

ESQUEMAS DE TRANSMISSÃO COM CODIFICAÇÃO, DIVERSIDADE ESPACIAL E CONSTELAÇÕES MULTIDIMENSIONAIS ROTACIONADAS

GEORGE A. DA SILVA, FRANCISCO M. DE ASSIS

UFPB - CCT - COPELE - CP 10.053
Campina Grande, PB, CEP: 58.109-970
george, fmarcos@dee.ufpb.br

RESUMO

Este artigo propõe esquemas de transmissão que integram codificação, diversidade espacial e constelações multidimensionais otimizadas para canais com desvanecimento. Os esquemas de transmissão são simulados e seus desempenhos comparados a outros sistemas já conhecidos.

São apresentadas no artigo a técnica utilizada para realização da otimização das constelações e a metodologia desenvolvida para busca dos codificadores.

1. INTRODUÇÃO

Nos sistemas de comunicação propostos por Sousa [1], cada componente de uma constelação N -dimensional rotacionada é transmitida por uma antena. Em [3], os autores introduziram técnicas de modulação codificada em treliça nestes sistemas, e, apresentaram um esquema que utiliza uma constelação 3D rotacionada e 3 antenas de transmissão. Nestes esquemas, entretanto, um aumento na dimensão da constelação é acompanhado por um aumento no número de antenas, que torna impraticável a utilização de constelações de maiores dimensões.

Neste artigo os autores propõem esquemas de transmissão nos quais duas componentes de uma constelação multidimensional são enviadas por cada antena. Desta maneira é possível utilizar constelações ou pouco maiores que as empregadas nos sistemas propostos em [1].

Além da utilização destas constelações foi desenvolvido uma metodologia para busca de códigos convolucionais de modo que se possa introduzir no sistema uma codificação espaço-temporal.

A idéia para utilização de constelações multidimensionais na forma apresentada neste artigo é bastante genérica e pode ser utilizada no desenvolvimento de novos esquemas de transmissão. A idéia consiste em mapear bits de informação em pontos de uma constelação de sinais multidimensional. Após o mapeamento a constelação é rotacionada de acordo com uma medida de otimização para constelações com desvanecimento e, finalmente, os pontos são projetados em certas *instâncias ou lugares de transmissão*. Essas instâncias são subespaços do espaço N -

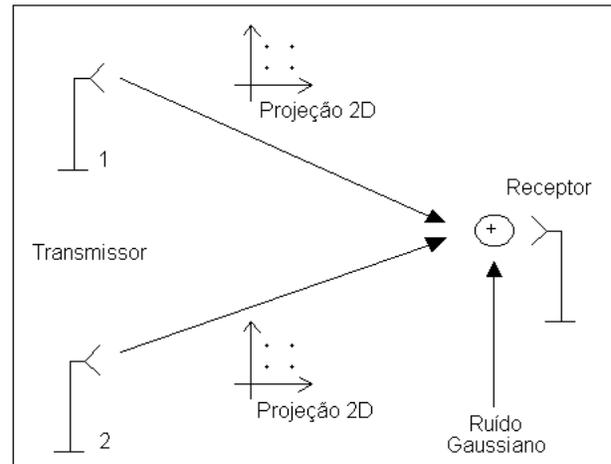


Fig. 1. Sistema de transmissão com constelação 4D. Cada antena transmite uma projeção 2D de um sinal 4D.

dimensional. Para melhoria do desempenho sobre canais com desvanecimento, cada instância deve ser transmitida de forma a ser corrompida por um desvanecimento independente das demais instâncias.

Para introdução da codificação define-se uma estrutura genérica para o codificador, representando-o por expressões em Z_n , sendo Z_n definido com um anel de inteiros módulo n . São definidos critérios de desempenho para os codificadores, realizando-se, então, uma busca por códigos com boas características de desempenho.

2. ESQUEMA DE TRANSMISSÃO SEM CODIFICAÇÃO

O esquema de comunicação proposto utiliza L antenas de transmissão e uma constelação com dimensão $N = 2L$ para mapear os bits de informação. Cada antena transmite, de forma ortogonal, um sinal selecionado a partir de uma projeção 2D da constelação N -dimensional. Na recepção é considerado o conhecimento ideal do estado do canal e é utilizada uma métrica no espaço N -dimensional.

A figura 1 apresenta a estrutura geral do sistema. Neste

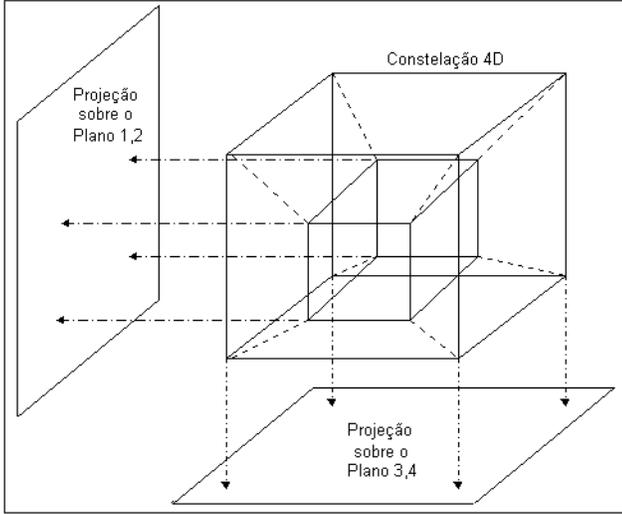


Fig. 2. Representação esquemática de uma constelação 4D e suas projeções.

caso, os 16 vértices de um cubo $4D$, mostrado na figura 2, é utilizado para mapear quatro bits de informação. Cada antena de transmissão envia sinais que representam projeções $2D$ da constelação, representadas pelos planos 1, 2 e 3, 4 na figura 2, onde os números 1, 2, 3 e 4 referem-se aos eixos canônicos do espaço $4D$. Pode-se observar que os 16 vértices do hipercubo não rotacionado são projetados em quatro pontos nos planos 1, 2 e 3, 4. Após a rotação cada vértice do hipercubo será projetado em um ponto diferente de cada plano e cada projeção apresentará 16 pontos distintos.

Algoritmos genéticos foram utilizados para encontrar os ângulos de rotação que resultam numa desempenho otimizado em canais com desvanecimento. Uma população de 50 conjunto de ângulos foi utilizada, cada conjunto com seis ângulos, correspondentes aos seis planos de rotação do espaço $4D$. Em cada geração foram definidas mutações, cruzamentos e seleção da população. No processo de seleção, utilizou-se a figura de mérito $CFM(C)$ definida por Sousa [1]. Em torno de 3000 gerações foram suficientes para obter bons resultados de ângulos de rotação.

O melhor conjunto de ângulos obtido foi

$\theta_{12} = -35^\circ$	$\theta_{13} = -20^\circ$	$\theta_{14} = 25^\circ$
$\theta_{23} = -25^\circ$	$\theta_{24} = -20^\circ$	$\theta_{34} = 25^\circ$

θ_{ij} é definido como sendo o ângulo de rotação no plano ij . O $CFM(C)$ deste conjunto é igual a 0.0102. A tabela I apresenta as coordenadas dos pontos desta tabela. A figura 3 apresenta as projeções $2D$ sobre os planos 1, 2 (fig. 3.a) e 3, 4 (fig. 3.b) obtidas a partir do conjunto de ângulos apresentados.

Tabela I

Coordenadas dos sinais de uma constelação $4D$ rotacionada.

Pontos	1	2	3	4
1	0.7591	0.6659	-0.2050	0.9687
2	-0.2275	1.3567	0.1229	0.3040
3	0.0682	-0.3207	0.4597	1.2966
4	-0.9184	0.3701	0.7876	0.6319
5	0.3207	0.0682	-1.2966	0.4597
6	-0.6659	0.7591	-0.9687	-0.2050
7	-0.3701	-0.9184	-0.6319	0.7876
8	-1.3567	-0.2275	-0.3040	0.1229
9	1.3567	0.2275	0.3040	-0.1229
10	0.3701	0.9184	0.6319	-0.7876
11	0.6659	-0.7591	0.9687	0.2050
12	-0.3207	-0.0682	1.2966	-0.4597
13	0.9184	-0.3701	-0.7876	-0.6319
14	-0.0682	0.3207	-0.4597	-1.2966
15	0.2275	-1.3567	-0.1229	-0.3040
16	-0.7591	-0.6659	0.2050	-0.9687

3. ESQUEMA DE TRANSMISSÃO COM CODIFICAÇÃO

A figura 4 apresenta a estrutura geral do sistema codificado. Neste caso, um codificador é utilizado para mapear os bits de entrada nos 16 vértices de um cubo $4D$. São utilizados dois bits de informação para mapear um ponto da constelação $4D$. Da mesma forma que no caso anterior, cada antena de transmissão envia sinais que representam projeções $2D$ da constelação $4D$ rotacionada.

Os critérios utilizados para projeto dos códigos são definidos pelo posto e determinante de matrizes construídas com pares de palavras códigos. Considere que a cada instante t são transmitidos pelas n antenas de transmissão os sinais c_t^i , $i = 1 \dots n$, que representam as i -ésimas projeções dos pontos da constelação multidimensional no sub-espaço utilizado para transmissão. Considere ainda que o receptor decide em favor do sinal

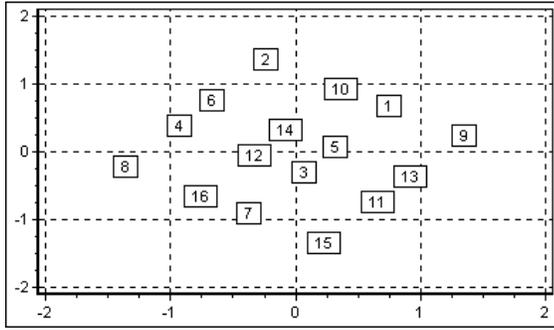
$$e = e_1^1 e_1^2 \dots e_1^n e_2^1 e_2^2 \dots e_2^n \dots e_l^1 e_l^2 \dots e_l^n, \quad (1)$$

e que o sinal transmitido foi

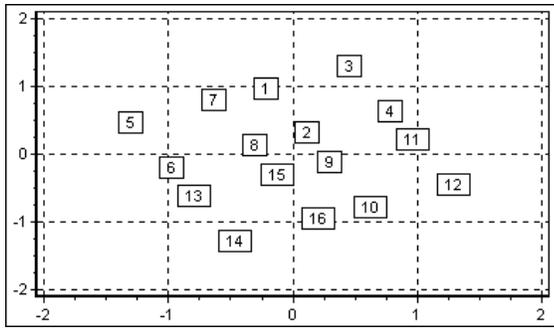
$$c = c_1^1 c_1^2 \dots c_1^n c_2^1 c_2^2 \dots c_2^n \dots c_l^1 c_l^2 \dots c_l^n. \quad (2)$$

Pode-se definir a matriz $B(c, e)$ para cada par de possíveis palavras códigos (c, e) da seguinte maneira

$$B(c, e) = \begin{pmatrix} e_1^1 - c_1^1 & \dots & e_l^1 - c_l^1 \\ e_1^2 - c_1^2 & \dots & e_l^2 - c_l^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1^n - c_1^n & \dots & e_l^n - c_l^n \end{pmatrix} \quad (3)$$



(a) Projeção no plano 1,2.



(b) Projeção no plano 3,4.

Fig. 3. Projeções de uma constelação 4D em planos 2D.

Os critérios de projeto são definidos a partir da matriz $B(c, e)$. Define-se a matriz $A(c, e) = B(c, e) \cdot B^*(c, e)$, com $B^*(c, e)$ sendo a matriz transposta Hermitiana de $B(c, e)$. Define-se a matriz $A'(c, e)$, como uma matriz diagonal obtida a partir dos elementos da diagonal principal da matriz $A(c, e)$. Analisando a matriz $A'(c, e)$ sobre todos os pares de palavras código distintas, e, considerando que esta tem posto r , define-se o ganho por diversidade do código como $m \cdot r$, sendo m o número de antenas de na estação móvel. Define-se também o ganho de codificação como o determinante da matriz $A'(c, e)$, quando esta tem posto máximo, ou, a raiz r -ésima da soma dos determinantes de todos os cofatores principais da matriz $A'(c, e)$, caso contrário.

Para definir uma estrutura genérica para o codificador, considera-se que o código pode ser expresso por operações em Z_n , com Z_n representando o anel de inteiros módulo n . Os sinais da constelação multidimensional são então rotulados por elementos do anel Z_n . Para a constelação de sinais utilizada como exemplo (cubo 4-dimensional) os codificadores são definidos através de operações em Z_{16} ,

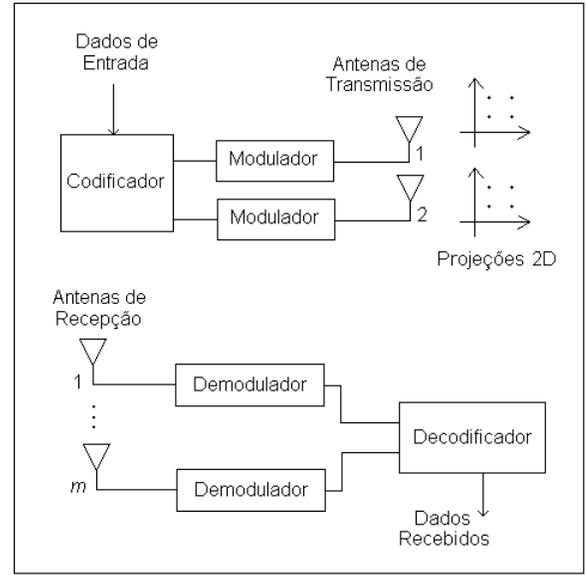


Fig. 4. Sistema de transmissão codificado com constelação 4D.

desta maneira cada resultado possível de codificação é mapeado em um ponto distinto da constelação.

A saída do codificador x_k no instante k , para codificadores com 4 e 8 estados considerando uma transmissão de dois bits por símbolo multidimensional, podem ser representados pelas seguintes expressões em Z_{16}

$$\begin{aligned} 4 \text{ estados: } x_k &= z_1 b_{k-1} + z_2 a_{k-1} + z_3 b_k + z_4 a_k \\ 8 \text{ estados: } x_k &= z_1 a_{k-2} + z_2 b_{k-1} + z_3 a_{k-1} + \\ & z_4 b_k + z_5 a_k \end{aligned}$$

com a_t e b_t sendo as entradas binárias no instante t e z_i sendo os elementos de Z_{16} que representam as operações de codificação.

A busca por códigos é realizada calculando-se os critérios do posto e do determinante para todos os possíveis valores de z_i . A quantidade total de códigos existentes para os codificadores de 4 e 8 estados são respectivamente $16^4 = 65.536$ e $16^5 = 1.048.576$.

Para determinação dos melhores codificadores, seleciona-se um conjunto de códigos com valores de critérios máximos ou próximo dos valores máximos. Em seguida realiza-se a simulação destes códigos, obtendo-se o desempenho destes codificadores. Escolhe-se então o codificador que apresentar melhor resultado de simulação. A justificativa para realização de simulação de um conjunto de codificadores, incluindo alguns que não apresentam critérios máximos, é que, na obtenção analítica dos critérios são feitas algumas aproximações, e, na simulação verifica-se que alguns códigos com valores menores de critério de desempenho apresentam resultados um pouco superiores a

outros códigos com valores de critério superior.

Os melhores códigos encontrados foram:

$$4 \text{ estados: } x_k = 14b_{k-1} + 15a_{k-1} + 11b_k + 3a_k$$

$$8 \text{ estados: } x_k = 12a_{k-2} + 15zb_{k-1} + 15a_{k-1} + 7b_k + 14a_k$$

Estes códigos atingem ganho de codificação respectivamente iguais a 36 e 61.

4. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Os esquemas propostos foram simulados sobre canal com desvanecimento Rayleigh e os resultados comparados a sistemas existentes na literatura. Para realizar uma comparação justa, todos os sistemas utilizam a mesma energia de bit, portanto, os ganhos apresentados são resultado direto das técnicas de transmissão adotadas.

A figura 5 apresenta os resultados de simulação. A curva 1 apresenta o desempenho de um sistema utilizando modulação 4-PSK. A curva 2 apresenta o desempenho do sistema que utiliza um cubo de dimensão 4 sem codificação. A curva 3 apresenta o desempenho do sistema utilizando o cubo 4D e um codificador de 4 estados. A curva 4 apresenta o desempenho o sistema utilizando o cubo 4D e um codificador de 8 estados.

Os sistemas apresentados pelas curvas 1, 3 e 4, transmitem 2 bits por símbolo. O sistema apresentado pela curva 2, transmite 4 bits por símbolo. O sistema 4PSK utiliza apenas uma antena, enquanto que os demais introduzem uma diversidade espacial, utilizando duas antenas de transmissão.

Comparando os resultados das curvas 1 e 2 observa-se o potencial da técnica de rotação de constelações. O sistema proposto, sem codificação, mantém a eficiência espectral do sistema 4PSK, não introduz atrasos de decodificação, e, reduz sensivelmente a probabilidade de erro.

Os sistemas com codificação apresentados, demonstram como integrar técnicas de codificação no sistema de constelações multidimensionais proposto. Estes sistemas codificados apresentam um desempenho superior aos não codificados, entretanto, têm uma eficiência espectral de metade do sistema não codificado. A técnica utilizada para desenvolvimento destes códigos, entretanto, pode ser empregada na busca de códigos mais eficientes que os apresentados.

5. CONCLUSÃO

Neste artigo um esquemas de transmissão com diversidade espacial foram propostos. Os esquemas combinam constelações multidimensionais com múltiplas antenas de transmissão para reduzir a taxa de erro de bit sobre canais com desvanecimento. Foi proposta ainda uma metodologia para introdução de codificação nestes sistemas, sendo

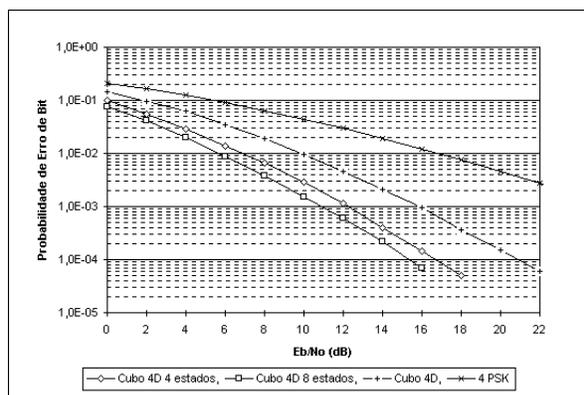


Fig. 5. Resultados de Simulação. Curva 1: Sistema 4PSK, Curva 2: Cubo 4D sem codificação, Curva 3: Cubo 4D codificador de 4 estados, e, Curva 4: Cubo 4D codificador de 8 estados

obtidos dois códigos. Os sistemas apresentados foram simulado e seus resultados de desempenho foram comparados a sistemas conhecidos.

Embora tenham sido utilizados exemplos específicos para apresentação dos esquemas de transmissão, a metodologia utilizada no desenvolvimento é bastante genérica e por ser utilizada no desenvolvimento de outros esquemas.

REFERÊNCIAS

- [1] Victor M DaSilva e Elvino S. Sousa; *Fading-resistant Transmission from Several Antennas*. Proceedings of the Sixth IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications. 1995. pp 1218-1222.
- [2] Luiz C. F. de Aquino e Francisco M. de Assis; *Generating Fading-Resistant Constellations using Genetic Algorithm*. SBMO/IEEE MTT-S IMOC97 Proceedings. 1997. pp 719-723.
- [3] George A. da Silva e Francisco M. de Assis; *Using space-time TCM with rotated constellations for transmissions over mobile communications systems*. Electronics Letters. Vol. 35 No. 6. 18h March 1999. pp. 454-455.
- [4] Dariush Divsalar e Marvin Simon; *The design of Trellis Coded MPSK for Fading Channels: Performance Criteria*. IEEE Transactions on Communications. Vol 36, No 9, September 1988, pp. 1004-1012.
- [5] Dariush Divsalar e Marvin Simon; *The design of Trellis Coded MPSK for Fading Channels: Set Partitioning for Optimum Code Design*. IEEE Transactions on Communications. Vol 36, No 9, September 1988, pp. 1013-1021.