx 1.5\mu$ m). A existência dessas transições atômica produz um comportamento ressonante das não linearidades, não sendo possível sua representação de forma simples, como o Efeito Kerr, mas sim através de uma representação polinomial como feita no trabalho de R.A. Betts[15]. Esta representação é conveniente para analisar, separadamente, os efeitos da não linearidade induzida ora pela intensidade do campo do sinal e ora pela intensidade do campo do bombeio.

Na literatura é conhecido o fato de que as não linearidades induzidas pela intensidade do campo do sinal são mais rápidas que aquelas induzidas pela intensidade do campo do bombeio[16, 17], uma vez que aquelas são governadas por processos de emissão e absorção estimuladas, que são mais rápidas que as emissões espontâneas.

Porém, nenhuma análise tem sido apresentada comparando as variações quantitativas do índice de refração em função das intensidades dos campos do sinal e bombeio, e que então, é o objetivo deste trabalho.

Neste trabalho, a análise é feita através da comparação entre os coeficientes da expansão polinomial da variação do índice de refração provocado pela intensidade dos campos do sinal e bombeio em meios dopados com Érbio.

2. TEORIA

Em meios dopados com Érbio, o índice de refração total n_t , em uma posição (x,y) qualquer dentro do material dopado, pode ser escrito como

$$n_t = n_t(I_s, I_p, \omega_s, \omega_p, N_{Er}) = n + \delta n(I_s, I_p, \omega_s, \omega_p, N_{Er}) \quad (1)$$

na qual “n” é o índice de refração do material hospedeiro (considerado aqui independente de $I_s, I_p, \omega_s, \omega_p$ e N_{Er}) e δn é a variação do índice de refração, dada por[12]

$$\delta n(I_s, I_p, \omega_s, \omega_p, N_{Er})_{(x,y)} \equiv \operatorname{Re} \left\{ \frac{\chi_{Er}(I_s, I_p, \omega_s, \omega_p, N_{Er})}{2n(I_s, I_p, \omega_s, \omega_p, N_{Er})} \right\}_{(x,y)} \quad (2)$$

na qual χ_{Er} é a susceptibilidade complexa do meio dopado com Érbio, $I_{s/p}$ são as intensidades do sinal e bombeio nas frequências angulares $\omega_{s/p}$, respectivamente, e N_{Er} a densidade de íons de Érbio no material hospedeiro. Evidentemente, uma caracterização completa da variação δn exige traçar diversas curvas, em que alguns dos parâmetros acima são fixados e outros são deixados como variáveis.

Inicialmente será equacionada a variação de δn como função da intensidade do sinal. Fixando os parâmetros I_p, ω_s, ω_p e N_{Er} , a dependência do índice de refração em função da intensidade do sinal é equacionada e então a equação (1) é escrita, simplesmente, como

$$n_t = n_t(I_s) = n + \delta n(I_s). \quad (3)$$

Quando a não linearidade é do tipo Kerr (variação linear de n com I_s), a variação δn , dada pela equação (3), é escrita como[18]

$$\delta n(I_s) = n_2 I_s, \quad (4)$$

Quando a não linearidade é causada por outros efeitos, como no caso sob análise, é possível ainda usar a equação (3), porém com dependência de δn com I_s não necessariamente linear como apontada pela equação (4). A variação δn será escrita agora com uma expansão polinomial, como apresentado em[15], tal que

$$\delta n(I_s) = \sum_{i=0}^{i_{\max}} n_{i+1} I_s^i, \quad (5)$$

na qual os coeficientes n_{i+1} são dados por

$$n_{i+1} = \left. \frac{\partial^i \delta n}{\partial I_s^i} \right|_{I_s \rightarrow 0}. \quad (6)$$

Notar que o coeficiente n_2 na equação (5), é o coeficiente tipo Kerr da expansão.

Similarmente, são fixados os parâmetros I_s, ω_s, ω_p e N_{Er} , e, então, equacionada a dependência do índice de refração em função da intensidade do bombeio, escrevendo (1) simplesmente como

$$n_t = n_t(I_p) = n + \delta n(I_p). \quad (7)$$

A variação δn também pode ser escrita usando uma expansão polinomial, tal que

$$\delta n(I_p) = \sum_{i=0}^{i_{\max}} n_{i+1} I_p^i, \quad (8)$$

com coeficientes n_{i+1} dados por

$$n_{i+1} = \left. \frac{\partial^i \delta n}{\partial I_p^i} \right|_{I_p \rightarrow 0}. \quad (9)$$

A equação (2) mostra que a susceptibilidade deve ser calculada para obter a variação do índice de refração δn . A susceptibilidade complexa pode ser escrita como $\chi_{Er}(\omega) = \chi'_{Er}(\omega) - j\chi''_{Er}(\omega)$, na qual[12]

$$\begin{aligned} \chi'_{Er}(\omega, x, y) &= \frac{n_{\text{eff}} c}{\omega} \left\{ N_2(x, y) \sum_{i=1}^{ne} 2a_i^e \sigma_e^{\text{peak}} L_i^e(\omega) \frac{\omega - \omega_i^e}{\Delta \omega_i^e} - \right. \\ &\quad \left. - N_1(x, y) \sum_{j=1}^{na} 2a_j^a \sigma_a^{\text{peak}} L_j^a(\omega) \frac{\omega - \omega_j^a}{\Delta \omega_j^a} \right\} \\ - \chi''_{Er}(\omega, x, y) &= \frac{n_{\text{eff}} c}{\omega} \left\{ N_2(x, y) \sum_{i=1}^{ne} a_i^e \sigma_e^{\text{peak}} L_i^e(\omega) + \right. \\ &\quad \left. - N_1(x, y) \sum_{j=1}^{na} a_j^a \sigma_a^{\text{peak}} L_j^a(\omega) \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

Aqui, os índices (a, na, i) e (e, ne, j) estão relacionados aos efeitos de absorção e emissão, respectivamente, N_1 e N_2 são os

níveis das populações estável e meta-estável, respectivamente, relacionados com o material dopado, “c” é a velocidade da luz no vácuo e $n_{\text{eff}} = \text{Re}\{\beta\} / k_0$ é o índice de refração efetivo, em que β é a constante de propagação da onda eletromagnética no comprimento de onda do sinal λ_s e $k_0=2\pi/\lambda_s$. A equação (8) foi escrita usando as funções $L_{i/j}^{a/e} = \left[1 + 4(\omega - \omega_{i/j}^{a/e})^2 / (\Delta\omega_{i/j}^{a/e})^2\right]^{-1}$, que representam lorentzianas centradas na frequência $\omega_{i/j}^{a/e}$, com largura de $\Delta\omega_{i/j}^{a/e}$, de tal forma que as seções de choque de absorção(a) e emissão(e) possam ser escritas como [12, 14]

$$\begin{aligned} \sigma_{a/e}(\omega) &= \sigma_{a/e}^{\text{peak}} L(\omega) = \sigma_{a/e}^{\text{peak}} \sum_{i/j=1}^{na/ne} a_{i/j}^{a/e} L_{i/j}^{a/e} \\ &= \sigma_{a/e}^{\text{peak}} \sum_{i/j=1}^{na/ne} a_{i/j}^{a/e} \left[1 + 4(\omega - \omega_{i/j}^{a/e})^2 / (\Delta\omega_{i/j}^{a/e})^2\right]^{-1}, \end{aligned} \quad (11)$$

ou seja, um somatório de na/ne lorentzianas com peso $a_{i/j}^{a/e}$, e com valor de pico $\sigma_{a/e}^{\text{peak}}$, para as seções de choque de absorção e emissão, respectivamente. Vale a pena perceber que a equação (10) permite a análise de problemas dentro de um espectro bastante largo, graças ao uso de múltiplas lorentzianas. N_1 e N_2 são soluções das equações de taxas [10, 19]

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial t} &= -W_{12} N_1 - RN_1 + A_{21} N_2 + W_{21} N_2 + \\ &\quad C_{\text{up}} N_2^2 - C_{14} N_1 N_4 + C_3 N_3^2 \\ \frac{\partial N_2}{\partial t} &= W_{12} N_1 - A_{21} N_2 - W_{21} N_2 + A_{32} N_3 \\ &\quad - 2C_{\text{up}} N_2^2 + 2C_{14} N_1 N_4 \\ \frac{\partial N_3}{\partial t} &= RN_1 - A_{32} N_3 + A_{43} N_4 - 2C_3 N_3^2 \\ \frac{\partial N_4}{\partial t} &= C_{\text{up}} N_2^2 - C_{14} N_1 N_4 - A_{43} N_4 + C_3 N_3^2 \end{aligned} \quad (12)$$

onde, N_i ($i=1,4$) é a população dos níveis $^4I_{15/2}$, $^4I_{13/2}$, $^4I_{11/2}$, $^4I_{9/2}$, respectivamente, $W_{12,21}$ são as taxas induzidas de absorção e emissão na frequência do sinal, A_{ij} são as taxas de decaimento espontâneo entre os níveis $i \leftrightarrow j$, e C_{up} , C_3 e C_{14} são os coeficientes de conversão ascendente e de relaxação cruzada. No estado estacionário, a solução é encontrada anulando o lado esquerdo das equações (12) e ainda aplicando a lei de conservação $N_T(x,y,z) = N_1(x,y,z) + N_2(x,y,z) + N_3(x,y,z) + N_4(x,y,z)$. Perceber que se trata de um sistema de equações não-lineares, em razão da existência de termos cruzados $N_i N_j$. Para bombeamento em 980nm as taxas W_{ij} e R são escritas como

$$\begin{aligned} W_{12}(x, y, z) &= \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_{a12}^i(v_s^i)}{\hbar v_s^i} I_s^i(x, y, z, v_s^i) \\ W_{21}(x, y, z) &= \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_{e21}^i(v_s^i)}{\hbar v_s^i} I_s^i(x, y, z, v_s^i) \\ R(x, y, z) &= \frac{\sigma_{a13}(v_p)}{\hbar v_p} (I_{p+}(x, y, z, v_p) + \\ &\quad + I_{p-}(x, y, z, v_p)) \end{aligned} \quad (13)$$

onde supõem-se a propagação de N sinais em diferentes frequências, $I_{p\pm}$ é a intensidade do bombeio co e contra propagante, $\hbar = h / 2\pi$, na qual h é a constante de Planck, $v_s = \omega_s / 2\pi$ é a frequência do sinal, e R é a taxa de absorção estimulada na frequência do bombeio.

3. RESULTADOS

A equação (2) deixa claro que a variação do índice de refração é função da posição na seção transversal do guia, uma vez que a susceptibilidade complexa depende das populações N_1 e N_2 e estas dependem dos campos do sinal e do bombeio. Porém, para a análise feita neste trabalho, será considerada somente a variação do índice de refração na região central de uma fibra óptica dopada com Érbio, procurando sempre relacionar a intensidade dos campos envolvidos com a potência total destes, deixando claro de que as intensidades envolvidas são obtidas com potências comumente usadas. Será considerada uma fibra óptica dopada com Érbio com as características geométricas apresentadas em [11], na qual o raio do núcleo é de $2\mu\text{m}$, a abertura numérica 0,18, o índice de refração do núcleo (do material hospedeiro) 1,4684, o tempo de fluorescência $1/A_{21}=12\text{ms}$ e os coeficientes de conversão ascendente e de relaxação cruzada $C_{\text{up}}=C_3=1 \times 10^{-22} \text{m}^3/\text{s}$ e $C_{14}=0,7 \times 10^{-22} \text{m}^3/\text{s}$. As seções de choque, escritas através da equação (11), são calculadas usando os parâmetros da Tabela 1, e com valores de pico para a curva de absorção e emissão de $\sigma_a^{\text{peak}} = 5.0 \times 10^{-25}$ e $\sigma_e^{\text{peak}} = 6.0 \times 10^{-25} \text{m}^2$, respectivamente, juntamente com as relações

$$\omega_i^{a/e} = \frac{2\pi c_0}{\lambda_i^{a/e}} \quad \text{e} \quad \Delta\omega_i^{a/e} = \frac{2\pi \Delta\lambda_i^{a/e}}{(\lambda_i^{a/e})^2}. \quad (14)$$

A concentração de íons de Érbio no centro da fibra é de $N_0=1 \times 10^{26}$ íons/ m^3 .

Inicialmente, e na ausência de bombeio, foi calculada a variação do índice de refração em função da intensidade do sinal, conforme equação (5). A intensidade óptica do sinal, no centro da fibra, foi variada dentro do intervalo $6,2 \times 10^4 \text{W/m}^2 < I_s <$

$6,2 \times 10^6 \text{ W/m}^2$, correspondendo à variação da potência do sinal no intervalo $1 \text{ nW} < P_s < 0,1 \text{ mW}$.

Absorção		
λ_i^a (nm)	$\Delta\lambda_i^a$ (nm)	a_i^a
1492,21	59,96	0,4239
1527,81	29,99	0,4080
1531,10	13,13	0,3763
1546,38	9,024	0,0594
1553,94	17,65	0,0950
1563,99	49,16	0,1608
Emissão		
λ_i^e (nm)	$\Delta\lambda_i^e$ (nm)	a_i^e
1465,7	48,35	0,0344
1532,1	12,06	0,6594
1550,4	89,44	0,1671
1525,9	10,52	0,1758
1514,2	50,62	0,0575
1549,6	12,28	0,0916
1544,0	10,34	0,1178
1557,3	24,52	0,3228

Tabela 1: Parâmetros das seções de choque usadas

Foram considerados os comprimentos de onda do sinal de $\lambda_s=1531,5 \text{ nm}$ e $\lambda_s=1550 \text{ nm}$. A Figura 1 mostra a variação do índice de refração na região central da fibra dopada, em função da intensidade do sinal, para $\lambda_s=1550 \text{ nm}$. A Tabela 2 mostra os coeficientes da expansão polinomial para a variação do índice de refração em função da intensidade do sinal dada pela equação (5), e calculados segundo a equação (6), para os comprimentos de onda do sinal de $\lambda_s=1531,5 \text{ nm}$ e $\lambda_s=1550 \text{ nm}$.

λ_s [nm]	n_1	n_2 [$\text{m}^2 \text{ W}^{-1}$]	n_3 [$\text{m}^4 \text{ W}^{-2}$]
1531,5	$1,31 \times 10^{-6}$	$2,01 \times 10^{-15}$	$-1,13 \times 10^{-21}$
1550	$2,61 \times 10^{-6}$	$-9,48 \times 10^{-14}$	$3,48 \times 10^{-20}$

Tabela 2: – Coeficientes não lineares da expansão de δn em função da intensidade do sinal, dada pela equação (5).

Similarmente, foi calculada a variação do índice de refração em função da intensidade do bombeio, dada pela equação (8). A intensidade óptica do bombeamento ($\lambda_p=980 \text{ nm}$), no centro da fibra, foi variada dentro do intervalo entre $0,0 \text{ W/m}^2 < I_p < 20 \times 10^9 \text{ W/m}^2$, correspondendo à variação da potência do bombeio no intervalo $0,0 \text{ mW} < P_p < 170 \text{ mW}$. Foi considerado um sinal com potência de $P_s=1 \text{ nW}$ ($6,2 \times 10^1 \text{ W/m}^2$) e nos comprimentos de onda de $\lambda_s=1531,5 \text{ nm}$ e $\lambda_s=1550 \text{ nm}$. A Figura 2 mostra a variação do índice de refração na região central da fibra dopada, em função da intensidade do bombeio, para o sinal de comprimento de onda de $\lambda_s=1550 \text{ nm}$.

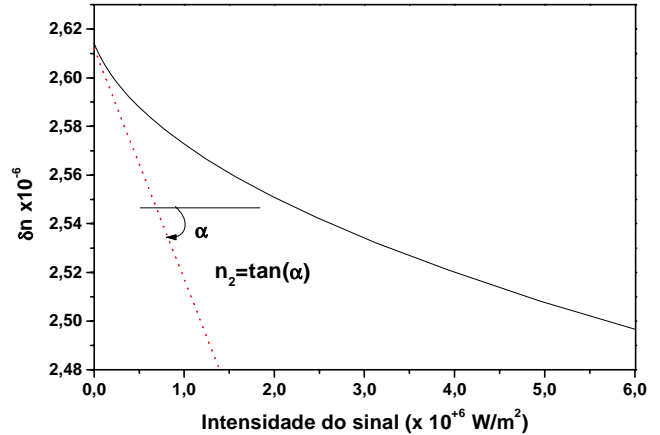


Figura 1: - Variação do índice de refração na região central da fibra óptica dopada com Érbio em função da intensidade do sinal para $1 \text{ nW} < P_s < 0,1 \text{ mW}$ ($6,2 \times 10^1 \text{ W/m}^2 < I_s < 6,2 \times 10^6 \text{ W/m}^2$, $P_p=0,0 \text{ mW}$ e $\lambda_s=1550 \text{ nm}$).

A Tabela 3 mostra os coeficientes da expansão polinomial para a variação do índice de refração em função da intensidade do bombeio dada pela equação (8), e calculados segundo a equação (9), para os comprimentos de onda do sinal de $\lambda_s=1531,5 \text{ nm}$ e $\lambda_s=1550 \text{ nm}$.

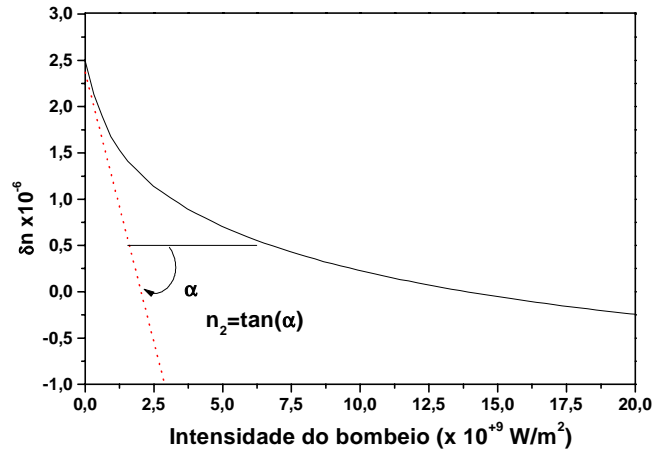


Figura 2: - Variação do índice de refração na região central da fibra óptica dopada com Érbio em função da intensidade do bombeio para $0,0 \text{ mW} < P_p < 170 \text{ mW}$ ($0,0 \text{ W/m}^2 < I_p < 20 \times 10^9 \text{ W/m}^2$, $P_s=1 \text{ nW}$ ($6,2 \times 10^1 \text{ W/m}^2$) e $\lambda_s=1550 \text{ nm}$).

As Figuras 1 e 2 mostram duas retas tangentes, para $P_s \rightarrow 0$ e $P_p \rightarrow 0$, respectivamente, cujas inclinações correspondem aos coeficientes n_2 das expansões das equações (5) e (8), mostrados

nas Tabelas 2 e 3, e que são coeficientes do tipo Kerr destas expansões.

λ_s [nm]	n_1	n_2 [m ² W ⁻¹]	n_3 [m ⁴ W ⁻²]
1531,5	$1,32 \times 10^{-6}$	$6,62 \times 10^{-18}$	$-4,15 \times 10^{-28}$
1550	$2,37 \times 10^{-6}$	$-1,171 \times 10^{-15}$	$1,00 \times 10^{-25}$

Tabela 3: – Coeficientes não lineares da expansão de δn em função da intensidade do bombeio, dada pela equação (8).

Notar que os coeficientes n_2 da Tabela 2 são de até 2 ordens de magnitude maior que aqueles da Tabela 3, indicando que a variação do índice de refração é mais sensível às variações da intensidade do sinal que às variações da intensidade do bombeio.

O valor do fator n_1 , nas Tabelas 2 e 3, em todo o espectro, pode ser qualitativamente obtido através do resultado de simulação apresentado na Figura 3.

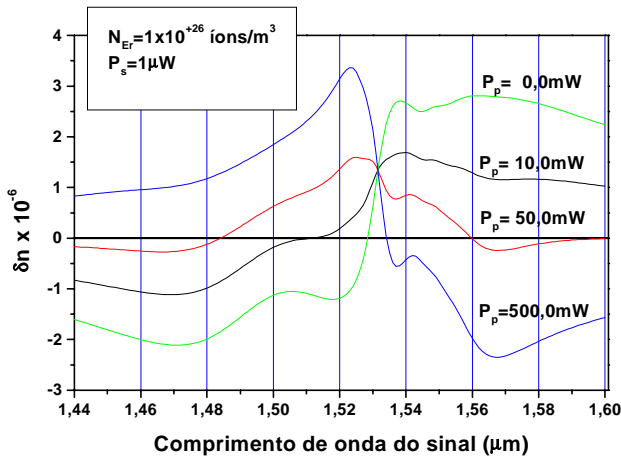


Figura 3: –Variação espectral do índice de refração na região central da fibra óptica dopada com, para potência de bombeamento de 0, 10, 50, e 500mW, $\lambda_p=980$ nm, e potência de sinal de 1μ W, concentração de Érbio de $N_0=1 \times 10^{+26}$ ions/m³, na qual pode-se obter, qualitativamente, o valor do coeficiente n_1 das expansões (5) e (8).

Nesta Figura, a potência do sinal foi mantida constante em todo o espectro, $P_s=1\mu$ W, o que representa uma intensidade de $6,5 \times 10^4 \pm 4,4 \times 10^3$ W/m² na região central da fibra sob análise, para os comprimentos de onda dentro do espectro apresentado. A concentração de Érbio também foi mantida constante em $N_0=1 \times 10^{+26}$ ions/m³, para permitir comparações com os resultados anteriormente apresentados. Nesta simulação, usaram-se as potências de bombeio de $P_p(0)=0, 10, 50$ e 500 mW, que impõem uma intensidade de potência de $0, 1,2 \times 10^9, 6,2 \times 10^9$ e $6,2 \times 10^{10}$ W/m² na região central da fibra sob análise.

4. CONCLUSÕES

Foram calculados os coeficientes de uma expansão polinomial da variação do índice de refração em função da intensidade do sinal e do bombeio, na região central de uma fibra óptica dopada com Érbio. Através da comparação da magnitude destes coeficientes concluiu-se que a variação do índice de refração é de até 2 ordens de grandeza mais sensível às variações da intensidade do sinal que às da intensidade do bombeio.

Em razão da complexidade gerada pela existência de comprimentos de onda de ressonância dentro do espectro de interesse, a quantificação destas não linearidades não pode ser feita de forma simples, como por exemplo no caso do Efeito Kerr, estabelecendo um coeficiente para representar a variação do índice de refração. Desta forma, é necessário trabalhar com uma modelagem completa, como mostrada aqui, e avaliar cada caso de interesse.

Agradecimentos

Os autores agradecem pelo suporte financeiro parcial dado pela CAPES/PICD, CNPq e FAPERJ. Em particular, o primeiro autor agradece aos colegas do TET/UFF pelo constante apoio e encorajamento.

REFERÊNCIAS

- [1] F. Di Pasquale e H.E. Hernández-Figueroa, “Pump controled all-optical switching by using high-concentration Er⁺³ doped nonlinear waveguides”, *Electronics Letters*, vol.30, no.3, pp. 232-233, (1994).
- [2] P.W. France, “Optical Fiber Lasers & Amplifiers”, Glasgow, Scotland: Blackie, pp.218, (1991).
- [3] B. Fisher, J.L. Zyskind, J.W. Sulhoff and D.J. Digiovanni, “Nonlinear four wave mixing in erbium-doped fiber amplifiers”, *Electronics Letters*, vol.29, no.21, pp.1858-1859, (1994).
- [4] S. Fleming and T.J. Whitley, “Measurement and analysis of pump dependent refractive index and dispersion effects in Erbium-doped fiber amplifiers”, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol.32, pp. 1113-1121, (1996).
- [5] Y.X. Hue e P.L. Chu, “Pump-induced refractive index change in rare-earth-doped fiber”, in *Proc. 17th ACOFT Conf.*, Hobart, pp.86-89, Nov., (1992).
- [6] Y.T. Chieng, G.T. Cowle e R. A. Minasian, “Optically amplitude-stabilized tunable erbium-doped laser with < 20μs tuning speed”, *Electronics Letters*, vol.31, pp.1451-1452, (1995).
- [7] G.N. Van den Hoven, J.A. van der Elsken, A. Polman, C. van Dam, K.W.M. van Uffelen e M.K. Smit, “Absorption and emission cross section of Er⁺³ in Al₂O₃ waveguides”, *Applied Optics*, vol.36, no.15, pp.3338-3341, (1997).
- [8] G.N. van den Hoven, E. Snoeks e A. Polman, “Upconversion in Er-implanted Al₂O₃ waveguides”, *Journal*

-
- of Applied Physics*, vol.79, no.3, pp.1258-1266, fevereiro, (1996).
- [9] C.R. Giles e E. Desurvire, "Modeling Erbium-Doped Fiber Amplifiers", *Journal of Lightwave Technology*, vol.9, no.2, pp.271-283, (1991).
- [10] F. Di Pasquale e M. Zoboli, "Analysis of Erbium-Doped Waveguide Amplifiers by a Full-Vectorial Finite-Element Method", *IEEE Journ. of Lightwave Tech.*, vol.11, pp.1565-1574, (1993).
- [11] M. Montagna, S. Selleri e M. Zoboli, "Nonlinear refractive index in erbium-doped optical amplifiers", *Optical and Quantum Electronics*, vol.27, pp.871-880, (1995).
- [12] E. Desurvire, "Study of the Complex Atomic Susceptibility of Erbium-Doped Fiber Amplifiers", *Journal of Lightwave Technology*, vol.8, no.10, pp.1517-1527, (1990).
- [13] K.E. Alameh, R.A. Minasian e Y. Zhao, "A Numerical Model for the Complex Susceptibility of Saturated Erbium-Doped Amplifiers", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol.33, no.5, pp.855-860, abril, (1997).
- [14] A.P. López-Barbero e H.E. Hernández-Figueroa, "Efficient Stationary Model for Erbium-Doped Optical Amplifiers: Numerical and Experimental Comparisons", *Microwave and Optical Technology Letters*, vol.23, no.5, pp.261-263, 5 dezembro, (1999).
-
- [15] R.A. Betts, T. Tjugiart, Y.L. Xue, e P.L. Chu, "Nonlinear refractive index in erbium-doped optical fiber: theory and experiment", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol.27, no.4, pp.908-913, (1991).
- [16] M. Janos e S.C. Guy, "Signal-Induced Refractive Index Change in Erbium-Doped Fibre Amplifiers", *IEEE J. Lightwave Tech.*, vol.16, no.4, pp. 542-548, abril, (1998).
- [17] K.E. Alameh, R.A. Minasian e Y. Zhao, "A Numerical Model for the Complex Susceptibility of Saturated Erbium-Doped Amplifiers", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol.33, no.5, pp.855-860, abril, (1997).
- [18] G.P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, 2nd ed., J Wiley & Sons, New York (1996).
- [19] F. Di Pasquale, M.Zoboli, M.Federighi, and I.Massarek, "Finite-Element Modeling of Silica Waveguide Amplifiers with High Erbium Concentration", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol.30, no.5, pp. 1277-1282, (1994).