

ESTIMAÇÃO DA DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA ATRAVÉS DE UM ANALISADOR DE ESPECTRO ACUSTO-ÓPTICO

A. F. TINOCO S., F. D. P. ALVES, W. J. PERRELLA, J. E. B. OLIVEIRA

Divisão de Engenharia Eletrônica - Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA
Pça. Mal. Eduardo Gomes, 50 - V. das Acácias, CEP: 12.228-900, São José dos Campos, SP - Brasil

RESUMO

Este trabalho apresenta o estudo da estimação da densidade espectral de potência de sinais de microondas através de um analisador de espectro acusto-óptico (AEAP). O dispositivo é modelado como um receptor canalizado e algumas características são determinadas aplicando-se a teoria de modos acoplados. Analisa-se a sensibilidade do AEAP em função da abertura da célula Bragg e do tempo de integração da rede de fotodetectores. Resultados de simulações são apresentados para um AEAP com uma célula Bragg de GaP com 12 %/Watt de eficiência de difração.

1. INTRODUÇÃO

Em várias aplicações de microondas as características espectrais dos sinais utilizados estão se tornando tão complexas que já demandam o desenvolvimento de novas tecnologias para implementar instrumentações apropriadas. Trabalhos recentes mostram que a tecnologia acusto-óptica é uma alternativa atraente para se implementar analisadores de espectros, na faixa de microondas, com largura de faixa e faixa dinâmica instantâneas elevadas. Resultados experimentais mostram que analisadores com largura de faixa instantânea de 2 GHz e faixa dinâmica da ordem de 50 dB já estão sendo utilizados [1,2].

A otimização do desempenho de um analisador de espectro acusto-óptico (AEAP), tem demandado o desenvolvimento de técnicas de modelamento que levam em consideração a dispersão e a não linearidade da eficiência de difração acusto-óptica, as fontes de ruído inseridas nos diversos estágios do AEAP e também o algoritmo de processamento do sinal.

Neste trabalho apresenta-se uma formulação, fundamentada na teoria de modos acoplados, que proporciona a compreensão necessária para modelar-se as fontes de ruído inseridas pela célula Bragg do AEAP. Os resultados assim obtidos após serem combinados com as outras fontes de ruído, são utilizados para analisar o desempenho do algoritmo CFAR "*constant false alarm rate*", de um receptor que utiliza este tipo de analisador de espectro.

Este trabalho é constituído de cinco partes, incluindo esta introdução. Na segunda parte apresenta-se a teoria de modos acoplados, com nomenclatura apropriada, para uma célula Bragg configurada para operar como um analisador de espectro de microondas. Através da formulação mostra-se que a interação acusto-óptica possibilita a transposição das características de um sinal de microondas para um feixe óptico. Em seguida, calcula-se a eficiência de difração e

demonstra-se que a intensidade óptica do feixe difratado, no plano focal de uma lente de Fourier, é proporcional à densidade espectral de potência do sinal de microondas. Na terceira parte deste trabalho identifica-se os diversos estágios de processamento aos quais o sinal de microondas é submetido no AEAP. Cada um destes estágios é caracterizado por uma relação sinal ruído apropriada. Estas relações sinal ruído são utilizadas para determinar-se o ganho de processamento que o AEAP proporciona ao sinal de microondas. O ganho de processamento contém informações tais como: sensibilidade, figuras de ruído e faixa dinâmica do AEAP. Adicionalmente nesta seção analisa-se a densidade espectral de potência do sinal de microondas. A análise é realizada a partir das tensões de saída da rede linear de fotodetectores, que é modelada como sendo um receptor de N canais. Com os resultados obtidos aplica-se técnicas CFAR para definir o limiar que assegure uma baixa probabilidade de falso alarme. A quarta parte deste trabalho apresenta os resultados numéricos obtidos utilizando-se uma célula Bragg de GaP, disponível comercialmente, que apresenta frequência central igual a 2 GHz com largura de faixa de 1 GHz e eficiência de difração de 12 %/Watt. As conclusões obtidas são apresentadas na quinta seção deste trabalho.

2. TEORIA DE MODOS ACOPLADOS APLICADA AO AEAP

Antes de desenvolver a formulação para estimar a densidade espectral considera-se apropriado descrever a topologia fundamental do AEAP com auxílio da teoria de modos acoplados. A representação esquemática típica do AEAP é ilustrada na *Fig. 1*.

A representação esquemática apresentada é constituída pelos seguintes blocos funcionais: processador eletrônico do sinal de microondas de entrada, expansor e formatador do laser, célula Bragg, lente de Fourier e rede de fotodetectores como processador eletrônico de saída.

Em um AEAP, o sinal de microondas, após um pré-processamento eletrônico, é acoplada ao transdutor piezoelétrico da célula Bragg. O transdutor piezoelétrico, gera na célula Bragg redes de difração óptica, com características determinadas pelas componentes espectrais do sinal de microondas. Consequentemente, as características do sinal de microondas podem ser transpostas para um feixe óptico que se propaga através da célula Bragg, conforme ilustrado na *Fig. 1*. Devido a esta interface opto-eletrônica, conclui-se, que as amplitudes das

ordens de difração e suas orientações, na saída da célula Bragg, são controladas pelas componentes espectrais do sinal de microondas. Além disso, as orientações das ordens de difração apresentam dependência linear com as frequências das componentes espectrais do sinal de microondas. Ressalta-se também que, as ordens de difração resultantes das interação do feixe do laser com as diversas redes de difração, são geradas simultaneamente. Esta característica, é responsável pelo processamento quase em tempo real e portanto, o tempo de resposta do AEAP pode ser muito reduzido.

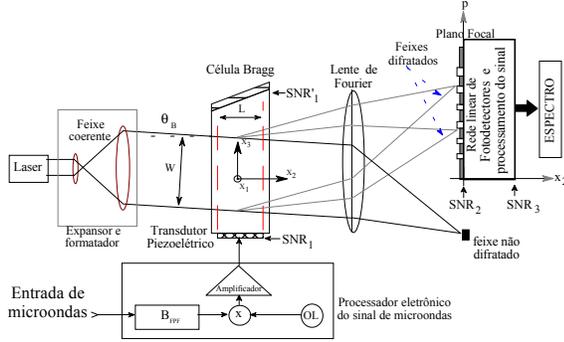


Fig. 1. Representação esquemática de um analisador de espectro acusto-óptico, AEAP, e a localização das relações sinal ruído em cada um de seus estágios .

A Fig. 1 também mostra uma rede linear de fotodetectores posicionada no plano focal de uma lente óptica. Desta forma é possível obter um sinal elétrico proporcional à transformada de Fourier espacial do sinal de microondas contido na região de interação acusto-óptica.

Por outro lado, o sistema óptico constituído pelo expansor e formador, é projetado para configurar o feixe óptico que incide na célula Bragg e aumentar a resolução do AEAP. O feixe de laser que emerge deste bloco apresenta as seguintes características: seção transversal, sobre o plano x_2 - x_3 com largura W , polarização linear segundo uma direção especificada pelo vetor unitário \hat{e}^I e um vetor de onda $\vec{k}^I = k_2^I \hat{x}_2 + k_3^I \hat{x}_3$.

A estimação da densidade de potência exige a análise quantitativa do feixe difratado. Este estudo é realizado com o auxílio da teoria de modos acoplados. Inicia-se a análise com o caso em que o sinal de microondas é harmônico e a célula Bragg gera a ordem de difração +1. Foi demonstrado, em [3], que a variação da permissividade elétrica, $\Delta\epsilon_{ij}$, causada pela propagação da onda acústica no interior de célula Bragg, é determinada por:

$$\Delta\epsilon_{ij}(x_1, x_2, x_3, t) = \Delta\epsilon_{ij}^{(0)} \cos[\omega_s(t-t')] \quad (1)$$

onde $t' = x_3/v_s + \tau/2$, $\Delta\epsilon_{ij}^{(0)}$ são os valores máximos das componentes do tensor $\Delta\epsilon$, v_s é a velocidade da onda acústica no GaP, $\tau = W/v_s$ é abertura temporal da célula Bragg e ω_s é a frequência do sinal de microondas, [3].

A região da célula Bragg simultaneamente iluminada pelo feixe do laser e ocupada pela onda acústica constitui-se na

região de interação acusto-óptica. Nesta região $|x_2| \leq L/2$, porém, x_3 depende do instante de tempo.

O campo elétrico do sinal óptico, $\vec{e}(x_2, x_3, t)$, que é constituído pela superposição do campo incidente e do campo difratado, obedece a seguinte equação de onda:

$$\nabla^2 \vec{e}(x_2, x_3, t) - \frac{1}{c^2} [\epsilon_r^{(0)}] \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{e}(x_2, x_3, t) = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{p}^{ind}(x_2, x_3, t) \quad (2)$$

onde μ_0 e c são, respectivamente, a permeabilidade magnética e a velocidade da luz no vácuo, $[\epsilon_r^{(0)}]$ é o tensor permissividade elétrica relativa do meio na ausência da onda acústica e $\vec{p}^{ind}(x_2, x_3, t)$ representa a polarização induzida pela onda acústica.

Restringindo a análise para interação linear, obtém-se, a seguinte expressão para a polarização induzida:

$$\vec{p}^{ind}(x_2, x_3, t) = \epsilon_0 [\Delta\epsilon(x_2, x_3, t)] \vec{e}(x_2, x_3, t) \quad (3)$$

Analisando-se esta equação em combinação com a equação (2) conclui-se que em regime de Bragg o campo total resultante da interação é constituído de duas parcelas, cujas amplitudes dependem da posição dentro da coluna acústica. Na solução da equação (2) leva-se em consideração as condições de contorno nas fronteiras que definem os limites da coluna acústica. Para o caso ilustrado na Fig. 1, a coluna acústica é paralela ao eixo x_3 , portanto, as amplitudes dos campos acoplados variam apenas com a distância ao longo da normal a esta coluna, ou seja, com a coordenada x_2 [4]. Assim os campos incidentes, $\vec{e}^I(x_2, x_3, t)$, e difratados, $\vec{e}^D(x_2, x_3, t)$, podem ser representados através das seguintes expressões, respectivamente:

$$\vec{e}^I(x_2, x_3, t) = \frac{1}{2} \{E^I(x_2) \exp[j(\omega_I t - \Psi^I)] + c.c.\} \hat{e}^I \quad (4)$$

$$\vec{e}^D(x_2, x_3, t) = \frac{1}{2} \{E^D(x_2) \exp[j(\omega_D t - \Psi^D)] + c.c.\} \hat{e}^D \quad (5)$$

onde $\vec{r} = x_2 \hat{x}_2 + x_3 \hat{x}_3$, $\Psi^I = \vec{k}^I \cdot \vec{r}$, $\Psi^D = \vec{k}^D \cdot \vec{r}$, \hat{e}^D é o vetor unitário paralelo ao campo difratado, \vec{k}^D é o vetor de onda do feixe difratado e $c.c.$ denota o complexo conjugado de uma grandeza. $E^I(x_2)$ e $E^D(x_2)$ denotam, respectivamente, as amplitudes do campo incidente e difratado.

Para a análise de modos acoplados de interesse deste trabalho, as amplitudes $E^I(x_2)$ e $E^D(x_2)$ são tais que $d^2 E^I/dx_2^2 \ll k_2^I dE^I/dx_2$ e $d^2 E^D/dx_2^2 \ll k_2^D dE^D/dx_2$. Substituindo (4) e (5) em (2), obtém-se o seguinte par de equações que rege o acoplamento entre os campos:

$$-j k_2^I \frac{dE^I(x_2)}{dx_2} \hat{e}^I \exp\{j(\omega_I t - \Psi^I)\} + c.c. = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{p}^{dif}(x_2, x_3, t) \quad (6)$$

$$-j k_2^D \frac{dE^D(x_2)}{dx_2} \hat{e}^D \exp\{j(\omega_D t - \Psi^D)\} + c.c. = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{p}^{inc}(x_2, x_3, t) \quad (7)$$

onde $\vec{p}^{dif}(x_2, x_3, t)$ e $\vec{p}^{inc}(x_2, x_3, t)$ são as polarizações elétricas induzidas correspondentes aos campos difratado e incidente, respectivamente.

Em regime estacionario, os lados direito e esquerdo de cada equação devem apresentar as mesmas dependências temporais. Nesta condição a equação (3) proporciona:

$$\bar{p}^{inc}(x_2, x_3, t) = \frac{\varepsilon_o}{2} [\Delta \varepsilon^{(0)}] E^I(x_2) \text{sen}[(\omega_i + \omega_s)t - (\bar{k}^i + \bar{k}_s) \bullet \bar{r}] \hat{e}^i \quad (8a)$$

$$\bar{p}^{dif}(x_2, x_3, t) = \frac{\varepsilon_o}{2} [\Delta \varepsilon^{(0)}] E^D(x_2) \text{sen}[(\omega_D - \omega_s)t - (\bar{k}^D - \bar{k}_s) \bullet \bar{r}] \hat{e}^D \quad (8b)$$

onde $\omega_D = \omega_s + \omega_i$.

Substituindo (8) em (7) obtém-se as seguintes equações:

$$k_2^I \frac{dE^I(x_2)}{dx_2} = \frac{1}{4} \left(\frac{\omega_i}{c} \right)^2 \Delta \varepsilon_{eff}^{ind} E^D(x_2) \exp[-j \Delta k_2 x_2] \quad (9)$$

$$k_2^D \frac{dE^D(x_2)}{dx_2} = -\frac{1}{4} \left(\frac{\omega_D}{c} \right)^2 \Delta \varepsilon_{eff}^{ind} E^I(x_2) \exp[j \Delta k_2 x_2] \quad (10)$$

onde $\Delta k_2 x_2$ é o descasamento de fase e $\Delta \varepsilon_{eff}^{ind}$ é a variação efetiva da permissividade elétrica induzida na região de interação acusto-óptica.

Para a célula Bragg utilizada neste trabalho, obtém-se:

$$\Delta \varepsilon_{eff}^{ind} = n^4 \sqrt{2} I_a / \rho_s v_s^3 p_{44} \cos \theta_B \quad (11)$$

onde n é o índice de refração, I_a é a intensidade acústica, p_{44} é o coeficiente acusto-óptico e ρ_s é a densidade de massa do GaP.

Combinando-se (9) e (10), e levando-se em consideração que $k_2^I = (\omega_i n / c) \cos \theta_D$ e $k_2^D = (\omega_D n / c) \cos \theta_D$, obtém-se a seguinte equação para a amplitude $E^I(x_2)$:

$$\frac{d^2 E^I(x_2)}{dx_2^2} - j \Delta k_2 \frac{dE^I(x_2)}{dx_2} + \eta^2 E^I(x_2) = 0 \quad (12)$$

onde o coeficiente de acoplamento efetivo η é dado por:

$$\eta = (\omega_i \Delta \varepsilon_{eff}^{ind}) / (4 n c \sqrt{\cos \theta_i \cos \theta_D}) \quad (13)$$

Resolvendo-se (12), com as condições iniciais $E^I(x_2=0) = E^I(0)$ e $E^D(x_2=0) = 0$, e substituindo o resultado obtido em (10) obtém-se as seguintes expressões para as amplitudes dos campos incidente e difratado:

$$E^I(x_2) = E^I(0) \left\{ \cos(\Theta) x_2 + j \frac{(\Delta k/2)}{\Theta} \text{sen}(\Theta) x_2 \right\} \exp\{-j \Delta k x_2 / 2\} \quad (14)$$

$$E^D(x_2) = -E^I(0) \left\{ \frac{\eta}{\Theta} \text{sen}[\Theta] x_2 \right\} \exp\{j \Delta k x_2 / 2\} \quad (15)$$

onde $\Theta = \sqrt{\eta^2 + (\Delta k/2)^2}$

No AEAP utilizam-se as características do feixe óptico difratado, no plano de Fourier, para determinar o espectro do sinal de microondas. Desta forma, é necessário determinar a fração de potência óptica incidente transferida para este feixe. Este parâmetro é denominado de eficiência de difração K , e sua representação matemática, admitindo-se componentes ópticos sem perdas, é dada por:

$$K = \eta^2 L^2 \text{sinc}^2 [\Theta L] \quad (16)$$

onde $\text{sinc}(x) = \text{sen}(x)/x$ e L é a largura do transdutor.

Substituindo (11) em (13), lembrando que $\omega_i / c = 2\pi / \lambda_o$, e que na condição de casamento de fase, em meio isotrópico, $\theta_B = \theta_D$, obtém-se a seguinte expressão para η :

$$\eta = \frac{\pi}{\sqrt{2} \lambda_o} n^3 \sqrt{I_a / \rho_s v_s^3} p_{44} \quad (17)$$

Portanto, na condição de casamento de fase com baixa potência acústica, a intensidade do feixe difratado,

$I_D = |E^D(x_2 = L/2)|^2$ é dada por:

$$I_D = I_D \left(x_2 = \frac{L}{2}, \Delta k = 0, \eta L \ll 1 \right) = \left(\frac{\pi L}{\sqrt{2} \lambda_o} \right)^2 (M_2 I_a) I_L \quad (18)$$

onde I_L é a intensidade óptica do laser ($Watt/m^2$) e o fator M_2 , que depende apenas das propriedades do material, é denominado figura de mérito acusto-óptica, $M_2 = n^6 p_{44}^2 / \rho_s v_s^3$, com unidades em $[s^3/kg]$.

Ressalta-se que a formulação desenvolvida até este estágio aplica-se quando o AEAP opera em regime de Bragg e o sinal de microondas é harmônico com frequência ω_s (rad/s). Esta abordagem proporciona os fundamentos necessários para se analisar a resposta do AEAP para um sinal com uma certa composição espectral [5].

O sinal produzido pela intermodulação modifica a resposta do AEAP quando o sinal de microondas apresenta uma certa composição espectral. A componente espectral mais significativa gerada pela intermodulação é a de terceira ordem. Sua intensidade é dada por:

$$I_3 / I_L = \frac{1}{36} \left[\left(\pi L / (\sqrt{2} \lambda_o) \right)^2 M_2 I_a \right]^3 \quad (19)$$

onde I_3 é a intensidade de intermodulação de terceira ordem e I_L é a intensidade do laser.

Para a célula Bragg utilizada neste trabalho, a aplicação da técnica de dois tons mostra que potências de microondas iguais a 170 mW proporcionam intermodulação de terceira ordem 50 dB abaixo da difração principal [5].

3. MODELAGEM DAS FONTES DE RUÍDO E GANHO DE PROCESSAMENTO DO AEAP

O objetivo desta seção é, modelar as figuras de ruído que influenciam o ganho de processamento, calcular a sensibilidade do AEAP, e avaliar o desempenho do algoritmo CFAR.

Sem perda de generalidades pode-se realizar as seguintes postulações: *i*) nas condições de funcionamento normais e dentro da faixa de operação da célula Bragg, a potência dissipada pelo transdutor piezoelétrico e a atenuação acústica introduzida pela propagação da onda elástica desde a interface do transdutor piezoelétrico até a região de interação acusto-óptica, $x_3 = -W/2$, são desprezíveis; *ii*) a corrente elétrica produzida na saída do fotodetector, resultante da conversão do fluxo de fótons em corrente elétrica, é proporcional ao número de fótons incidente e ao tempo que o fotodetector é iluminado.

Como primeiro passo apresenta-se as características do campo óptico difratado na saída da célula Bragg.

Para a célula Bragg especificada neste trabalho, o ângulo de Bragg $\theta_B \leq 4^\circ$ e a eficiência de difração é menor do que

12% para potências de microondas inferiores a 1 W. Para esta célula Bragg e considerado-se que $\tilde{e}^D(x_2, x_2, t)$ obedece às equações (5) e (15), tem-se que o campo difratado instantâneo em $x_2=L/2$ é descrito por:

$$\frac{\tilde{e}^D(x_3, t)}{E^I(0)} = \frac{-\pi L \sqrt{M_2 I_a}}{\sqrt{2} \lambda_o} w(x_3) \text{sen}[(\omega_i + \omega_s)t - \varphi] \tilde{e}^D \quad (20)$$

onde $\varphi = k_l L + \omega_s t'$ e $w(x_3)$ é a distribuição espacial do campo óptico na entrada da célula Bragg.

Este feixe propaga-se pelo espaço livre e ilumina a lente óptica. A separação entre a saída da célula Bragg e a lente é igual à distância focal da lente. Assim, pela teoria de difração de Fresnell-Kirchoff, o campo óptico no plano focal, com frequência espacial v , é dado por [3]:

$$E^D(v, t) = K_{AO} \exp \left[j \left(\omega_i t - \frac{2\pi}{\lambda_o} (nL + 2F) + \frac{\pi}{2} \right) \right] \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \{w(x_3) s(t-t') \exp(-j2\pi v x_3)\} dx_3 \quad (21)$$

onde a frequência espacial, v , para uma posição p no plano focal é $v=p/\lambda F$ e $K_{AO} = \pi L \sqrt{M_2 I_a} E^I(0) / (2\sqrt{2} F \lambda_o^2)$.

A equação (21) mostra que o campo difratado é proporcional à transformada de Fourier espacial unidimensional, ponderada por $w(x_3)$, do sinal de microondas contida na célula Bragg com um atraso t' , $s(t-t')$. Ressalta-se que, em particular, para um sinal CW com iluminação uniforme, $w(x_3)=1$ para $|x_3| \leq W/2$, obtém-se $|E^D(v, t)| = WK_B |\text{sinc}[\pi(v f_s / v_s) W]|$. Este resultado evidencia a dependência bi-unívoca entre a frequência de microondas f_s e a coordenada espacial p . Para sinais $s(t)$ com formas de onda mais complexas, é necessário realizar a integração indicada em (21) com o auxílio de integração numérica [4]. Este exemplo também permite identificar a característica de discriminação em frequência do AEAP, uma vez que o valor máximo de E^D ocorre para $p = \lambda F f_s / v_s$.

Uma vez obtido $E^D(v, t)$ calcula-se a voltagem gerada em cada fotodetector da rede linear. Através destas voltagens obtém-se o ganho, G_p , produzido pelo processamento do sinal de microondas. Estão ressaltados na Fig. 1, cada um dos estágios de processamento do AEAP e suas respectivas relações sinal ruído, SNR. O ganho de processamento é definido como a razão entre SNR_3 , com integração, e SNR_1 . Através desta definição obtém-se a seguinte expressão em termos das várias relações sinal ruído destacadas:

$$G_p = \frac{(SNR_3)_{CI} (SNR_3)_{SI} SNR_2 SNR_1'}{(SNR_3)_{SI} SNR_2 SNR_1' SNR_1} \quad (22)$$

onde SNR_3 é a relação sinal ruído na saída da rede de fotodetectores e os subscritos *CI* e *SI* representam com integração e sem integração, respectivamente, SNR_2 é a relação sinal ruído no plano de Fourier, SNR_1' é a relação sinal ruído na saída do feixe óptico difratado e SNR_1 é a relação sinal ruído na entrada da célula Bragg.

Utilizando-se a hipótese *i*), do início desta seção, tem-se que a razão entre a potência do sinal na entrada da célula Bragg e a potência do ruído neste estágio, é descrita por:

$$SNR_1 = P_a(x_3 = -W/2) / N_1 \quad (23)$$

onde $P_a(x_3=-W/2)$ e N_1 são, respectivamente, a potência acústica do sinal e do ruído, ambas relativas ao limite inferior da região de interação acusto-óptica, $x_3=-W/2$.

Definindo-se a relação sinal ruído, SNR_1' , como a razão entre a potência óptica do feixe difratado, P_D , e a potência óptica do ruído neste feixe, N_1' , tem-se:

$$SNR_1' = P_D / N_1' \quad (24)$$

O fator que relaciona a potência óptica difratada e a potência acústica em $x_3=-W/2$ é denominado fator de conversão acusto-óptico, $\eta_{AO} = P_D / P_a(x_3 = -W/2)$.

De acordo com as referências [6,7], as seguintes aproximações são aplicáveis no estudo do G_p :

$$SNR_1' / SNR_2 \cong 1 / (\tau B) \quad (25)$$

$$(SNR_3)_{CI} / (SNR_3)_{SI} \cong \sqrt{T_i / \tau} \quad (26)$$

onde $\tau = W/v_s$ é a abertura temporal da célula Bragg, T_i é o tempo de integração e B é a largura de faixa do AEAP; Em geral B é a largura de faixa do filtro passa faixa do processador eletrônico, B_{FPF} .

A relação SNR_1 / SNR_1' é definida como a figura de ruído acusto-óptica, F_{AO} . Com baixa eficiência de difração, equação (18), e levando em consideração unicamente o ruído do diodo laser, N_{DL} , e o ruído proveniente das intermodulações de terceira ordem, N_D , temos que F_{AO} é dado pela seguinte expressão:

$$F_{AO} = 1 + \frac{N_{DL}}{N_1} + \frac{N_D P_a(x_3 = -W/2)}{N_1 K P_L} \quad (27)$$

onde P_L é a potência óptica incidente.

Ressalta-se que em (27), não foram levados em consideração o ruído chirping, produzido pela modulação do laser e o ruído de intermodulação elástica [6].

O ruído de intermodulação, calculado através de (19) e com a postulação *ii*) do início desta seção, é dado por:

$$N_D = I_3 A = K P_D / 36 \quad (28)$$

onde A é a área da coluna acústica no interior da célula Bragg, que se supõe isenta de difração.

A figura de ruído do detector é definida por:

$$F_d = SNR_2 / (SNR_3)_{SI} \quad (29)$$

Substituindo (29), (27), (26) e (25) em (22), obtém-se uma expressão reduzida para o ganho de processamento:

$$G_p = B_{FPF} \sqrt{\tau T_i} / (F_{AO} F_d) \quad (30)$$

onde a raiz quadrada do produto τT_i é denominada tempo efetivo de processamento.

No cálculo da sensibilidade utiliza-se duas hipóteses:

a) O ruído N_1 na entrada da célula Bragg, é modelado como uma fonte de ruído branco aditivo gaussiano, dado por:

$$N_1 = K_B T_K B_{FPF} G_f F_f \quad (31)$$

onde K_B é a constante de Boltzman, T_K é a temperatura em graus Kelvins, G_f e F_f são, respectivamente, o ganho e a figura de ruído na entrada de microondas da célula Bragg.

b) Considera-se a sensibilidade, S , como a menor potência de microondas, para a qual a relação $(SNR_3)_{Cl}$ é unitária. Utilizando-se estas duas observações em combinação com as equações (30) e (31), obtém-se a seguinte expressão para a sensibilidade do AEAP.

$$S = K_B T_K F_{AO} F_d G_f F_f / \sqrt{\tau T_i} \quad (32)$$

A sensibilidade, S , representa a menor potência de microondas que pode ser detectada pelo AEAP. Pelas características apresentadas em (21), cada ponto no eixo p do plano focal, tem uma frequência de microondas associada e levando-se em consideração que a rede linear de fotodetectores está posicionada sobre este eixo, pode-se modelar a rede de fotodetectores como sendo N canais de recepção [8]. Este modelo é representado na Fig. 2.

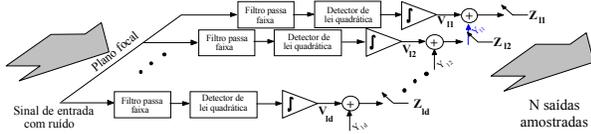


Fig. 2. Modelagem do AEAP como um receptor canalizado.

Neste modelo considera-se que a largura de faixa do circuito de detecção é muito maior que a largura de faixa da forma de onda observada pelo fotodetector.

Os filtros passa faixa representados na Fig. 2, possuem respostas impulsivas espaciais $H[v]$, que de forma geral são modeladas como sendo funções retangulares. A banda de passagem de cada filtro é indexada ao comprimento espacial do fotodetector analisado e a sua posição no eixo p . Os blocos integradores de cada canal, realizam a integração temporal desde o instante $(l-1)T_i$ até o instante lT_i . Com estas considerações, a tensão de saída no fotodetector d no instante de amostragem l é dada por:

$$V_{ld} = \frac{\eta_d e^-}{T_i h f} \int_{(l-1)T_i}^{lT_i} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [H(v) |E^p(v, t)|^2] dv \right\} dt \quad (33)$$

onde η_d é a eficiência quântica, e^- é a carga do elétron, h é a constante de Plank e f é a frequência do laser.

Se levamos em consideração a contribuição do ruído aditivo no circuito de detecção, a amostra de tensão na saída do canal d , $1 \leq d \leq N$, no instante de tempo l será :

$$Z_{ld} = V_{ld} + Y_{ld} \quad (34)$$

onde V_{ld} e Y_{ld} são as amostras correspondentes ao sinal e ao ruído, respectivamente.

Assim, as tensões Z_{ld} são as estimativas da densidade espectral de potência, PSD. Esta estimativa é dada por, [9]:

$$\hat{P}_s = Z_{ld} \quad (35)$$

Para avaliar o desempenho do estimador, \hat{P}_s , define-se a seguinte relação sinal ruído:

$$SNR_{\hat{P}_s} = \mu_{\hat{P}_s}^2 / \sigma_{\hat{P}_s}^2 \quad (36)$$

onde o valor médio e a variância do estimador são calculados, respectivamente, pelas seguintes relações

$$\mu_{\hat{P}_s} = E \{ \hat{P}_s \} \text{ e } \sigma_{\hat{P}_s}^2 = \text{var} \{ \hat{P}_s \} .$$

O estudo detalhado de $\mu_{\hat{P}_s}$ e $\sigma_{\hat{P}_s}^2$, para vários sinais de teste, é apresentado em [4] e [8].

O AEAP tem grande potencial para aplicações na recepção de sinais de radar. Portanto, é apropriado estimar a sua probabilidade de falso alarme. Para um sinal de teste com ruído gaussiano aditivo branco, a probabilidade de falso alarme constante, CFAR (*Constant False Alarm Rate*), fundamenta-se no seguinte teste de hipóteses:

$$h0: \text{ Somente ruído } \quad z = n(t)$$

$$h1: \text{ Sinal + ruído } \quad z = s(t) + n(t)$$

onde z representa a variável aleatória obtida da saída Z_{ld} , $n(t)$ representa o ruído e $s(t)$ é o sinal de microondas.

A variável aleatória z possui funções densidades de probabilidades, f_{dp} , gaussianas para a hipótese $h0$ e $h1$. A representação gráfica das f_{dp} para a hipótese $h0$, $p_{h0}(z)$, e para a hipótese $h1$, $p_{h1}(z)$, são apresentadas na Fig. 3.

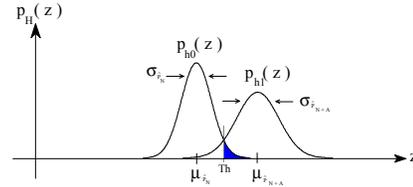


Fig. 3. Representação das funções densidades de probabilidades.

A completa caracterização das f_{dp} é obtida através do conhecimento dos dois primeiros momentos da variável z em cada uma das hipóteses. Estas funções densidade de probabilidade são utilizadas para definir a probabilidade de detecção, P_D , e a probabilidade de falso alarme, P_{fa} , área destacada na Fig. 3. Definindo-se a probabilidade de selecionar $h1$ dada que a hipótese $h1$ está em vigor, como P_D , sua representação matemática é dada por:

$$P_D = P(h1/h1) = \int_{Th}^{\infty} p_{h1}(z) dz \quad (37)$$

onde o termo Th é o limiar de detecção.

Substituindo os valores de μ_p e σ_p^2 sob a hipótese $h1$ em (37) e após de varias manipulações matemáticas, tem-se que P_D é dado por, [4]:

$$P_D = \frac{1}{2} \text{erfc} \left\{ \frac{z_B + \sqrt{B_n T_i} (1 - SNR_i)}{\sqrt{2} \sqrt{1 + (SNR_i)^2}} \right\} \quad (38)$$

onde SNR_i é a relação sinal ruído na entrada do sistema, B_n é a largura de faixa do ruído equivalente e $z_B = (Th - \mu_p) / \sigma_p$.

Ressalta-se que procedimento similar ao seguido para obter a P_D pode ser utilizado para o cálculo da probabilidade de falso alarme, P_{fa} . Definindo-se P_{fa} como a probabilidade de selecionar $h1$ dado que $h0$ está em vigor. Na próxima seção deste trabalho apresenta-se os resultados numéricos da simulações realizadas utilizando a modelagem obtida.

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção são apresentados alguns resultados das simulações da sensibilidade, variação da relação sinal ruído do estimador em função dos seguintes parâmetros: material

acusto-óptico, do tempo de integração e do desempenho do algoritmo CFAR.

As características da célula Bragg de GaP (110) utilizada na simulação são: frequência central 2 GHz, largura de faixa de 1 GHz, $\tau=1\mu s$, eficiência de difração 12 %/Watt. Os parâmetros relevantes do GaP são: $n=3,31$; $p_{44}=-0,074$; $\rho_s=4130 \text{ kg/m}^3$ e $v_s=4130 \text{ m/s}$. Utilizou-se um laser semiconductor, $\lambda_o = 0,830 \mu m$, com potências de 30 mW e 150 mW e fotodetector tipos PIN e APD com sensibilidades iguais a 10 nW e 0,5 nW, respectivamente.

Os resultados dos níveis de sensibilidade do AEAP, quando a rede de fotodetector é constituída de diodos tipo PIN e APD, para duas potências de laser, são apresentadas na Tabela I. Nestes cálculos simplificados considera-se que somente a eficiência de difração, 12 %/Watt, e a transmitância, -3 dB, limitam a detecção do AEAP.

TABELA I : POTÊNCIA MÍNIMA DO SINAL DE MICROONDAS DETECTÁVEL PELOS FOTODETECTORES TIPO PIN E APD, PARA DUAS POTÊNCIAS DE LASER E UMA TRANSMITÂNCIA ÓPTICA DE 3 dB

Potência do laser	Potência mínima do sinal de microondas detectável, S	
	Diodo tipo PIN Potência mín. = 10 nW	Diodo tipo APD Potência mín. = 0,5 nW
30 mW	5,54 μW (-23 dBm)	0,27 μW (-36 dBm)
150 mW	1,11 μW (-30 dBm)	55,7 nW (-43 dBm)

Estes resultados revelam um incremento de 7 dB na sensibilidade do AEAP quando a potência do laser é aumentada de 30 mW para 150 mW. Observa-se também que a maior sensibilidade, -43 dBm, é obtido com o detector APD e o laser de 150 mW. Aumento da sensibilidade, sem incremento da potência do laser, pode ser obtido com técnicas interferométricas [7].

Agora analisa-se a influência do tempo de integração ou da abertura temporal da célula Bragg, no desempenho do estimador da PSD. As simulações dos comportamentos de (36), para vários valores de τ em materiais acusto-ópticos típicos, são apresentada na Fig. 4. Nestas simulações supõe-se ruído branco gaussiano como sinal de teste.

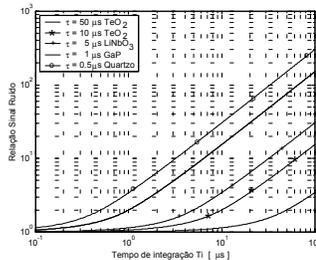


Fig. 4. Relação sinal ruído do estimador em função do tempo de integração para diversas aberturas temporais das células Bragg, (τ).

A Fig. 4 revela que para manter uma SNR_p no AEAP, o tempo T_i requerido, varia drasticamente de acordo com o valor de τ e portanto com o material da célula Bragg para laser com um dado diâmetro. Observa-se também que para T_i fixo, ocorre um incremento da SNR_p conforme a abertura

temporal da célula Bragg, τ , se reduz. Pequenas aberturas temporais, de forma geral, deterioram a resolução em frequência do AEAP.

O desempenho do algoritmo CFAR, levando-se em consideração unicamente a SNR_I determinada por (23) e (31), é apresentado na Fig. 5. As curvas características, SNR_I em função de P_D para várias P_{fa} , revelam a alta sensibilidade do AEAP a pequenas variações de SNR_I .

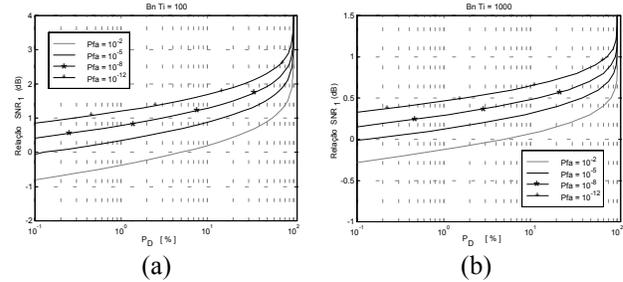


Fig. 5. Simulações do desempenho do algoritmo CFAR em função da probabilidade de detecção para diversas probabilidade de falso alarme, P_{fa} : a) para um $B_n T_i = 100$ e (b) para um $B_n T_i = 1000$.

Para exemplificar esta característica, supõe-se uma $P_D=90\%$ e uma $P_{fa}=10^{-8}$. Uma redução de 0.5 dB na SNR_I produz uma redução na P_D de 75%, para $B_n T_i=1000$, e uma perda de 35%, para $B_n T_i=100$. Esta característica justifica a necessidade de algoritmos robustos para se implementar o algoritmo de processamento.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se o estudo da estimação da densidade espectral de potência de sinais de microondas através de um analisador de espectro acusto-óptico (AEAP). Modelou-se o ganho de processamento do AEAP levando-se em consideração a intermodulação na célula Bragg e o tempo de integração de uma rede linear de fotodetectores. Resultados, obtidos através de simulações, são apresentados para um AEAP com uma célula Bragg de GaP com 12 %/Watt de eficiência de difração.

REFERÊNCIAS

- [1] Pape, D. R., and Wasilousky, P. A., "2 GHz Bandwidth VMEbus Acousto-optic Power Spectrum Analyzer Module", *European Optical Society AA-O'99*, Flor. Italy, Jun. 10-11, 1999.
- [2] Shizhuo Yin, et al., "Numerical Simulation of a Novel Multichannel Acousto-optic Processor", *Micr. and Opt. Tech. Letters*, vol. 19, No. 6, pp. 398-405, 20 Dec. 1998.
- [3] Tinoco, A. F. S., Waldecir J. P., and Oliveira J. E. B., "Analisador de Espectro acusto-óptico: Detecção de sinais de Radar", *SBT'99*, Vila Velha - ES, Brasil, Set. 7-10, pp. 401-406. 1999.
- [4] Tinoco, A. F. S., "Analisador de Espectro Acusto-óptico para sinais de Microondas", Tese de Mestrado, S. J. C. - SP, ITA, 1999.
- [5] Tinoco, A. F. S., et al., "Análise da intermodulação em dispositivos acusto-ópticos através da teoria de modos acoplados", *Artigo submetido ao SBMO'2000*, João Pessoa, Brasil, 7-10 Ago. 2000.
- [6] Ristic, V. M., et al., "Modeling the noise figure of acousto-optic receiver", *App. Optics*, vol. 35., No. 5., pp. 832-835, Feb., 1996.
- [7] Lee, J. N., "Acoustooptic Signal Processing and Computing", *Proceeding of IEEE*, Vol. 77, No. 10, pp 1528-1557, Oct. 1989
- [8] Kellman P., "Integrating Acousto-Optic Channelized Receivers", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 69, No. 1, pp. 93-100, Jan. 1981.